45.

ANNALES

DE

RADIOÉLECTRICITÉ

COMPAGNIES FRANÇAISES ASSOCIÉES DE T.S.F.

79, Boulevard Haussmann, 79

PARIS

REVUE TRIMESTRIELLE

TOME V. OCTOBRE 1950. N° 22.

TOME V OCTOBRE 1950 N° 22

ANNALES
DE
RADIOÉLECTRICITÉ

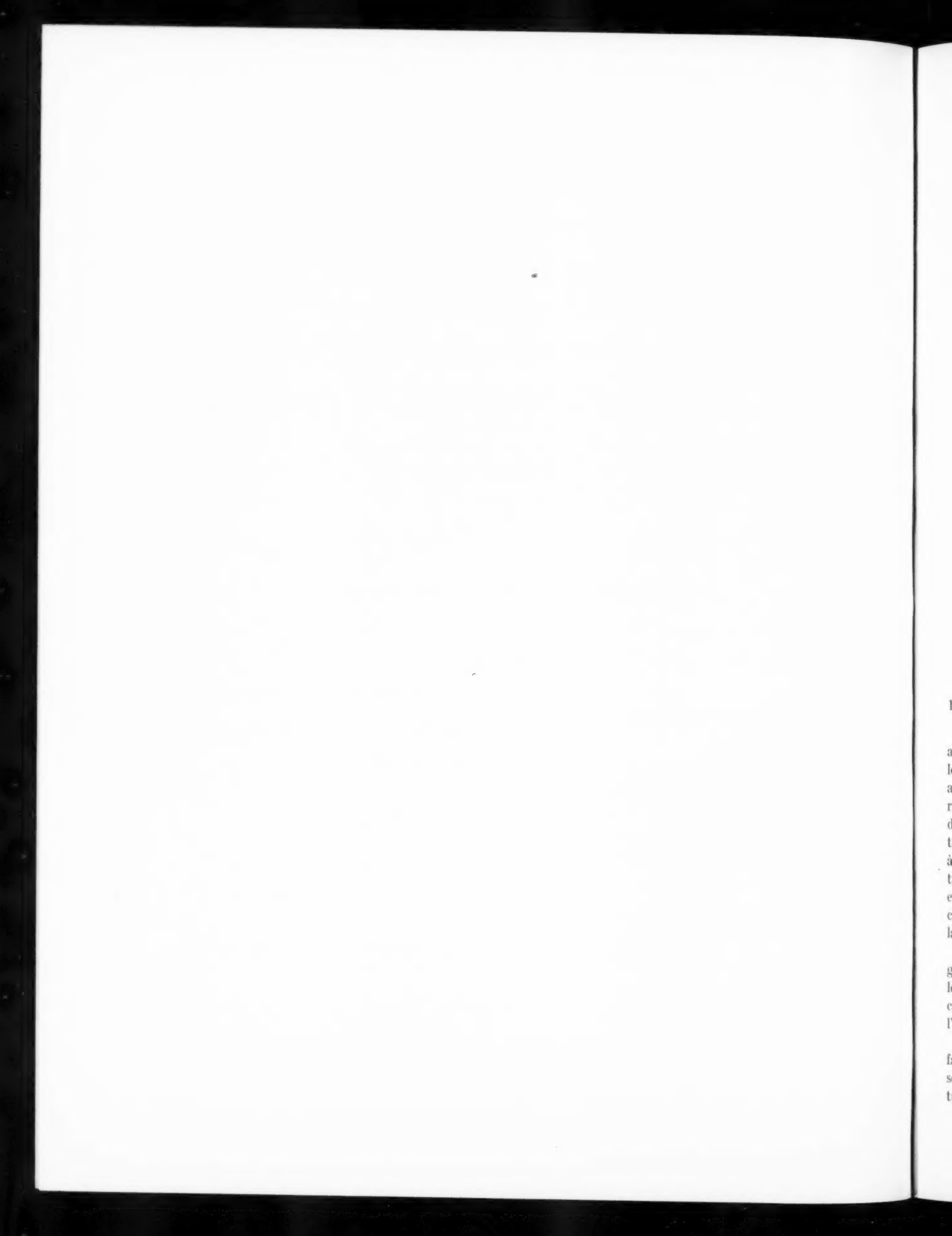
COMPAGNIES FRANÇAISES ASSOCIÉES DE T. S. F.

COMPAGNIE GÉNÉRALE DE TÉLÉGRAPHIE SANS FIL
SOCIÉTÉ FRANÇAISE RADIO-ÉLECTRIQUE
LA RADIOTECHNIQUE
SOCIÉTÉ INDÉPENDANTE DE TÉLÉGRAPHIE SANS FIL
COMPAGNIE RADIO-FRANCE
COMPAGNIE RADIO-MARITIME
RADIO-ORIENT
COMPAGNIE RADIO-CINÉMA
ÉTABLISSEMENTS E. ROBERT ET C[IE] (LA STÉATITE INDUSTRIELLE)
SOCIÉTÉ DE TRAITEMENTS ÉLECTROLYTIQUES ET ÉLECTROTHERMIQUES (STEL)

79, Boulevard Haussmann, PARIS

SOMMAIRE

Prière d'adresser toute correspondance à la Compagnie Générale de T. S. F., Centre d'Information et de Documentation, 23, rue du Maroc, Paris (19e).



LES EFFETS DE LA CHARGE D'ESPACE DANS LES TUBES A PROPAGATION D'ONDE A CHAMP MAGNÉTIQUE

Par R. WARNECKE, O. DŒHLER
et Denise BOBOT,

Département Électronique du Centre de Recherches
de la Compagnie Générale de T. S. F.

Sommaire. — *Complétant une théorie antérieurement exposée, les auteurs étudient les effets de la charge d'espace dans les T. P. O. à champ magnétique. Ils montrent que celle-ci peut être considérée comme négligeable dans les cas pratiques, et aussi qu'il existe, dans un faisceau électronique se mouvant perpendiculairement aux champs magnétiques et électriques croisés, des ondes amplifiées dans un dispositif ne comportant aucun circuit passif. Les calculs permettent d'expliquer quelques observations faites à propos des tubes type trochotron.* (C. D. U. 621.385.1.029.6.)

Summary. — *Completing a previously exposed theory, the authors study the space charge effects in the traveling wave tube with magnetic field. They show that this space charge may be considered negligible in practical cases. It is shown that there exists, in an electronic beam traveling perpendicularly to crossed magnetic and electric fields, amplified waves in a device having no passive circuit. Calculations allow explanations of some remarks made about trochotron type tubes.* (U. C. D. 621.385.1.029.6.)

1. Introduction.

Dans une publication antérieure [1], on a fourni, avec l'appui de quelques données expérimentales, les principaux éléments de la théorie d'un nouvel amplificateur à ondes progressives. Sa caractéristique essentielle — un haut rendement — résulte du fait que les électrons sont en interaction simultanément avec le champ radiofréquence du circuit à retard et avec des champs électrique et magnétique constants dans le temps qui sont normaux entre eux et à la composante électrique dudit champ alternatif (cette composante étant parallèle à la direction de propagation des ondes).

Dans cette théorie, on a considéré comme négligeable les effets de la charge d'espace électronique; le but principal du présent travail est de justifier cette hypothèse pour les densités de courant que l'on envisage actuellement.

Le tube à ondes progressives à champs croisés qui fait l'objet de l'étude est schématiquement représenté en figure 1. Par les grandes lignes de sa structure, il ressemble au magnétron usuel lorsque celui-ci est réalisé sous une forme plane; avant d'examiner son comportement, nous rappellerons quelques

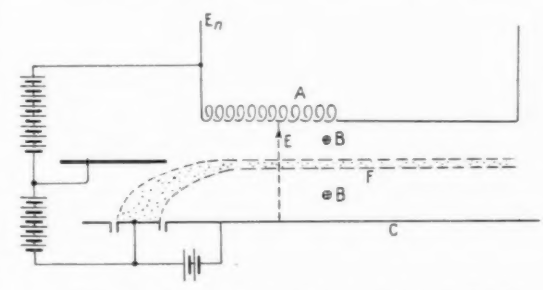


Fig. 1. — Schéma d'un tube à propagation d'onde à champ magnétique.

résultats relatifs au fonctionnement « statique » du magnétron circulaire ordinaire de la figure 2 *a*.

Pour ce tube, on sait que [3], si le champ magnétique B_0 a une intensité supérieure à la valeur critique, la distribution de la densité électromagnétique ρ_0 a la forme indiquée par la figure 2 *b*.

Jusqu'à un rayon r_0, fonction du champ magnétique appliqué, ρ_0 est donné par

$$\rho_0 = \varepsilon_0 \frac{m}{e} \frac{\omega_c^2}{2} \left(1 + \frac{a^4}{r^4}\right), \tag{1}$$

avec $\omega_c = \dfrac{e B_0}{m}$ (fréquence « cyclotron »), a étant le rayon de la cathode.

Entre r_0 et le rayon de l'anode, la densité ρ_0 est nulle et les trajectoires des électrons sont des circonférences concentriques à la cathode.

En partant de ces résultats, que l'on obtient en appliquant les équations classiques (équation du mouvement, équation de Poisson et équation de conservation de l'électricité), il n'est pas possible de comprendre certains faits d'observation. L'expérience montre, en effet, que :

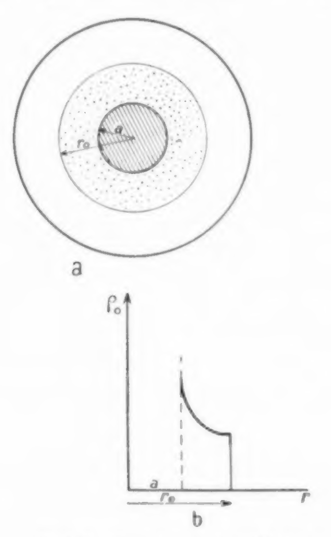


Fig. 2. — Distribution de la densité de la charge dans un magnétron cylindrique.

a. Le courant anodique n'est jamais nul (même pour un champ magnétique dix fois plus grand que le champ critique) [4].

b. La température des électrons (plus élevée que celle de la cathode), est proportionnelle à la tension et à peu près inversement proportionnelle au champ magnétique (cette température pouvant être suffisamment élevée pour que la cathode soit réchauffée par les électrons qu'elle absorbe) [5].

c. Il y a des électrons dans tout l'espace de décharge, même pour des champs magnétiques correspondant à un rayon r_0 très petit (*fig.* 2). La distribution de la charge d'espace est à peu près indépendante du champ magnétique [6, 7].

d. Dans un magnétron avec ou sans fentes, il existe toujours des oscillations de faible puissance et de fréquences comprises entre quelques kilocycles et quelques centaines de mégacycles (ce qui revient à dire que, en toute rigueur, le cas statique n'existe pas dans le magnétron [8]).

e. Dans un magnétron, le bruit a une valeur élevée et est très sensible au champ magnétique et à la tension anodique [8, 9].

Ces résultats d'expérience, qui ne sont pas en accord avec les conséquences de la théorie « classique », peuvent, *a priori*, être expliqués à partir de deux considérations différentes :

1. La charge d'espace étant importante et la « vie » d'un électron dans l'espace de décharge étant longue, les forces de Coulomb entre les électrons ne sont pas négligeables; des « chocs » se produisent entre ceux-ci et il en résulte une dégradation de l'énergie noble en énergie thermique.

Cette explication n'est pas complètement satisfaisante, parce que les calculs correspondants fournissent des valeurs numériques trop faibles et parce qu'elle ne rend pas compte de l'existence des oscillations [9, 10].

2. Dans un tube à champ magnétique, il existe des différences entre les vitesses « continues » (1) des électrons de la décharge qui rendent possible, par interaction directe, c'est-à-dire à travers l'excitation d'ondes de charge d'espace, l'amplification d'ondes électromagnétiques [11, 12].

Cet effet semble, lui, rendre convenablement compte de certains des faits précités et sera étudié dans le cadre de l'exposé.

2. Hypothèses et conditions de l'analyse.

Pour simplifier les calculs, les hypothèses suivantes seront faites :

a. La structure étudiée est celle de l'amplificateur à ondes progressives « à vannes » de la figure 3. La détermination exacte des champs pour une ligne à retard correspondante, lorsqu'il n'y a pas d'électrons en interaction avec elle, a été faite par Brillouin [13]. Celui-ci montre, dans son étude, qu'il est nécessaire de ne considérer qu'une onde dans le système lorsque la longueur d'onde λ dans la ligne à retard est grande devant la largeur b d'une cellule : c'est le cas qui est examiné. Dans la

(1) Par « vitesse continue », on désigne ici, et dans la suite de l'exposé, la vitesse acquise par l'électron sous l'action des champs constants dans le temps.

direction z, les vannes sont supposées infiniment longues; les champs alternatifs ne dépendent donc que de x et de y. Les ondes du type E sont seules considérées.

De plus, on suppose la distance d grande devant la largeur b des fentes et la largeur des segments grande devant celle des fentes. Dans ces conditions, la forme de la ligne à retard n'influence que d'une façon négligeable la répartition de potentiel continu et l'on peut assimiler cette ligne à une simple plaque métallique. Le champ continu entre la ligne et l'électrode limitant la conduite d'interaction ne dépend alors que de x.

b. En ce qui concerne le faisceau électronique, on admet qu'il est rectiligne, laminaire et parallèle à la direction y dans laquelle se propage l'onde et s'étend la conduite d'interaction. Cette hypothèse est la plus restrictive et donc la plus importante du calcul.

D'après Brillouin, on sait qu'il n'existe qu'un seul faisceau rectiligne et laminaire pour un dispositif à cathode unique, et cela correspond au cas pour lequel la fréquence de plasma Ω_0 est égale à la fréquence « cyclotron »

$$\sqrt{\frac{e}{m}\frac{\rho_0}{\varepsilon_0}} = \frac{eB_0}{m}. \tag{2}$$

Lorsque cette condition n'est pas remplie, les trajectoires sont des épicycloïdes. Dans la présente étude, on ne se restreint pas à ce cas spécial, c'est-à-dire que pour pouvoir considérer un faisceau laminaire et linéaire dans ces conditions ($\omega_r \neq \Omega_0$), on admet l'existence de plusieurs cathodes portées à des potentiels différents; en d'autres termes, ou bien on se réfère implicitement à un dispositif à plusieurs cathodes ou bien on néglige les effets du mouvement relatif des électrons et l'on suppose une densité continue ρ_0 constante dans une section moyenne du faisceau. L'équation (2) correspond alors à un cas spécial.

En outre, on suppose que l'épaisseur du faisceau Δ est mince (*fig.* 3), ce qui permet d'admettre que les champs alternatifs sont constants dans la section. Ceci permet d'écrire

$$|\Gamma\Delta| \ll 1,$$

Γ étant la constante de propagation des ondes électromagnétiques.

c. L'étude concerne deux cas différents :

1. La charge d'espace continue de faisceau électronique est supposée compensée par une charge d'ions positifs immobiles : seules interviennent ainsi, dans le calcul, la densité alternative $\rho_\sim$ et la variation d'épaisseur du faisceau Δ. Avec l'hypothèse du faisceau laminaire et rectiligne, il est admissible que tous les électrons aient alors la même vitesse « continue »

$$v_{00} = \frac{E_0}{B_0} = \frac{V_0}{dB_0}, \tag{3}$$

E_0 étant le champ « continu ».

2. La charge d'espace électronique continue n'est pas supposée neutralisée; dans ce cas, on doit introduire, dans le calcul, des vitesses continues v_0 différentes pour les différents filets d'électrons.

La distribution du potentiel « constant » est alors,

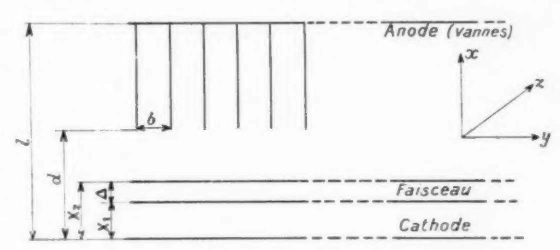


Fig. 3. — Système de la ligne à retard.

d'après l'équation de Poisson et les conditions aux limites :

$$\left\{\begin{array}{l} \text{pour } 0 \leq x \leq x_1 \text{ avec } \rho_0 = 0, \\ \qquad \varphi = \dfrac{V_0 x}{d} - \dfrac{\rho_0}{\varepsilon_0}\Delta x\left(1 - \dfrac{2x_1 + \Delta}{2d}\right); \\ \text{pour } x_1 \leq x \leq x_1 + \Delta \text{ avec } \rho_0 = \text{const.}, \\ \qquad \varphi = \dfrac{V_0 x}{d} - \dfrac{\rho_0}{2\varepsilon_0} x\left[2(x_1 + \Delta) - \Delta\dfrac{2x_1 + \Delta}{d}\right] \\ \qquad\qquad + \dfrac{\rho_0}{2\varepsilon_0}x^2 + \dfrac{\rho_0}{2\varepsilon_0}x_1^2; \\ \text{pour } x_1 + \Delta \leq x \leq d \text{ avec } \rho_0 = 0, \\ \qquad \varphi = \dfrac{V_0 x}{d} + \dfrac{\rho_0}{\varepsilon_0} x \dfrac{\Delta(2x_1 + \Delta)}{2d} - \dfrac{2\varepsilon_0}{\rho_0}\Delta(2x_1 + \Delta). \end{array}\right. \tag{4}$$

La vitesse des électrons est donnée par

$$\begin{aligned} v_0 &= v_{00} - \frac{\Omega_0^2}{\omega_r}\left[2(x_1 + \Delta) - \frac{\Delta(2x_1 + \Delta)}{d}\right] + \frac{\Omega_0^2}{\omega_r}x \\ &= v'_0 + \frac{\Omega_0^2}{\omega_r}x. \end{aligned} \tag{5}$$

d. On ne s'occupe que des petits signaux.

e. On admet au cours du calcul que

$$|\omega - \Gamma v_0|^2 \ll \omega_r^2, \tag{6}$$

$\Gamma = \bar{k} + j\gamma$ = constante de propagation. Cette hypothèse exige que la vitesse de phase des ondes se propageant dans l'espace de décharge soit à peu près la même que celle des électrons, et que la partie imaginaire de la constante de propagation γ soit petite devant la partie réelle k. Pour les ondes amplifiées, cette hypothèse est remplie. Mais, en ne faisant pas cette hypothèse, on obtient deux ondes supplémentaires qui ne sont ni amplifiées, ni atténuées, comme le démontre un calcul qui ne sera pas reproduit ici. Ces ondes peuvent probablement devenir efficaces, si un des modes de la ligne à retard a la même vitesse que l'une de ces ondes supplémentaires. L'hypothèse de l'équation (6) avec l'équation (5) entraîne : soit $\frac{\Omega_0^2}{\omega\omega_r}$ petit devant 1, soit la largeur $|\Gamma\Delta| < 1$.

f. Il n'y a pas d'absorption d'électrons par les parois.

g. La vitesse de l'onde et des électrons est petite devant celle de la lumière, ce qui donne

$$c^2 \gg v^2, \qquad \frac{\omega^2}{c^2} \ll \frac{\omega^2}{v^2}, \qquad \omega^2\mu_0\varepsilon_0 \ll |\Gamma|^2.$$

3. Notations.

V_0,	potentiel « continu » entre la ligne et la plaque définissant la conduite d'interaction;
B_0,	champ magnétique extérieur (constant dans le temps);
d,	distance entre la ligne et la plaque précitées;
Δ,	hauteur du faisceau;
h,	largeur du faisceau dans la direction z;
$E_0 = \frac{V_0}{d}$,	champ électrique « continu » en l'absence de faisceau;
v_{00},	vitesse des électrons en négligeant la charge d'espace « continue »;
v_0,	vitesse « continue » des électrons; v_0 est une fonction de x;
$-j\Gamma_0$,	constante de propagation de l'onde libre;
$-j\Gamma = -jk + \gamma$,	constante de propagation de l'onde forcée;
$\delta', \delta'', \ldots,$	1[re], 2[e], etc., approximations de $\delta = \Gamma - \Gamma_0$;
$\Omega_0 = \sqrt{\frac{e}{m}\frac{\rho_0}{\varepsilon_0}}$,	fréquence de plasma;
ω,	pulsation H. F.;
$\omega_r = \frac{eB_0}{m}$,	fréquence « cyclotron »;
$u = 1 - \Gamma_0\frac{v_{00}}{\omega}$,	rapport de la différence entre la vitesse de l'onde libre et celle des électrons à la vitesse de l'onde libre.

En outre, on utilise les valeurs sans dimensions :

$$a^2 = \frac{\Omega_0^2\omega_r}{[\omega_r^2 - (\omega - \Gamma v_0)^2]\omega}, \qquad a_0^2 = \frac{\Omega_0^2}{\omega\omega_r},$$

$$b = 1 - \Gamma\frac{v_{00}}{\omega},$$

et, pour la valeur maximum de $\bar{\gamma}_0$, sans effet de charge d'espace :

$$\bar{\gamma}_0 = \frac{\Omega_0^2}{\omega\omega_r}\Gamma_0\sqrt{\frac{\Delta\Gamma_0 \sinh 2\Gamma_0 x_1}{I}}$$

avec

$$I = \Gamma_0 d + \frac{1}{2}\sinh(2\Gamma_0 d).$$

4. Première Partie : La densité électronique continue est compensée par des ions positifs.

4.1. Calcul des champs H. F. — On considère le système de la figure 3 pour lequel on a, en particulier :

a. une longueur infinie dans la direction z;

b. un faisceau rectiligne et laminaire ayant une vitesse donnée par l'équation (3).

Toutes les grandeurs (champs, densité, etc.) ont la forme

$$F(x)\,e^{j(\omega t - j\Gamma y)}$$

et l'on cherche à déterminer la constante de propagation Γ.

Les trajectoires statiques sont données par

$$x = x_0,$$
$$y = v_{00}\tau.$$

τ étant le temps de transit, et v_{00} la vitesse donnée par l'équation (3).

L'étude du cas dynamique n'apporte, pour de petits signaux, qu'une petite perturbation du premier ordre aux calculs faits pour le cas statique. On a

$$x = x_0 + \delta x \quad \text{avec} \quad |\delta x| \ll x_0,$$
$$y = v_{00}\tau + \delta y \quad \text{avec} \quad |\delta y| \ll v_{00}\tau,$$
$$B = B_0 + B_z \quad \text{avec} \quad |B_z| \ll B_0, \quad \ldots.$$

Pour la région II de la figure 3 les équations de départ sont :

a. Les équations de Maxwell qui s'écrivent, pour les ondes $E\,(H_y = 0)$,

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} + j\Gamma E_x = -j\omega\mu_0 H_z, \tag{7}$$

$$-j\Gamma H_z = j\omega\varepsilon_0 E_x + \rho_0\,\delta v_x, \tag{8}$$

$$-\frac{\partial H_z}{\partial x} = j\omega\varepsilon_0 E_y + \rho_0\,\delta v_y + \rho_z v_{00}. \tag{9}$$

b. Les équations de mouvement (¹) :

$$\delta\ddot{x} + \omega_r\,\delta\dot{y} = -\frac{e}{m} E_x(x)\, e^{j(\omega t - \Gamma y)} - \frac{e}{m} v_0 B_z\, e^{j(\omega t - \Gamma y)}, \tag{10}$$

$$\delta\ddot{y} - \omega_r\,\delta\dot{x} = -\frac{e}{m} E_y(x)\, e^{j(\omega t - \Gamma y)}. \tag{11}$$

c. L'équation de Poisson :

$$\frac{\partial E_x}{\partial x} - j\Gamma E_y = \frac{\rho}{\varepsilon_0}. \tag{12}$$

Pour les petits signaux, on a

$$\delta x = -\frac{\dfrac{e}{m}}{\omega_r^2 - (\omega - \Gamma v_{00})^2}\left[\frac{jE_y\omega_r}{\omega - \Gamma v_{00}} + E_x + v_{00}\mu_0 H_z\right], \tag{13}$$

$$\delta y = \frac{\dfrac{e}{m}}{\omega_r^2 - (\omega - \Gamma v_{00})^2} \times\left[+\frac{j\omega_r E_x}{\omega - \Gamma v_{00}} - \frac{jv_{00}\mu_0\omega_r H_z}{\omega - \Gamma v_{00}} + E_y\right], \tag{14}$$

$$\delta v_x = -\frac{\dfrac{e}{m}}{\omega_r^2 - (\omega - \Gamma v_{00})^2} \times[-\omega_r E_y + j(\omega - \Gamma v_{00})(E_x + v_{00}\mu_0 H_z)], \tag{15}$$

$$\delta v_y = -\frac{\dfrac{e}{m}}{\omega_r^2 - (\omega - \Gamma v_{00})^2} \times[\omega_r(E_x + v_{00}\mu_0 H_z) + j(\omega - \Gamma v_{00})E_y]. \tag{16}$$

En négligeant $\frac{v^2}{c^2}$ devant 1, les équations (9), (12), (15) et (16) donnent

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} - \Gamma^2 E_y = 0 \tag{17}$$

et les solutions au sein du faisceau sont :

$$E_{x\,\text{II}} = j(A_2\, e^{\Gamma x} + B_2\, e^{-\Gamma x}), \tag{18}$$

$$E_{y\,\text{II}} = A_2\, e^{\Gamma x} - B_2\, e^{-\Gamma x}, \tag{19}$$

$$H_{z\,\text{II}} = -j\frac{\omega\varepsilon_0}{\Gamma}\left\{A_2\left[1 - a^2 + a^2\frac{\omega}{\omega_r}\left(1 - \frac{\Gamma v_{00}}{\omega}\right)\right]e^{\Gamma x} + B_2\left[1 + a^2 + a^2\frac{\omega}{\omega_r}\left(1 - \frac{\Gamma v_{00}}{\omega}\right)\right]e^{-\Gamma x}\right\}, \tag{20}$$

$$\rho_z = 0, \tag{21}$$

$$a^2 = \frac{\Omega_0^2\,\omega_r}{[\omega_r^2 - (\Gamma v_{00} - \omega)^2]\,\omega}. \tag{22}$$

On trouve de la même façon, dans l'espace I :

$$E_{x\,\text{I}} = jA_1\cosh(\Gamma x), \tag{23}$$

$$E_{y\,\text{I}} = A_1\sinh\Gamma x, \tag{24}$$

$$H_{z\,\text{I}} = -j\frac{\omega\varepsilon_0}{\Gamma}A_1\cosh\Gamma x. \tag{25}$$

Dans l'espace III :

$$E_{x\,\text{III}} = j(A_3\, e^{\Gamma x} + B_3\, e^{-\Gamma x}), \tag{26}$$

$$E_{y\,\text{III}} = A_3\, e^{\Gamma x} - B_3\, e^{-\Gamma x}, \tag{27}$$

$$H_{z\,\text{III}} = -j\frac{\omega\varepsilon_0}{\Gamma}(A_3\, e^{\Gamma x} + B_3\, e^{-\Gamma x}). \tag{28}$$

Dans l'espace IV, d'après Brillouin [13], pour le cas d'une longueur d'onde Λ dans l'espace, grande devant les dimensions d'une vanne et pour $c^2 \gg v^2$:

$$E_x = 0,$$

$$E_{y\,\text{IV}} = -jB_4\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}}\sin k(x - l), \tag{29}$$

$$H_{z\,\text{IV}} = B_4\cos k(x - l), \tag{30}$$

$$k = \frac{\omega}{c}. \tag{31}$$

Toutes les formules des équations (18)-(21) et (23)-(30) comportent le facteur $e^{j\omega t - j\Gamma y}$. Le raccordement des champs se fait au moyen des conditions aux limites.

Pour les petits signaux, le faisceau ondulé est remplacé par un faisceau droit, ayant aux bords une charge superficielle $\sigma = \frac{\rho_0}{\varepsilon_0}\delta x$ [δx donné par l'équation (13)]. Les conditions aux limites sont donc :

pour $x = x_1$,

$$E_{y\,\text{I}} = E_{y\,\text{II}} \quad \text{et} \quad E_{x\,\text{I}} = E_{x\,\text{II}} - \frac{\sigma}{\varepsilon_0};$$

pour $x = x_2 = x_1 + \Delta$,

$$E_{y\,\text{II}} = E_{y\,\text{III}} \quad \text{et} \quad E_{x\,\text{II}} - \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = E_{x\,\text{III}};$$

(¹) Les points sur les termes dans les équations (10) et (11) indiquent des dérivées par rapport au temps de transit.

pour $x = d$,

$$\left(\frac{E_y}{H_z}\right)_{\text{III}} = \left(\frac{E_y}{H_z}\right)_{\text{IV}}.$$

Ces conditions, avec les équations (18), (31), donnent, pour la constante de propagation, la relation suivante :

$$(32)\quad K \operatorname{tg} K(l-d) = \Gamma \frac{\sinh(\Gamma d) + \frac{a^2}{b} A_1 - \frac{a^4}{b^2} A_2 + \frac{a^2 \omega}{\omega_r} A_3 + \frac{a^4 \omega^2}{\omega_r^2} A_4}{\cosh(\Gamma d) + \frac{a^2}{b} B_1 - \frac{a^4}{b^2} B_2 + \frac{a^2 \omega}{\omega_r} B_3 + \frac{a^4 \omega^2}{\omega_r^2} B_4},$$

où

$A_1 = \Gamma\Delta \sinh[\Gamma(d - 2x_1)]$,

$A_2 = \Gamma\Delta \sinh(\Gamma x_1) \sinh[\Gamma(d - x_1)]$,

$A_3 = \sinh[\Gamma(d - \Delta)] + 2\Gamma\Delta \sinh(\Gamma x_1) \sinh[\Gamma(d - x_1)]$,

$A_4 = \Gamma\Delta \sinh(\Gamma x_1) \sinh[\Gamma(d - x_1)]$,

$B_1 = \Gamma\Delta \cosh[(d - 2x_1)]$,

$B_2 = \Gamma\Delta \sinh(\Gamma x_1) \cosh[\Gamma(d - x_1)]$,

$B_3 = \cosh[\Gamma(d - \Delta)] + 2\Gamma\Delta \sinh(\Gamma x_1) \cosh[\Gamma(d - x_1)]$,

$B_4 = \Gamma\Delta \sin h(\Gamma x_1) \sinh[\Gamma(d - x_1)]$.

a^2 est déterminé par l'équation (22) :

$$b = \frac{1}{1 - \frac{\Gamma v_{00}}{\omega}},$$

Δ est la largeur du faisceau.

L'équation (32) est l'équation transcendante fournissant la constante de propagation Γ. En l'absence du faisceau, on a $\Gamma = \Gamma_0$ (constante de propagation de l'onde libre) et (¹)

$$(33)\quad K \operatorname{tg} K(l-d) = \Gamma_0 \operatorname{tgh}(\Gamma_0 d).$$

4.2. Calcul de la constante de propagation. — En partant de l'équation (32), calculons Γ pour différentes hypothèses.

Cas a. — 1° On suppose que a^2 est petit devant l'unité;

2° La condition de l'équation (6) est remplie.

Cas b. — a^2 est fini, mais : 1° $\Gamma\Delta$ est petit devant l'unité;

2° La condition de l'équation (6) est remplie.

Cas c. — 1° Ω_0^2 est petit devant ω_r^2;

2° La condition de l'équation (6) n'est pas remplie.

(¹) L'équation (33) est la même que celle trouvée par Brillouin [13] si $K^2 < \Gamma_0^2$.

Les résultats sont les suivants :

Cas a. — Cas correspondant aux conditions réalisées dans la pratique.

La constante de propagation Γ de l'onde forcée est peu différente de celle de l'onde libre Γ_0. On détermine Γ par des approximations successives. On a

$$a^2 \approx a_0^2 = \frac{\Omega_0^2}{\omega\omega_r},$$

et l'équation (32) se réduit à

$$(32a)\quad K \operatorname{tg} K(l-d) = \Gamma \frac{\left\{\begin{array}{l}\sinh(\Gamma d) + \frac{a_0^2}{b}\Gamma\Delta\sinh[\Gamma(d-x_1)] \\ \qquad - \frac{a_0^4}{b^2}\Gamma\Delta\sinh(\Gamma x_1)\sinh[\Gamma(d-x_1)]\end{array}\right\}}{\left\{\begin{array}{l}\cosh(\Gamma d) + \frac{a_0^2}{b}\Gamma\Delta\cosh[\Gamma(d-x_1)] \\ \qquad - \frac{a_0^4}{b^2}\Gamma\Delta\sinh(\Gamma x_1)\cosh[\Gamma(d-x_1)]\end{array}\right\}}.$$

Nous posons d'abord $\Gamma = \Gamma_0 + \delta\Gamma$ ou, pour simplifier,

$$\Gamma = \Gamma_0 + \delta,$$

$$1 - \Gamma\frac{v_{00}}{\omega} = 1 - \Gamma_0\frac{v_{00}}{\omega} - \delta\frac{v_{00}}{\omega} = u - \delta\frac{v_{00}}{\omega},$$

et u représente la différence des vitesses de l'onde et des électrons.

On obtient, en ne prenant les grandeurs que jusqu'au 5ᵉ ordre d'approximation :

$$(34)\quad \begin{aligned} &-\left(u - \frac{v_{00}}{\omega}\right)^2 [C_0\delta + C_1\delta^2 + C_2\delta^3] \\ &+ \left(u - \delta\frac{v_{00}}{\omega}\right) a_0^2\Delta \\ &\quad \times [\Gamma_0^2 \sinh(2\Gamma_0 x_1) + C_3\delta + C_4\delta^2] \\ &\qquad - a_0^4\Delta[\Gamma_0^2 \sinh^2(\Gamma_0 x_1) + C_5\delta] = 0 \end{aligned}$$

avec

$C_0 = \Gamma_0 d + \cosh(\Gamma_0 d)\sinh(\Gamma_0 d)$,

$C_1 = d\cosh^2(\Gamma_0 d)$,

$C_2 = \frac{d^3}{3!} + \frac{d^2}{2!}\cosh(\Gamma_0 d)\sinh(\Gamma_0 d)$,

$$\begin{aligned} C_3 = &-(d - 2x_1)\Gamma_0^2\cosh(2\Gamma_0 x_1) \\ &- \Gamma_0\Big[\cosh(\Gamma_0 d)\sinh[\Gamma_0(d - 2x_1)] - \sinh(2\Gamma_0 x_1)\Big], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_4 = &\frac{(d - 2x_1)^2}{2!}\Gamma_0^2\sinh(2\Gamma_0 x_1) - \Gamma_0(d - 2x_1) \\ &\quad \times \Big[\cosh(\Gamma_0 d)\cosh[\Gamma_0(d - 2x_1)] + \cosh(2\Gamma_0 x_1)\Big] \\ &- \cosh(\Gamma_0 d)\sinh[\Gamma_0(d - 2x_1)], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_5 = &-d\Gamma_0^2\sinh(\Gamma_0 x_1)\cosh(\Gamma_0 x_1) \\ &+ 2x_1\Gamma_0^2\cosh(\Gamma_0 x_1)\sinh(\Gamma_0 x_1) \\ &- \Gamma_0\sinh(\Gamma_0 x_1)\sinh(\Gamma_0 d)\sinh[\Gamma_0(d - x_1)] \\ &+ \Gamma_0\sinh^2(\Gamma_0 x_1). \end{aligned}$$

Pour calculer la première approximation, seuls les termes du 3[e] ordre sont utiles, d'où il résulte l'équation

$$(35)\quad -\delta_1\left(u-\delta_1\frac{v_{00}}{\omega}\right)^2\left[\Gamma_0 d+\frac{1}{2}\sinh(2\Gamma_0 d)\right] + \left(u-\delta_1\frac{v_{00}}{\omega}\right)\; a_0^2\,\Delta\Gamma_0^2\sinh(2\Gamma_0 x_1)\; = 0,$$

avec les solutions

$$(36)\quad \delta'_1 = u\frac{\omega}{v_{00}},$$

$$(37)\quad \delta'_2 = \frac{u}{2}\frac{\omega}{v_{00}} + \sqrt{\frac{u^2}{4}\frac{\omega^2}{v_{00}^2} - \frac{a_0^2\,\Delta\Gamma_0\frac{\omega}{v_{00}}\sinh(2\Gamma_0 x_1)}{A}\frac{\omega}{v_{00}}};$$

$$(38)\quad \delta'_3 = \frac{u}{2}\frac{\omega}{v_{00}} - \sqrt{\frac{u^2}{4}\frac{\omega^2}{v_{00}^2} - \frac{a_0^2\,\Delta\Gamma_0\frac{\omega}{v_{00}}\sinh(2\Gamma_0 x_1)}{A}\frac{\omega}{v_{00}}},$$

avec

$$A = \Gamma_0 d + \frac{1}{2}\sinh(2\Gamma_0 d).$$

On trouve donc trois ondes, alors que si l'on néglige les effets de la charge d'espace, on n'en trouve que deux [1].

Les ondes dont la constante de propagation est représentée par les équations (37) et (38) sont identiques à celles de la théorie du T. P. O. M. sans charge d'espace.

Pour le cas particulier de $u = 0$, c'est-à-dire si la vitesse de phase de l'onde libre est la même que celle des électrons (cas du gain maximum sans tenir compte de la charge d'espace), les équations (36), (38) donnent

$$\delta'_1 = 0,$$

$$\delta'_2 = -\delta'_3 = j a_0 \Gamma_0\sqrt{\frac{\Gamma_0\Delta\sinh(2\Gamma_0 x_1)}{A}}.$$

On trouve, de la même façon, pour la seconde approximation, en remplaçant δ par $\delta' + \delta''$ et en prenant les termes du 4[e] ordre dans l'équation (34) :

$$\delta'' = -\frac{W}{V},$$

avec

$$V = A\left(-u^2 + 4u\delta'\frac{v_{00}}{\omega} - 3\delta'^2\frac{v_{00}^2}{\omega^2}\right) - \frac{v_{00}}{\omega}a_0^2\Gamma_0\Delta\sinh(2\Gamma_0 x_1),$$

$$\begin{aligned}W = \delta'^2\Big(&-u^2 d\cosh^2(\Gamma_0 d) - \frac{v_{00}}{\omega}a_0^2\Gamma_0^2\Delta(2x_1 - d)\cosh(\Gamma_0 x_1)\\ &+ a_0^2\frac{v_{00}}{\omega}\Gamma_0\Delta\big[\cosh(\Gamma_0 d)\sinh[\Gamma_0(d-2x_1)]\\ &\qquad - \sinh(2\Gamma_0 x_1)\big]\Big)\\ &+ \delta' u a_0^2\Delta\Big((2x_1 - d)\Gamma_0^2\cosh(2\Gamma_0 x_1)\\ &\qquad - \Gamma_0\big[\cosh(\Gamma_0 d)\sinh[\Gamma_0(d-2x_1)] - \sinh 2\Gamma_0 x_1\big]\Big)\\ &+ 2\delta_1'^2 u\frac{v_{00}}{\omega}d\cosh^2(\Gamma_0 d)\\ &- \delta_1^4\frac{v_{00}^2}{\omega^2}d\cosh^2(\Gamma_0 d) - a_0^4\Delta\Gamma_0^2\sinh^2(\Gamma_0 x_1).\end{aligned}$$

Pour le cas $u = 0$, avec l'hypothèse suivant laquelle $\Gamma_0\Delta$ est petit devant l'unité, et en remplaçant δ' par ses valeurs (36), (38), on a

$$(39)\qquad \delta''_1 = -\frac{a_0^2\Gamma_0}{2}\,\mathrm{tgh}\,\Gamma_0 x_1.$$

$$(40)\qquad \delta''_2 = \delta''_3 = \frac{a_0^2\Gamma_0}{4}\,\mathrm{tgh}\,\Gamma_0 x_1.$$

Donc, en deuxième approximation, la charge d'espace n'a d'influence que sur la partie réelle de Γ. Le gain du T. P. O. M. n'est pas modifié. Pour l'étude de la troisième approximation δ''', l'équation (34) donne, pour $u = 0$ et $\Gamma_0\Delta$ petit devant l'unité

$$(41)\quad \delta'''_1 = 0.$$

$$(42)\quad \delta'''_2 = -\delta'''_3 = j\frac{3}{32}a_0^3\Gamma_0\,\mathrm{tangh}^2(\Gamma_0 x_1)\sqrt{\frac{1}{\Delta\Gamma_0\sinh 2(\Gamma_0 x_1)}} = j\frac{3}{2}\frac{\delta''^2_2}{|\delta'_2|}.$$

Les facteurs δ'_2 et δ'''_2 agissent donc dans le même sens; autrement dit, le gain augmente avec la densité de la charge continue, mais cette augmentation est négligeable, comme l'indique l'exemple numérique suivant :

$I_0 = 1\ \mathrm{A : cm.}$ $\qquad V_0 = 2\,000\ \mathrm{V.}$

$\Gamma_0 = 6{,}66\ \mathrm{cm^{-1}}.\qquad d = 0{,}3\ \mathrm{cm}.\qquad x_1 = \frac{d}{2},$

$\Delta = 0{,}06\ \mathrm{cm}.\qquad \lambda = 25\ \mathrm{cm}.$

$\delta'_2 = j\,0{,}96\ \mathrm{cm^{-1}}.\qquad \delta''_2 = 0{,}285\ \mathrm{cm^{-1}}.\qquad \delta'''_2 = j\,0{,}127\ \mathrm{cm^{-1}};$

δ'''_2 est donc approximativement le 1/10[e] de δ'_2. Dans les tubes actuels, la densité du courant est même plus petite que dans l'exemple ci-dessus, δ'''_2 est donc encore plus petit.

---

[1] L'équation qui, dans les articles ayant pour références [1] et [2], détermine la constante de propagation, contient, au lieu du facteur $\frac{1}{X}$, la résistance de couplage $R_c = \frac{E_v E_v^\star}{2P}$ (P, puissance traversant la ligne). Si l'on calcule pour le système de la figure 3 la grandeur, en l'absence du faisceau et si l'on introduit les valeurs pratiques (courant, tension, etc.), on trouve que les équations (37) et (38) sont identiques à celles des théories sans charge d'espace. Notons que la formule de la constante de propagation dans la référence [2] n'est correcte qu'à un facteur 2 près, corrigé dans l'article cité sous [1].

Cas b. — $|\Gamma\Delta| \ll 1$ et $|\omega_r| \gg |\omega_r - \Gamma v_{00}|$.

Ce cas est celui d'un faisceau rectiligne pour lequel la condition de Brillouin [équation (2)] est remplie. Pour que la constante de propagation de l'onde forcée Γ soit peu différente de celle de l'onde libre, on doit supposer que $\Gamma_0\Delta$ est très petit devant l'unité. Dans le cas *a*, il était nécessaire que les champs H. F. ne varient pas beaucoup dans la section du faisceau; en pratique, on peut donc admettre une valeur $|\Gamma\Delta| \leq \frac{1}{4}$ sans restreindre la portée des résultats. Dans le cas *b*, la condition $|\Gamma\Delta| \ll 1$ est plus limitative, mais elle est nécessaire pour que l'équation (32) soit résolvable par des méthodes algébriques.

Avec les hypothèses citées ci-dessus, on a donc, comme base de départ, l'équation (33) et avec

$$\Gamma = \Gamma_0 + \delta \qquad |\delta| \ll \Gamma_0,$$

on prend, dans le développement de la relation (34), les termes jusqu'au 3e ordre, d'où une équation du troisième degré :

$$(43) \qquad \begin{aligned} &-\delta\left(u - \delta\frac{v_{00}}{\omega}\right)^2 \Gamma \\ &+ \left(u - \delta\frac{v_{00}}{\omega}\right) a_0^2\Gamma_0^2\Delta\sinh(2\Gamma_0 x_1) \\ &\qquad - a_0^4\Gamma_0^2\Delta\sinh^2(\Gamma_0 x_1) = 0. \end{aligned}$$

L'équation (43) donne, pour la partie imaginaire de γ,

$$\overline{\gamma} = \gamma_0\frac{\sqrt{3}}{2}\left\{\sqrt[3]{-\frac{A}{2} + \frac{\beta}{6} - \frac{\beta^3}{27} + \frac{1}{\sqrt{27}} \times\sqrt{\beta^3 A - \frac{\beta^2}{4} - \frac{9}{2}A\beta + \frac{27}{4}A^2 + 1}} - \sqrt[3]{-\frac{A}{2} + \frac{\beta}{6} - \frac{\beta^3}{27} - \frac{1}{\sqrt{27}} \times\sqrt{\beta^3 A - \frac{\beta^2}{4} - \frac{9}{2}A\beta + \frac{27}{4}A^2 + 1}}\right\}$$

avec

$$A = \frac{a_0^2\Gamma_0\,\mathrm{tgh}(\Gamma_0 x_1)}{2\gamma_0}, \qquad \beta = \frac{u\Gamma_0}{\gamma_0} \qquad (\gamma_0 = |\delta_2'| \text{ pour } u = 0 \text{ et } a_0^2 \ll 1),$$

En figure 4, on a tracé $\frac{\overline{\gamma}}{\gamma_0}$ en fonction de β, avec A comme paramètre : γ_0 est la partie imaginaire de δ_2' lorsque a_0^2 est petit et $u = 0$, c'est-à-dire lorsque les effets de charge d'espace sont négligeables et quand la vitesse de l'onde libre est égale à celle des électrons. γ_0 est donnée par

$$\gamma_0 = a_0\Gamma_0\sqrt{\frac{\Gamma_0\Delta\sinh(2\Gamma_0 x_1)}{4}}.$$

D'après ces résultats, le gain du T. P. O. M. est accru par les effets de la charge d'espace; pour de grandes densités de courant I_0, il est proportionnel à $I_0^{\frac{2}{3}}$ et pour de petites densités, il croît avec $I_0^{\frac{1}{3}}$. Le maximum de gain est obtenu lorsque la vitesse de phase de l'onde libre est égale à la vitesse des électrons.

Le comportement du T. P. O. M. est donc différent de celui du tube à propagation d'onde type Kompfner-Pierce : dans ce dernier, en effet, le gain est réduit par les effets de la charge d'espace et, pour les grandes densités de celle-ci, il est maximum lorsque la vitesse des électrons est plus grande que la vitesse de l'onde libre.

Cas c. — $\Omega_0^2 \ll \omega_r^2$. La condition de l'équation (6) n'est pas remplie.

Ce cas a été traité dans l'article cité sous la référence [19]. Dans l'équation (32), les termes avec a^2 deviennent alors finis si

$$b = \left(1 - \Gamma\frac{v_{00}}{\omega}\right) \to 0$$

ou

$$a^2 = \frac{\Omega_0^2\omega_r}{\left[\omega_r^2 - \left(\omega - \Gamma\frac{v_{00}}{\omega}\right)^2\right]\omega} \to \infty,$$

c'est-à-dire si la vitesse de l'onde forcée est à peu près égale à la vitesse des électrons ($b \to 0$), ou si [1]

$$\omega_r^2 \sim \left(\omega - \Gamma\frac{v_{00}}{\omega}\right)^2.$$

5. Deuxième Partie : La densité de la charge d'espace n'est pas compensée par des ions.

5.1. Les champs H. F. d'après la méthode quasi stationnaire. — Si la densité de la charge d'espace n'est pas compensée par celle des ions, les trajectoires statiques sont données par

$$x = x_0, \qquad y = v_0 t,$$

avec, d'après l'équation (5),

$$(45) \qquad v_0 = v_0' + \frac{\Omega_0^2}{\omega_r}x.$$

(1) Cette condition introduit deux ondes nouvelles, s'ajoutant à celles qui ont été calculées ci-dessus; leurs constantes de propagation sont purement réelles, c'est-à-dire qu'elles ne sont ni amplifiées, ni atténuées. Le calcul de ces ondes n'est pas reproduit ici, parce qu'elles ne présentent pas d'intérêt direct pour le problème traité (elles ne sont nécessaires que pour remplir les conditions à l'entrée du tube); néanmoins, il doit être noté qu'elles peuvent jouer un rôle important, si différents modes de propagation existent dans la ligne à retard et si, à l'un de ces modes, correspond une vitesse de phase approximativement égale à celles de l'une de ces ondes supplémentaires.

et, d'après l'équation (4),

$$E_0 = E_{00} - \frac{\rho_0}{2\varepsilon_0}\left[2(x_1+\Delta) - \frac{\Delta(2x_1+\Delta)}{d}\right] + \frac{\rho_0}{\varepsilon_0}x$$

$$= E'_0 + \frac{\rho_0}{\varepsilon_0}x.$$

Pour calculer le cas dynamique, on utilise une méthode quasi stationnaire. Cette méthode a été utilisée par Pierce [14] pour calculer les champs dans les lignes à retard, et par Lenz [15] pour calculer les vibrations propres des hélices. Si $c^2 \gg v_0^2$, où v^2 est la vitesse des ondes se propageant le long de la ligne à retard, les champs électriques sont des dérivées d'un potentiel scalaire

$$\varphi = \varphi(x)\, e^{j(\omega t - \Gamma y)}. \tag{46}$$

Dans les régimes I et III de la figure 3, φ est la solution de l'équation de Laplace

$$\frac{d^2\varphi}{dx^2} - \Gamma^2\varphi = 0$$

et a donc comme solutions :

dans l'espace I ($\varphi = 0$ pour $x = 0$),

$$\varphi = A_1 \sinh(\Gamma x); \tag{47}$$

dans l'espace III,

$$\varphi = A_3 e^{\Gamma x} + B_3 e^{-\Gamma x}. \tag{48}$$

La région IV est un système de Lecher, entre deux segments, le courant et le potentiel, sont donnés par ($\varphi = 0$ pour $x = l$),

$$\varphi = \Delta V \sin k(l - x), \tag{49}$$

$$I = -\frac{k\,\Delta V}{j\omega L}\cos k(l - x), \qquad k = \frac{\omega}{c}, \tag{50}$$

L, inductivité/cm $= \mu_0 \dfrac{b}{h}$;

b, largeur d'une vanne dans la direction y;

h, largeur d'une vanne dans la direction z.

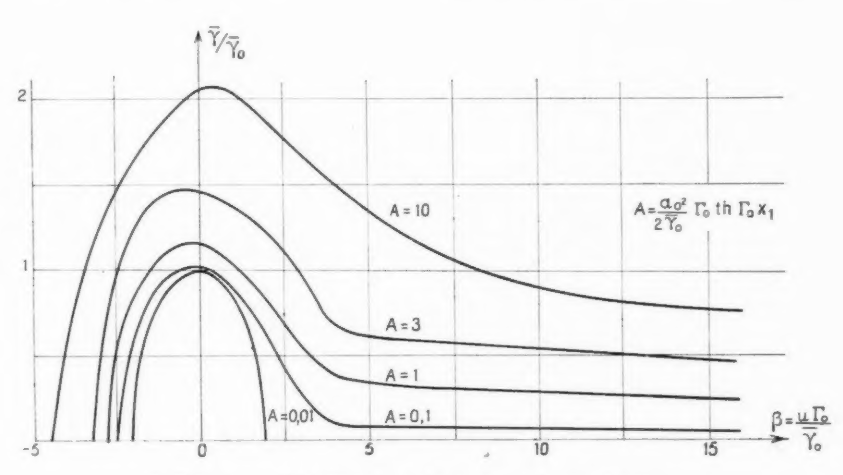


Fig. 4. — Variation du gain avec la charge d'espace.

Abscisse : vitesse des électrons normalisée; *ordonnée :* partie réelle de la constante de propagation normalisée; *paramètre :* densité de la charge électronique normalisée.

Si la longueur d'onde dans le système $\Lambda = \dfrac{2\pi v_0}{\omega}$ est grande devant la largeur b, on a, d'après l'équation (46),

$$\Delta V = -j\Gamma b V e^{j(\omega t - \Gamma y)}. \tag{51}$$

Dans la région II (au sein du faisceau) les équations de départ sont :

a. Les équations de mouvement :

$$\delta\ddot{x} + \omega_c\,\delta\dot{y} = -\Omega_0^2\,\delta x - \frac{e}{m}\frac{\partial\varphi}{\partial x}e^{j\omega t - j\Gamma y}, \tag{52}$$

$$\delta\ddot{y} - \omega_c\,\delta\dot{x} = \frac{e}{m}j\Gamma\varphi\, e^{j\omega t - j\Gamma y}, \tag{53}$$

avec les solutions pour de petits signaux :

$$(54)\quad \delta x = -\frac{\frac{e}{m}}{\omega_r^2+\Omega_0^2-(\omega-\Gamma v_0)^2}\left[\frac{\omega_r}{\omega-\Gamma v_0}\Gamma\varphi+\frac{d\varphi}{dx}\right],$$

$$(55)\quad \delta y = -\frac{\frac{e}{m}}{\omega_r^2+\Omega_0^2-(\omega-\Gamma v_0)^2}\times\left[-j\frac{\omega_r}{\omega-\Gamma v_0}\frac{d\varphi}{dx}-j\Gamma\varphi\left(1-\frac{\Omega_0^2}{(\omega-\Gamma v_0)^2}\right)\right],$$

$$\times\left[j\Gamma\omega_r\varphi+j(\omega-\Gamma v_0)\frac{d\varphi}{dx}\right],$$

$$(56)\quad \delta v_x = -\frac{\frac{e}{m}}{\omega_r^2+\Omega_0^2-(\omega-\Gamma v_0)^2}\times\left[d\Gamma\omega_r\varphi-j(\omega-\Gamma v_0)\frac{d\varphi}{dx}\right],$$

$$(57)\quad \delta v_y = -\frac{\frac{e}{m}}{\omega_r^2+\Omega_0^2-(\omega-\Gamma v_0)^2}\times\left[\omega_r\frac{d\varphi}{dx}+\Gamma\varphi\left(\omega-\Gamma v_0-\frac{\Omega_0^2}{\omega-\Gamma v_0}\right)\right].$$

b. L'équation de la conservation de l'électricité

$$\operatorname{div}\rho\mathbf{v} = -\frac{d\rho}{dt}$$

ou

$$(58)\quad \rho_0\left(\frac{d\,\delta v_x}{dx}-j\Gamma\,\delta v_y\right) = -j(\omega-\Gamma v_0)\rho_\sim.$$

c. L'équation de Poisson

$$(59)\quad \frac{d^2\varphi}{dx^2}-\Gamma^2\varphi = \frac{\rho_\sim}{\varepsilon_0}.$$

Avec les équations (56), (58), en tenant compte que v_0 est une fonction de x, les équations (45) et (59) donnent

$$(60)\quad \frac{d^2\varphi}{dx^2}\left(1-\frac{\Omega_0^2}{\omega_r^2+\Omega_0^2-(\omega-\Gamma v_0)^2}\right)$$
$$+\Gamma\frac{d\varphi}{dx}\Omega_0^4\frac{\left[\frac{1}{\omega-v_0\Gamma}+\frac{2(\omega-v_0\Gamma)}{\Omega_0^2+\omega_r^2-(\omega-\Gamma v_0)^2}\right]}{\omega_r[\omega_r^2+\Omega_0^2-(\omega-\Gamma v_0)^2]}$$
$$-\Gamma^2\varphi\left[1+\frac{\Omega_0^4}{\omega_r^2+\Omega_0^2-(\omega-\Gamma v_0)^2}\frac{1}{(\omega-\Gamma v_0)^2}\right.$$
$$-\frac{\Omega_0^2}{\omega_r^2+\Omega_0^2-(\omega-\Gamma v_0)^2}$$
$$\left.-\frac{2\Omega_0^4}{\omega_r^2[\omega_r^2+\Omega_0^2-(\omega-\Gamma v_0)^2]}\right] = 0.$$

En admettant la condition de l'équation (6) et en posant

$$(61)\quad 1-\frac{\Gamma v_0}{\omega} = 1-\frac{\Gamma v_0'}{\omega}-\Gamma\frac{\Omega_0^2}{\omega\omega_r}x = z,$$

on obtient

$$(62)\quad \frac{d^2\varphi}{dz^2}-\frac{\Omega_0^2}{\omega_r^2}\frac{1}{z}\frac{d\varphi}{dz}-\frac{\omega^2\omega_r^2}{\Omega_0^4}\left[1-\frac{2\Omega_0^4}{\omega_r^2(\omega_r^2+\omega_0^2)}+\frac{\Omega_0^4}{\omega^2\omega_r^2}\frac{1}{z^2}\right]\varphi = 0,$$

avec la solution

$$(63)\quad \varphi = z^\alpha Z_p(\beta z),\qquad Z_p = A_2J_p(\beta z)+B_2H_p^1(\beta z).$$

J_p et H_p^1 sont des fonctions de Bessel :

$$\alpha = \frac{1}{2}\left(1+\frac{\Omega_0^2}{\omega_r^2}\right),$$

$$(64)\quad \begin{cases}\beta = j\dfrac{\omega\omega_r}{\Omega_0^2}\sqrt{1-\dfrac{2\Omega_0^4}{\omega_r^2(\omega_r^2+\Omega_0^2)}},\\[2mm] p = \sqrt{\dfrac{1}{4}\left(1+\dfrac{\Omega_0^2}{\omega_r^2}\right)+1}.\end{cases}$$

5.2. Le raccordement des champs d'après la méthode quasi stationnaire. — Le raccordement des champs [équations (47), (49) et (63)] détermine la constante de propagation Γ.

On a :

pour $x = x_1$,

$$\varphi_{\rm I} = \varphi_{\rm II}.$$

et, comme dans le paragraphe 4,

$$\frac{d\varphi_{\rm I}}{dx} = \frac{d\varphi_{\rm II}}{dx}-\frac{\rho_0}{\varepsilon_0}\delta x_1.$$

pour $x = x_2 = x_1+\Delta$,

$$\varphi_{\rm III} = \varphi_{\rm II}.$$

et

$$\frac{d\varphi_{\rm III}}{dx} = \frac{d\varphi_{\rm II}}{dx}-\frac{\rho_0}{\varepsilon_0}\delta x_2;$$

pour $x = d$, on a

$$\varphi_{\rm III} = \varphi_{\rm IV}.$$

Le champ $\frac{d\varphi_{\rm III}}{dx}$ est compensé par des charges sur les segments des vannes. Ces charges se déterminent de la manière suivante : le courant de l'équation (50) a pour $x = d$ une forme qui est représentée par les flèches de la figure 5. On remplace ce courant/cm par un courant superficiel/cm i dans dans la direction y (les flèches pointillées de la figure 5), i est, d'après les équations (50) et (51),

$$i = -j\frac{\Gamma bK}{\omega L}V_0\cos K(l-d)\,e^{j(\omega t-\Gamma y)},$$

et donne, d'après l'équation de la conservation de l'électricité, la charge superficielle pour $x = d$,

$$\sigma = \frac{\Gamma^2 bKV}{\omega^2 Lh}\cos K(l-d) = \frac{\Gamma^2\varepsilon_0 V}{K}\cos K(l-d).$$

On a donc comme deuxième condition aux limites pour $x = d$,

$$\frac{d\varphi_{\rm III}}{dx} = \frac{\Gamma^2 V}{K}\cos K(l-d).$$

Le raccordement des quatre régions de l'espace de décharge donne une équation transcendante pour Γ de la forme

$$\frac{D_0 \sinh[\Gamma(x_1-d)] + D_1 \cosh[\Gamma(x_2-d)]}{D_0 \cosh[\Gamma(x_1-d)] + D_1 \sinh[\Gamma(x_2-d)]} = \frac{\dfrac{\Omega_0^2}{\omega\omega_r}\dfrac{1}{z_2}\left(\dfrac{\omega_r^2}{\omega_r^2+\omega_0^2}-\alpha\right)D_2 - \dfrac{\beta\Omega_0^2}{\omega\omega_r}D_3}{D_2} \tag{65}$$

avec

$$D_0 = \sin K(l-d),$$
$$D_1 = \frac{\Gamma}{K}\cos(l-d),$$
$$D_2 = H_p^1(\beta z_2) - MJ_p(\beta z_2),$$
$$D_3 = H_p^{1\prime}(\beta z_2) - MJ'_p(\beta z_2).$$

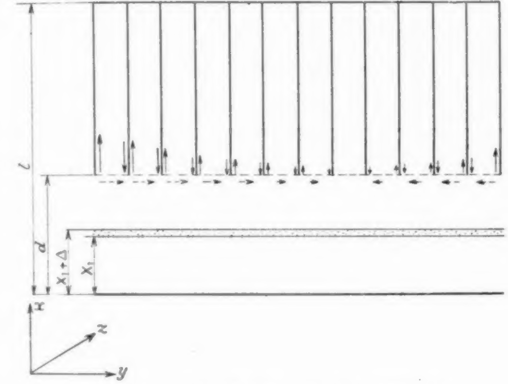


Fig. 5. — Les charges sur les segments sont remplacées par une charge superficielle sur l'anode.

$$M = \frac{\left\{\begin{aligned} & H_p^1(\beta z_1)\operatorname{cotg}\Gamma x_1 \\ & \quad - \frac{\Omega_0^2}{\omega\omega_r z_1}\left(\frac{\omega_r^2}{\omega_r^2+\Omega_0^2}-\alpha\right)H_p^1(\beta z_1) \\ & \quad + \beta\frac{\Omega_0^2}{\omega\omega_r}H_p^{1\prime}(\beta z_1)\end{aligned}\right\}}{\left\{\begin{aligned} & J_p(\beta z_1)\operatorname{cotg}\Gamma x_1 \\ & \quad - \frac{\Omega_0^2}{\omega\omega_r z_1}\left(\frac{\omega_r^2}{\omega_r^2+\Omega_0^2}-\alpha\right)J_p(\beta z_1) \\ & \quad + \beta\frac{\Omega_0^2}{\omega\omega_r}J'_p(\beta z_1)\end{aligned}\right\}}. \tag{66}$$

Les équations (61), (64)-(66) déterminent Γ. Si $l-d=0$, on a le cas d'un faisceau se mouvant dans des champs électrique et magnétique croisés. Si $(l-d) \neq 0$ et si la vitesse des électrons est égale ou approximativement égale à la vitesse de phase de l'onde libre, on a le cas du T. P. O. M.

5.3. Calcul de Γ si $l-d=0$. — On se restreint au cas $|\Gamma\Delta| \ll 1$ et l'on remplace x_2 par $x_1+\Delta$ avec $\Delta \ll x_1$.

En utilisant des formules relatives aux fonctions de Bessel,

$$H_p^{1\prime}(\beta z)J''_p(\beta z) - J'_p(\beta z)H_p^{1\prime\prime}(\beta z)$$
$$= \left(1-\frac{p^2}{\beta^2 z^2}\right)[H_p^1(\beta z)J'_p(\beta z) - J_p(\beta z)H_p^{1\prime}(\beta z)]$$

et

$$H_p^1(\beta z)J''_p(\beta z) - J_p(\beta z)H_p^{1\prime\prime}(\beta z)$$
$$= \frac{1}{\beta z}[H_p^{1\prime}(\beta z)J_p(\beta z) - J'_p(\beta z)H_p^1(\beta z)],$$

le développement de l'équation (65) donne

$$\begin{aligned} 0 = {} & \operatorname{cotgh}(\Gamma x_1) - \operatorname{cotgh}[\Gamma(x_1-d)] \\ & - \Delta\Gamma\Big[1 + \operatorname{cotgh}[\Gamma(x_1-d)]\operatorname{cotgh}(\Gamma x_1) \\ & \qquad - \operatorname{cotgh}^2[\Gamma(x_1-d)] + \frac{\beta^2\Omega_0^4}{\omega^2\omega_r^2}\Big] \\ & + \frac{1}{z_1}\frac{\Omega_0^2}{\omega\omega_r}\Delta\Gamma\left(\frac{\omega_r^2}{\omega_r^2+\Omega_0^2}-\alpha\right) \\ & \quad \times\Big[\operatorname{cotgh}(\Gamma x_1) + \operatorname{cotgh}[\Gamma(x_1-d)]\Big] \\ & + \frac{\Omega_0^2}{\omega\omega_r}\frac{\Delta\Gamma}{z_1}\operatorname{cotgh}(\Gamma x_1) \\ & + \frac{1}{z_1^2}\Delta\Gamma\frac{\Omega_0^4}{\omega^2\omega_r^2}\left[p^2 - \left(\frac{\omega_r^2}{\omega_r^2+\Omega_0^2}-\alpha\right)^2\right]. \end{aligned} \tag{67}$$

L'équation (67) ne contient plus de fonctions de Bessel. Les ondes susceptibles d'exister dans le dispositif ont approximativement la même vitesse que les électrons. Donc z est petit et dans les termes des fonctions hyperboliques, on peut remplacer Γ par $\Gamma_0 = \frac{\omega}{v_0}$ et l'on a, pour la partie imaginaire $\bar{\gamma}$ de Γ, si Ω_0 est petit devant ω_r et $|\Delta\Gamma| \ll 1$,

$$\bar{\gamma}_1 = \frac{\Omega_0^2}{\omega_r v_{00}}\sqrt{\frac{\Delta\Gamma}{2\big[\operatorname{cotgh}(\Gamma_0 x_1) - \operatorname{cotgh}[\Gamma_0(x_1-d)]\big]}}. \tag{68}$$

Si $\Omega_0 = \omega_r$ (condition de Brillouin) et $|\Delta\Gamma_0| \ll 1$,

$$\bar{\gamma}_2 = \frac{\omega_r}{v_{00}}\sqrt{\frac{7}{4}\,\frac{\Delta\Gamma_0}{\operatorname{cotgh}(\Gamma_0 x_1) - \operatorname{cotgh}[\Gamma(x_1-d)]}}. \tag{69}$$

Donc, des ondes amplifiées existent dans un faisceau se mouvant entre deux plaques perpendiculaires aux champs électrique et magnétique croisés [1]. Il s'ensuit qu'un tel dispositif n'est pas stable : il n'existe pas de faisceau rectiligne et laminaire dans des champs électrique et magnétique croisés. C'est ce que Alfvén et ses collaborateurs ont trouvé pour le tube trochotron [16], dans lequel on utilise le mouvement épicycloïdal des électrons au sein de champs électrique et magnétique croisés; pour ce tube, l'expérience montre qu'il existe, d'une part un courant

(1) Un calcul simplifié, non publié, de G. Convert donne, à peu près, le même résulat que l'équation (69).

anodique, même pour un champ magnétique très fort, d'autre part un bruit très important. Le courant et le bruit augmentent proportionnellement à $e^{\bar{\gamma}_i y}$ (y, distance) et d'après les mesures, on a

$$\bar{\gamma}_i \sim \frac{I_0 B_0^2}{V_0^{\frac{3}{2}}}.$$

Or, si l'on prend les valeurs pratiques, l'équation (68) donne

$$\bar{\gamma}_1 \sim \frac{I_0 B_0^{\frac{3}{2}}}{V_0^{\frac{3}{2}}},$$

si $x_1 \frac{\omega}{v_0}$ et $(d-x)\frac{\omega}{v_0}$ sont grands et

$$\bar{\gamma}_1 \sim \frac{I_0 B_0^2}{V_0^3},$$

si $x_1 \frac{\omega}{v_0}$ et $(d-x_1)\frac{\omega}{v_0}$ sont petits. On peut donc admettre que la théorie développée précédemment explique même quantitativement certaines observations faites avec le trochotron.

Il est à noter, d'autre part, que les résultats des mesures de Alfvén et de ses collaborateurs justifient la simplification, faite dans le paragraphe 2, qui consiste à remplacer, pour la première approximation du mouvement, les trajectoires trochoïdales par des trajectoires rectilignes.

Enfin, il doit être mentionné que l'effet d'amplification précité paraît pouvoir être exploité directement dans de nouveaux tubes électroniques à champs croisés, caractérisés par le fait qu'ils ne comporteraient aucun circuit passif et dont le fonctionnement reposerait sur l'existence d'ondes de charge d'espace allant en s'accentuant le long de la décharge [2].

5.4. Calcul de Γ pour $(l-d) \neq 0$. — Si $\Gamma\Delta \ll 1$, l'équation (65) donne en première approximation

$$(70)\quad \coth(\Gamma x_1) - P - \Delta\Gamma\left[P\coth(\Gamma x_1) + \frac{5^2\Omega_0^2}{\omega\omega_r}\right] + \frac{\Delta\Gamma}{1-\Gamma\frac{v_0}{\omega}}\frac{\Omega_0^2}{\omega\omega_r}\Big)\Big]\left(1+\frac{\omega_r^2}{\omega_r^2+\Omega_0^2}-2\right)\coth(\Gamma x_1) + P\left(\frac{\omega_r^2}{\omega_r^2+\Omega_0^2}-2\right)\Big] + \frac{\Delta\Gamma\Omega_0^4}{\omega^2\omega_r^2}\frac{1}{\left(1-\Gamma\frac{v_0}{\omega}\right)^2}\left[P^2-\left(\frac{\omega_r^2}{\omega_r^2+\Omega_0^2}-2\right)^2\right] = 0$$

avec

$$P = \frac{\left\{\begin{array}{l}\sin K(l-d)\sinh\Gamma(x_2-d)\\ \quad+\frac{\Gamma}{K}\cos K(l-d)\cosh[\Gamma(x_2-d)]\end{array}\right\}}{\left\{\begin{array}{l}\sin K(l-d)\cosh\Gamma(x_2-d)\\ \quad+\frac{\Gamma}{K}\cos K(l-d)\sinh[\Gamma(x_2-d)]\end{array}\right\}}$$

$$(x_2 = x_1 + \Delta).$$

Comme dans le paragraphe 5, posons

$$\Gamma = \Gamma_0 + \delta,$$

où Γ_0 est déterminé par l'équation (33). Pour $\Omega_0^2 \ll \omega_r^2$ et $\Gamma_0\Delta \ll 1$, on obtient

$$(71)\quad -\delta\left(u-\frac{\delta v_0}{\omega}\right)^2[A+\delta d\cosh^2(\Gamma_0 d)] + \left(u-\frac{\delta v_0}{\omega}\right)a_0^2\Gamma_0^2\Delta\sinh(\Gamma_0 x_1) + a_0^4\Gamma_0^2\Delta\sinh^2(\Gamma_0 x_1) = 0.$$

Les notations étant les mêmes, cette équation est à peu près identique à l'équation (34), si l'on néglige des termes $\Delta\Gamma_0\delta$, mais le signe du dernier terme a changé. En première approximation, on obtient, pour δ, les valeurs données par les équations (36) - (38) et en deuxième approximation, avec $u = 0$, on a

$$(72)\quad \delta''_1 = \frac{a_0^2}{2}\Gamma_0\tanh(\Gamma_0 x_1),$$

$$(73)\quad \delta''_2 = \delta''_3 = -\frac{a_0^2}{4}\Gamma_0\tanh(\Gamma_0 x_1).$$

La comparaison des relations (72) et (73) avec les équations (39) et (40) montre, qu'en seconde approximation, les termes correspondant aux effets de la charge d'espace ont des valeurs égales, mais de signes contraires; ceci montre, qu'en pratique, ces effets sont donc négligeables, même si la charge d'espace continue due aux électrons n'est pas compensée par celle des ions.

6. Conclusion.

Théoriquement, dans le cadre des hypothèses faites, la charge d'espace électronique dans le T. P. O. M. ne perturbe donc pas le fonctionnement prévu lorsque l'on n'en tient pas compte. Ce résultat a été établi pour une structure particulière (circuits « à vannes »), mais on doit s'attendre à ce qu'il reste valable pour une ligne à retard quelconque, puisque les équations obtenues pour l'espace de décharge sont indépendantes du type de circuit et que, seules, les conditions de raccordement peuvent différer avec celui-ci [seules, les constantes des équations (32) et (70) étant modifiées].

---

[2] Certains moyens de mise en œuvre technique correspondant à ce principe ont été proposés dans la demande de brevet français déposé le 23 février 1949 sous le numéro provisoire 568 163.

La principale restriction à la théorie développée est l'hypothèse simplificatrice d'un faisceau laminaire, mais, jusqu'à présent, il n'a pas été possible aux auteurs de prendre en considération le mouvement relatif des électrons pour la détermination des effets de la charge d'espace.

L'étude d'un cas particulier, traité dans le paragraphe 8 et où la ligne à retard est remplacée par une plaque métallique, montre qu'il peut y avoir dans le système étudié des ondes amplifiées directement; ces ondes permettent d'expliquer quantitativement les observations faites au sujet du courant anodique et du bruit dans le trochotron. Dans ce tube, les trajectoires sont des trochoïdes avec une grande amplitude du mouvement relatif et les résultats expérimentaux, obtenus à son sujet, semblent justifier l'hypothèse suivant laquelle le mouvement relatif des électrons peut être négligé.

Le calcul effectué ne donne que des explications qualitatives à la divergence entre les résultats de l'expérience et ceux de la théorie classique pour le magnétron. Comme le montrent les équations (68) et (69), la partie imaginaire γ de la constante de propagation Γ est nulle si le faisceau touche une des parois. Dans ce cas, il n'y a plus d'ondes amplifiées; or, dans le « single stream state » de Brillouin, le courant électronique touche toujours la cathode. De plus, les conditions aux limites dans un magnétron sont : φ et $\frac{d\varphi}{dx}$ nuls à la cathode (φ étant le potentiel); conditions qui ne sont pas envisagées dans le présent travail. Les résultats de celui-ci indiquent donc seulement qu'il est probable que le « single stream state » de Brillouin manque de stabilité. Compte tenu de cette cette différence dans les conditions aux limites le phénomène d'une amplification des ondes de charge d'espace, dans des champs électrique et magnétique croisés, rend compte des effets encore inexpliqués qui sont indiqués dans le paragraphe 1. L'étude montre que la charge d'espace n'est stable que si le faisceau touche l'anode : il y a alors un courant anodique et des électrons dans tout l'espace de décharge.

D'autre part, dans le magnétron cylindrique, même sans fentes, une perturbation partie d'un point quelconque est amplifiée et revient à ce point avec une amplitude plus grande; il y existe donc toujours des oscillations. Leur fréquence dépend du temps de transit du faisceau autour de la cathode et, en accord avec l'observation ([17, 18]), la longueur d'onde correspondante est proportionnelle à $\frac{B}{V_0}$.

Pour terminer, les auteurs insistent sur le fait que les calculs effectués au cours de cette étude ne tiennent pas compte des conditions aux limites correspondant au magnétron ordinaire et que les conclusions que l'on peut en tirer pour le comportement de ce tube ne sont que qualitatives.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] R. Warnecke, W. Kleen, A. Lerbs, O. Doehler et H. Huber, *The magnetron type traveling-wave amplifier tube* (*P. I. R. E.*, mars 1950).

[2] J. Brossart et O. Doehler, *Les propriétés des tubes à champ magnétique constant* (*Annales de Radioélectricité*, t. 3, 1948, p. 328).

[3] L. Brillouin, *La théorie du magnétron* (*Journ. de Physique et le Radium*, t. 8, 1940, p. 233); *Theory of the magnetron* (*Phys. Rev.*, septembre 1941, p. 385, août 1942, p. 166, février 1943, p. 127).

[4] A. F. Harvey, *High frequency thermoionic tubes*, London, 1946, Chap. V.

[5] E. G. Linder, *Excess energy electrons and electron motion in high vacuum tubes* (*P. I. R. E.*, t. 26, 1938, p. 346).

[6] W. Engbert, *Die Potentialverteilung im Magnetron* (*Hochfrequenz-techn. u. Elak*, t. 51, 1938, p. 44).

[7] D. Reverdin, *Electron optical exploration of space charge in a cut-off magnetron* [*J. Appl. Phys.* (sous presse)].

[8] E. Selzer, *Bruit de fond et oscillations à fréquences musicales observés dans les magnétrons* (*C. R. Acad. Sc.*, t. 218, 1944, p. 589).

[9] G. B. Collins, *Microwave magnetrons* (*M. I. T.*, 1949).

[10] O. Doehler, *Sur les propriétés des tubes à champ magnétique constant* (*Annales de Radioélectricité*, t. 3, janvier 1948, p. 1).

[11] R. Warnecke, O. Doehler et W. Kleen, *Amplification d'ondes électromagnétiques par interaction des flux électroniques se déplaçant dans des champs électrique et magnétique croisés* (*C. R. Acad. Sc.*, t. 229, octobre 1949, p. 709).

[12] O. Bunemann, *Generation and amplification of waves in dense charged beams under crossed fields* (*Nature*, t. 165, 25 mars 1950).

[13] L. BRILLOUIN, *Wave guides for slow waves* (*Journ. Appl. Phys.*, 19 novembre 1948).

[14] J. R. PIERCE, *Traveling-wave tubes* (*Bell Syst. Techn. Journ.*, t. 29, janvier 1950, p. 1, et avril 1950, p. 189).

[15] W. LENZ, *Berechnung der Eigneschwingungen einlagiger Spulen* (*Annales de Physique*, t. 45, 1914, p. 749).

[16] H. ALFVÉN, L. LINDBERG, K. G. MALMFORS, T. WALLMARK et E. ASTROEM, *Theory and application of trochotrons* (*Transactions of the Roy. Inst. of Technology*, Stockholm).

[17] O. DOEHLER et G. LUEDERS, *Die langwelligen Schwingungen im ungeschlitzten Magnetron* (*Hochfreq. Tech. Elektrakust*, t. 58, 1941, p. 29).

[18] E. DJAKOV et A. RAEV, *Die Elektronenschwingungen im geschlitzten Magnetron* (*Hochfreq. Tech. Elektrakust*, t. 61, 1943, p. 140).

[19] O. DOEHLER, J. BROSSART et G. MOURIER, *Sur la théorie du T. P. O. M. Extension de la théorie linéaire, les effets non linéaires et le rendement* (*Annales de Radioélectricité*, octobre 1950).

SUR LES PROPRIÉTÉS DES TUBES A CHAMP MAGNÉTIQUE CONSTANT

LES TUBES A PROPAGATION D'ONDE A CHAMP MAGNÉTIQUE

QUATRIÈME PARTIE.

EXTENSION DE LA THÉORIE LINÉAIRE, LES EFFETS NON LINÉAIRES ET LE RENDEMENT.

PAR O. DOEHLER, J. BROSSART
ET G. MOURIER,

Département Électronique du Centre de Recherches
de la Compagnie Générale de T. S. F.

SOMMAIRE. — *Les auteurs reprennent la théorie linéaire de tubes à propagation d'onde à champ magnétique constant en supprimant une des hypothèses faites dans l'article précédent. On trouve, dans ce cas, deux ondes supplémentaires qui ne sont ni amplifiées ni atténuées. Dans le calcul des effets non linéaires, la cause la plus importante est l'absorption de l'anode. La détermination du rendement montre qu'il est plus grand si la vitesse à laquelle est injecté le faisceau correspond à une tension petite devant celle de l'anode. Dans ce cas, l'expression du rendement prend une forme simple.* (C. D. U. 621.385.1.029.)

SUMMARY. — *The authors study again the linear theory of traveling-wave tubes with constant magnetic field without taking into consideration one of the assumptions made in the precedent issue.*
Two additional waves are found in that case, which are never amplified nor attenuated. By computing non linear effects, they point out that the essential fact is the absorption by the anode. The efficiency is then evaluated. When the electron beam is sent with a velocity small with respect to the anode voltage, its value is larger, and a simple expression can be found for it. (U. D. C. 621.385.1.029.)

1. Introduction.

Dans une publication précédente [1], Warnecke et Guénard ont indiqué, dans leurs grandes lignes, les propriétés d'un nouveau type d'amplificateur pour U.H.F., le tube à propagation d'onde à champ magnétique (T. P. O. M.). Les premiers résultats expérimentaux obtenus sur ces tubes ont été exposés dans [2].

Une des variantes, le T. P. O. M. plan, est représentée dans la figure 1, coupe très schématique perpendiculaire à la direction du champ magnétique B. Un canon électronique engendre un faisceau d'électrons F qu'on amène à se déplacer entre une ligne de propagation électromagnétique à retard L et une plaque P_2. L est portée à la haute tension du tube, la plaque P_2 étant à un potentiel voisin de celui de la cathode. L'espace dans lequel se déplace le faisceau est ainsi le siège d'un champ électrique et d'un champ magnétique constants et uniformes croisés; ils forment avec la direction de propagation un trièdre trirectangle.

On décompose généralement le mouvement des électrons dans ce cas en deux :

a. Un mouvement d'entraînement rectiligne uniforme dont la vitesse est perpendiculaire aux champs électrique E et magnétique B; la vitesse v_0 est donnée par le rapport $\frac{E}{B}$; il est caractérisé par l'équilibre entre la force exercée par le champ électrique et la force dûe au champ magnétique. *La vitesse d'équilibre v_0 est indépendante du potentiel du plan dans lequel se déplace l'électron.*

b. Par rapport à un système de référence doué

du mouvement d'entraînement, un mouvement relatif d'oscillation libre à deux dimensions dont la pulsation ω_r est définie uniquement par le champ magnétique et qui peut être évité par des conditions initiales convenables pour l'électron. Nous appellerons *optique idéale* un canon électronique qui produit un faisceau rectiligne et laminaire, c'est-à-dire d'où le mouvement relatif est éliminé, et nous nous limiterons à ce cas.

Sur la figure 1, le faisceau est extrait de la cathode C par une plaque positive P_1 portée à un potentiel inférieur à celui de L. Les électrons se déplacent à une vitesse très voisine de celle de l'onde guidée par la ligne à retard, de manière à rester sensiblement dans la même phase pendant tout leur transit dans le tube; le champ H. F. pro-

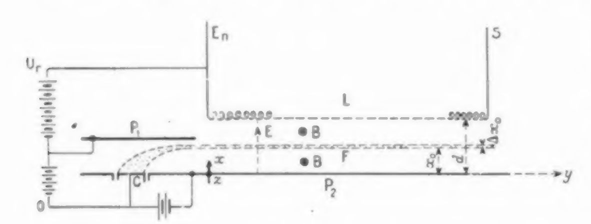


Fig. 1. — Éléments essentiels d'un T. P. O. M. (cas plan). L, ligne à retard (anode); En, entrée du circuit H. F.; S, sortie du circuit H. F.; E, champ électrique continu; B, champ magnétique continu; F, trajectoire statique du faisceau électronique.

voque un groupement progressif au sein du faisceau et emprunte de l'énergie aux électrons; ceux-ci seraient ralentis longitudinalement comme dans le tube à propagation d'onde si la présence du champ magnétique ne convertissait ce ralentissement longitudinal en un mouvement transversal qui les pousse continuellement vers la ligne, où le potentiel est plus élevé, tout en leur laissant pratiquement la même vitesse; ainsi, les électrons puisent dans le champ électrique continu de l'énergie, qu'ils ne conservent pas, mais qu'ils cèdent immédiatement au champ H. F.

On en déduit immédiatement une évaluation du rendement théorique maximum du tube si le faisceau est très mince. S'il entre dans le condensateur constitué par la plaque P_2 et la ligne L à un potentiel U_0 et si L est au potentiel U_p par rapport à la cathode, l'énergie cédée aux électrons dans l'espace de décharge est $e(U_p - U_0)$. Admettons que tous les électrons atteignent la ligne avec la vitesse initiale v_0 (si le signal est très petit, la vitesse communiquée par le champ H. F. est négligeable); le champ reçoit alors la totalité de l'énergie $e(U_p - U_0)$ et le rendement électronique est

$$\eta_{\mathrm{el}} = \frac{e(U_p - U_0)}{eU_p} = 1 - \frac{U_0}{U_p}.$$

Dans un condensateur plan, le potentiel croît linéairement avec la distance aux électrodes et l'on a donc

$$\eta_{\mathrm{el}} = 1 - \frac{x_0}{d},$$

x_0 étant la distance initiale du faisceau à la plaque P_2 et d la distance entre L et P_2, à condition que P_2 soit au potentiel de la cathode. Le rendement est ainsi lié d'une façon très simple aux caractéristiques géométriques du tube.

Contrairement à ce qui se passe dans le tube à ondes progressives linéaires, on peut donc transformer en énergie cinétique la presque totalité de l'énergie empruntée à la source de tension, pourvu que le faisceau passe suffisamment près de la plaque P_2 dans les conditions statiques.

En outre, l'expérience a montré qu'on pouvait aisément faire passer des courants assez importants dans l'espace de décharge. On a donc dans le T. P. O. M. un amplificateur à grande puissance de sortie et à grand rendement.

Les ordres de grandeur des données de fonctionnement sont telles que si l'on courbe un tube plan comme celui que nous avons décrit, en lui donnant un diamètre de l'ordre d'une demi-longueur d'onde, la force centrifuge à laquelle les électrons sont soumis est très petite devant les deux autres forces qui s'exerçaient primitivement sur lui dans le fonctionnement statique : on peut donc construire des T. P. O. M. circulaires qui ne présenteront que de minimes différences avec les tubes plans.

Une première étude théorique sur le T. P. O. M. a déjà paru dans cette revue [3]. Nous nous proposons de la compléter maintenant :

a. On s'était alors limité au cas où

$$(1) \qquad \left|\frac{eB}{m}\right| = \omega_r \gg |j\omega + \Gamma v_0|,$$

e et m étant respectivement la charge et la masse de l'électron, B le champ magnétique, ω la pulsation du signal à amplifier, v_0 la vitesse des électrons et $\Gamma = \gamma - jk$ la constante de propagation de l'onde dans la direction du faisceau. Cette relation indique que la vitesse angulaire du mouvement relatif des électrons est grande devant le module de la pulsation de l'onde vue d'un électron dans une théorie linéaire; rappelons que cette pulsation

apparente est une quantité complexe si le signal appliqué varie exponentiellement le long du trajet électronique.

Cette hypothèse est certainement toujours très bien vérifiée. En effet, ω_r est du même ordre que ω, ou même plus grand; γ est petit devant k (si l'on avait $\gamma = k$, le gain serait de 55 db par longueur d'onde dans la ligne, largement inférieure à la longueur d'onde dans le vide !), et $|j\omega + \Gamma v_0|$ est peu différent de $\omega - kv_0$; $\omega - kv_0$ est nul si les électrons sont en synchronisme absolu avec l'onde $\left(v_0 = \frac{\omega}{k}\cdot \text{vitesse de l'onde}\right)$; même si le synchronisme n'est pas absolu, cette quantité est inférieure à ω et donc à ω_r d'au moins un facteur 10.

Toutefois, nous avons été amenés à écarter cette hypothèse ici pour la raison purement théorique suivante : dans [3], on a trouvé deux ondes; or, il y a quatre conditions initiales : une pour chacune des deux composantes de la vitesse H. F., une pour le courant et une pour le champ :

$$\Sigma_{\text{champs}} = \text{champ injecté}, \tag{2}$$

$$\Sigma_{\text{courants}} = \text{courant} \quad \text{»} \quad ; \tag{3}$$

comme dans [3], mais, d'autre part,

$$\delta\dot{x}_0 = 0, \qquad \delta\dot{y}_0 = 0.$$

On trouvera ici deux ondes supplémentaires et nous aurons quatre inconnues à porter dans les quatre équations. Cela nous permettra d'expliquer une remarque de [3] relative à ce fait. On verra que les ondes supplémentaires impliquent un mouvement à une vitesse angulaire très voisine de ω_r, qui caractérise le mouvement relatif des électrons dans le cas purement statique. Le petit écart avec le cas statique est dû à ce que ces ondes sont couplées par les champs aux ondes amplifiée et atténuée. On peut comparer ces dernières aux oscillations forcées d'un système oscillant et les deux ondes supplémentaires aux oscillations libres.

b. Dans [3], on a écrit (*voir* Notations) que la puissance cédée par le faisceau le long de l'élément dy était

$$-dP = \frac{E_y(x_0)\, i_y^*}{2}\, dy.$$

Le champ E_y varie avec x et les électrons ne gardent pas la coordonnée x_0, mais s'en éloignent de δx; on doit donc prendre $E_y\,(x_0 + \delta x)$ au lieu de $E_y\,(x_0)$. Cet effet, qui est étudié pour le tube à propagation d'onde dans [4] et [5] conduit à un gain électronique en décibels $\sqrt{2}$ fois plus grand.

c. Dans l'Annexe de [3], on a donné un calcul du coefficient de couplage du faisceau à l'onde, défini par

$$R_y = \frac{E_y(x_0)\, E_y^*(x_0)}{2P}.$$

Nous donnerons ici un calcul correspondant à des conditions plus proches de celles qui sont effectivement réalisées, en utilisant une méthode indiquée par Pierce [6].

d. Mais la partie la plus importante de cet article traite des effets non linéaires dans le tube et conduit à une évaluation du rendement qui montre que la méthode indiquée dans [2] est justifiée. On se souvient que, dans la première étude théorique [3] on s'était limité aux petits signaux, supposant que les mouvements H. F. des électrons étaient assez petits pour qu'ils restent à peu près dans la même phase du champ. C'est seulement au prix de cette hypothèse qu'on aboutit à des équations linéaires. Comme il a été fait pour le tube à propagation d'onde linéaire [7], on utilisera ici la méthode des approximations successives et l'on se limitera à la troisième. La réalité s'écarte encore beaucoup de cette approximation, mais on peut penser que d'autres effets dont les hypothèses de départ ne tiennent pas compte, influencent sensiblement la puissance et le rendement (par exemple l'absorption des électrons par les électrodes); le calcul poussé jusqu'à la troisième approximation doit suffire pour dégager un certain nombre de paramètres essentiels et leur influence.

Cette méthode a sur celle de Nordsieck, qui est plus précise, l'avantage d'être plus générale et valable pour toutes sortes de T. P. O. M.

2. Hypothèses.

Les hypothèses de départ sont les suivantes :

1° On se restreint au magnétron plan, cas qui se rapproche suffisamment des réalisations pratiques.

2° On néglige les effets de charge d'espace, aussi bien continue qu'alternative.

3° On néglige les effets de bord, c'est-à-dire que l'on traite le T. P. O. M. à deux dimensions.

4° On a une optique idéale : les trajectoires statiques sont rectilignes.

5° Le faisceau est mince, c'est-à-dire $|\Gamma \Delta x_0| \ll 1$ (Δx_0, épaisseur du faisceau).

6° La constante de propagation $\Gamma = \gamma - ik$ est telle que γ est nettement plus petit que k.

7° Pour le calcul des grands signaux, on supposera

$$\left|\frac{eB}{m}\right| = \omega_r \gg |i\omega + \Gamma v_0|.$$

8° La vitesse des électrons v_0 est petite devant la vitesse de la lumière.

9° La résistance de couplage est nulle pour les harmoniques 2ω, 3ω, etc. de l'onde fondamentale.

10° On ne tient pas compte de la perturbation apportée aux champs H. F. par l'absorption du faisceau le long de la ligne.

11° On suppose que la ligne H. F. possède une structure continue; en fait, on fait appel soit à des hélices, soit à des lignes à vannes; dans ce cas, même l'onde libre comporte un grand nombre de composantes rigoureusement liées entre elles; notre hypothèse revient à ne considérer que la plus grande et la plus rapide d'entre elles, bien que les autres agissent indubitablement si le comportement du tube n'est pas linéaire. Cette approximation est d'autant moins valable que la *maille* du circuit est plus grande (cas des tensions accélératrices grandes).

3. Notations.

v_0, vitesse des électrons;
v, » de l'onde libre;
v, » de l'onde forcée;
$\rho = 1 - \frac{v_0}{v}$;
$\Gamma_0 = \gamma - ik$, constante de propagation de l'onde libre;
$\Gamma = \gamma - ik$, constante de propagation de l'onde forcée;
B, champ magnétique;
U_p, tension entre l'anode et le cylindre intérieur;
U_c, tension entre l'anode et la cathode;
$\omega_c = \left| \frac{eB}{m} \right|$;
ω, pulsation H. F.;
η, rendement;
R_s, résistance de couplage ($\Omega : \text{cm}^2$);
E_y, champ électrique dans la direction du faisceau;
E_x, champ électrique dans la direction du champ électrique continu;
ρ_0, densité de la charge d'espace continue;
ρ_1, ρ_2, ..., densité de la charge d'espace alternative de la première, deuxième approximation;
$\left.\begin{matrix} v_{x_1}, v_{x_2} \\ v_{y_1}, v_{y_2} \end{matrix}\right\}$, ..., vitesse alternative des électrons de la première et deuxième approximation;
d, distance entre l'anode et le cylindre intérieur;
$\varphi = \omega t_0 + \omega\rho\tau$;
$\Phi = \omega t - ky$;
$\tau = t - t_0$, temps de transit;

$$a = \frac{\rho}{\rho^2 + \frac{\gamma^2}{k_0^2}}, \qquad b = \frac{\frac{\gamma}{k_0}}{\rho^2 + \frac{\gamma^2}{k_0^2}},$$

$$c = \frac{\rho}{\rho^2 + 9\frac{\gamma^2}{k_0^2}}, \qquad g = \frac{3\frac{\gamma}{k_0}}{\rho^2 + 9\frac{\gamma^2}{k_0^2}},$$

4. Théorie linéaire.

a. Détermination des trajectoires électroniques. — Le système est représenté par la figure 1 avec ses trois axes de référence. Un champ électrique constant $\frac{U_p}{d}$ est dirigé suivant Ox et un champ magnétique constant B suivant $+z$.

Les électrons entrent dans le système parallèlement à la direction $+y$. En l'absence de champ H. F. leurs trajectoires sont alors définies par

$$(4) \qquad x = x_0, \qquad y = v_0\tau,$$

avec $\tau = t - t_0$, t_0 instant de passage de l'électron dans le plan $y = 0$, t instant où cet électron se trouve en y. La vitesse v_0 est donnée par

$$(5) \qquad v_0 = \frac{U_p}{dB}.$$

Une onde H. F. se propage dans la direction y avec la constante de propagation $\Gamma = \gamma - ik$ avec $\gamma < k$. Si la vitesse de cette onde est petite devant la vitesse de la lumière nous pouvons dériver ces champs d'un potentiel scalaire et nous avons

$$(6) \qquad \begin{cases} E_x = - k \Delta U_p \dfrac{\cosh(kx)}{\sinh(kd)} e^{i\omega t - \Gamma y}, \\ E_y = + ik \Delta U_p \dfrac{\sinh(kx)}{\sinh(kd)} e^{i\omega t - \Gamma y}. \end{cases}$$

Nous considérons les trajectoires en présence de l'onde H. F. comme des trajectoires statiques perturbées

$$(7) \qquad \begin{cases} x = x_0 + \delta_1 x + \delta_2 x + \ldots, \\ y = v_0\tau + \delta_1 y + \delta_2 y + \ldots \end{cases}$$

et nous obtenons pour la première approximation en δx et δy les équations

$$(8) \qquad \begin{cases} \delta\ddot{x} + \omega_c \delta\dot{y} = \eta k \Delta U_p \dfrac{\cosh(kx_0)}{\sinh(kd)} e^{i\omega t_0 + i\xi\tau}, \\ \delta\ddot{y} - \omega_c \delta\dot{x} = -i\eta k \Delta U_p \dfrac{\sinh(kx_0)}{\sinh(kd)} e^{i\omega t_0} e^{i\xi\tau}. \end{cases}$$

avec

$$\xi = \omega\rho - i v_0 \bar{\gamma}. \tag{9}$$

Il s'ensuit

$$\left\{\begin{aligned} \delta x &= \frac{i\eta\Gamma\Delta U_p}{\xi\omega_r}\,\frac{\sinh(i\Gamma x_0)}{\sinh(i\Gamma d)} \times \frac{1+\dfrac{\xi}{\omega_r}\operatorname{cotgh}(i\Gamma x_0)}{1-\left(\dfrac{\xi}{\omega_r}\right)^2}\,e^{i\omega t_0}\,e^{i\xi z}, \\ \delta y &= \frac{\eta\Gamma\Delta U_p}{\xi\omega_r}\,\frac{\cosh(i\Gamma x_0)}{\sinh(i\Gamma d)} \times \frac{1+\dfrac{\xi}{\omega_r}\operatorname{tgh}(i\Gamma x_0)}{1-\left(\dfrac{\xi}{\omega_r}\right)^2}\,e^{i\omega t_0}\,e^{i\xi z} \end{aligned}\right. \tag{10}$$

et

$$\delta v_x = i\xi\,\delta x, \qquad \delta v_y = i\xi\,\delta y. \tag{11}$$

b. Calcul du courant. — Le faisceau non modulé est supposé occuper l'intervalle x_0, $x_0 + \Delta x_0$ et transporter un courant constant I_0. Le courant alternatif est alors donné par

$$i = \rho(v_0 + \delta y)\left(1 + \frac{\partial}{\partial x}\,\delta x\right)\Delta x_0 - I_0. \tag{12}$$

Le terme en $\dfrac{\partial}{\partial x}\,\delta x$ représente la variation de la section du faisceau due à l'action du champ H. F.

La densité ρ_1 est donnée par l'équation de la conservation de l'électricité

$$\operatorname{div}\rho\mathbf{v} = -\frac{\partial\rho}{\partial t}, \tag{13}$$

ce qui donne comme première approximation

$$v_0\frac{\partial\rho_1}{\partial y} + \frac{\partial\rho_1}{\partial t} = -\rho_0\left(\frac{\partial}{\partial x}\,\delta v_x + \frac{\partial}{\partial y}\,\delta v_y\right). \tag{14}$$

L'introduction des équations (11) dans (14) donne

$$\rho_1 = 0, \tag{15}$$

c'est-à-dire que la densité alternative est nulle en première approximation et nous avons, pour le courant,

$$i_y = i I_0\Gamma d\,\frac{\Delta U_p}{U_p}\,\frac{\omega}{\xi}\,\frac{\cosh(i\Gamma x_0)}{\sinh(i\Gamma d)} \times \frac{1+\dfrac{\xi}{\omega_r}\operatorname{tgh}(i\Gamma x_0)}{1-\left(\dfrac{\xi}{\omega_r}\right)^2}\,e^{i\omega t_0}\,e^{i\xi z}. \tag{16}$$

c. Bilan d'énergie. — Dans [3], on avait déterminé la puissance cédée par le faisceau le long de l'élément dy par

$$-\mathrm{d}P = \frac{E_y(x_0)\,i_y^*(x_0)}{2}\,dy. \tag{17}$$

En réalité, en écrivant $-\mathrm{d}P$ sous cette forme, on a négligé le fait que le faisceau se déplace suivant x dans un champ E_y fonction de x et il faut écrire

$$-\mathrm{d}P = \frac{\mathrm{d}y}{2}\int_{x_0}^{x_0+\Delta x_0} E_y[x_0 + \delta x(x_0)] \times \left[1 + \frac{\delta v_y(x_0)}{v_0}\right]\left[1 + \frac{\partial}{\partial x}\,\delta x(x_0)\right]\rho_0 v_0\,\mathrm{d}x_0. \tag{18}$$

On obtient ainsi, en faisant le bilan d'énergie comme indiqué dans [1],

$$\Gamma - \Gamma_0 = -\frac{i\,\mathrm{d}R_y}{Z_0}\,\frac{\operatorname{cotgh}(i\Gamma x_0)}{1-\left(\dfrac{\xi}{\omega_r}\right)^2} \times \left\{\frac{\omega_r}{\xi}\left[1 + \frac{\xi}{\omega_r}\,\frac{\operatorname{tgh}(i\Gamma x_0) + \operatorname{cotgh}(i\Gamma x_0)}{2}\right] - \left[\frac{1}{2} + \frac{\xi}{\omega_r}\,\frac{\operatorname{cotgh}(i\Gamma x_0)}{2}\right]\right\}. \tag{19}$$

Avec $\Gamma_0 = \gamma - ik$: constante de propagation de l'onde libre. En remplaçant ξ par sa valeur (9), on obtient une équation du quatrième degré en Γ, ce qui entraîne l'existence de quatre ondes.

On détermine la solution de (19) par approximation en supposant que l'on a affaire à un petit courant, c'est-à-dire à $Z_0 = \dfrac{U_p}{I}$ grand. On a alors deux groupes de solutions :

1° $|\xi|$ petit; on néglige $\left(\dfrac{\xi}{\omega_r}\right)^2$ devant 1 et (19), s'écrit

$$(\bar{\gamma} - \gamma)\left(\bar{\gamma}^2 + \frac{\omega^2}{v_0^2}\rho^2\right) = \frac{R_y\operatorname{cotgh}(kx_0)}{Z_0}\,\frac{\omega}{v_0}\,\bar{\gamma}, \tag{20}$$

$$(\bar{k} - k)\left(\bar{\gamma}^2 + \frac{\omega^2}{v_0^2}\rho^2\right) = \frac{R_y\operatorname{cotgh}(kx_0)}{Z_0}\,\frac{\omega^2}{v_0^2}\,\rho. \tag{21}$$

Les équations (20) et (21) sont identiques à un facteur deux près aux relations (16) et (17) de [3]. Le coefficient d'amplification $\bar{\gamma}$ est donc $\sqrt{2}$ fois la valeur donnée dans [3].

2° $\left|1 - \dfrac{\xi^2}{\omega_r^2}\right|$ est petit. On obtiendra Γ en écrivant d'abord $1 - \dfrac{\xi^2}{\omega_r^2} = 0$ et en portant la valeur trouvée

$$\Gamma = -i\omega\,\frac{1 \pm \dfrac{\omega_r}{\omega}}{v_0} \tag{22}$$

dans le second membre, ce qui donne finalement

$$\Gamma_{3,4} = -i\omega\,\frac{1 \pm \dfrac{\omega_r}{\omega}}{v_0} + i\,\frac{\mathrm{d}R_y\operatorname{cotgh}(kx_0)}{2Z_0} \times \left\{\mp\frac{\omega}{\omega_r}\left[1 \mp \frac{\operatorname{tgh}(kx_0) + \operatorname{cotgh}(kx_0)}{2}\right] - \left[\frac{1}{2} \mp \frac{\operatorname{cotgh}(kx_0)}{2}\right]\right\}. \tag{23}$$

On voit donc que les deux ondes supplémentaires ne sont ni atténuées ni amplifiées, mais qu'elles ont une grande dispersion de vitesse. Elles ressemblent aux ondes trouvées dans le tube à propagation d'onde linéaire lorsqu'on tient compte du champ radial [5].

5. Étude des grands signaux.

Pour définir le rendement d'un tube électronique, on peut se placer à différents points de vue. Dans les dispositifs où l'énergie H. F. du courant est captée par un seul circuit (klystrons, amplificateurs à grille) cette énergie s'écrit $\frac{Ui}{2}$, U étant la tension H. F. et i la fondamentale du courant électronique.

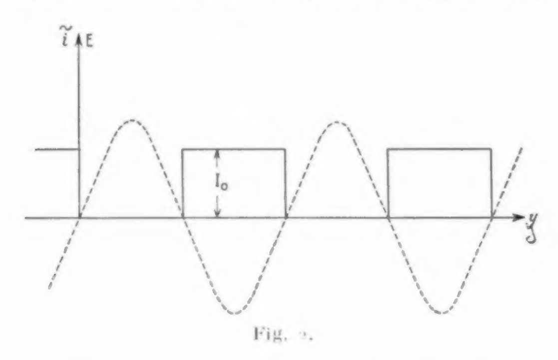


Fig. 2.

$U_0 I_0$ étant la puissance appliquée, le rendement, dans le cas où $U = U_0$ et où i est en phase avec U s'écrit

$$(24) \qquad \eta = \frac{i}{2 I_0}.$$

Le maximum de i est donc $2 I_0$, ce qui correspondrait à des paquets d'électrons infiniment étroits et infiniment denses; et, dans ce cas, le rendement est égal à 100 %. Or, dans le tube à propagation d'ondes, on a vu que i est de l'ordre 1, 2 I_0; si donc l'on prend (24) pour définition du rendement, celui-ci peut atteindre 60 %. Mais on sait que dans le tube à propagation d'ondes, les électrons ne perdent que l'énergie cinétique qui correspond à la différence entre leur vitesse et celle de l'onde forcée; de sorte que, finalement, la puissance H. F. cédée à l'onde forcée est très faible devant la puissance appliquée.

Considérons d'autre part un courant dont la forme est représentée sur la figure 2. L'amplitude du terme fondamental est $\frac{4 I_0}{\pi}$. Si ce courant électronique se meut constamment dans un champ H. F. retardateur sinusoïdal (en pointillé, *fig.* 2). Le champ et le faisceau ayant constamment la même vitesse, tous les électrons finiront par céder toute leur énergie cinétique et l'on pourra atteindre un rendement de 100 %. C'est ce qui se passera par exemple dans le T. P. O. M. pour les électrons de phase favorable : ces électrons formeront des paquets, tous situés dans un champ retardateur et se déplaçant à la même vitesse que ce champ; ils auront donc tendance à être freinés, ce qui les approchera de l'anode; ce faisant, ils auront d'une part cédé de l'énergie H. F., et d'autre part pris de l'énergie au champ continu de façon à rattraper leur retard de vitesse; ce mécanisme se reproduira jusqu'au moment où ils seront absorbés par l'anode. Ceux qui seront dans un champ retardateur intense arriveront rapidement à l'anode et auront une durée de vie plus courte que ceux qui seront dans un champ retardateur plus faible. Par conséquent, pour déterminer le rendement du T. P. O. M., il faut déterminer le pourcentage des électrons captés par l'anode ainsi que leur vitesse d'arrivée sur l'anode; ceci donne donc la marche à suivre :

1° Déterminer les trajectoires perturbées des électrons. Ceci sera fait jusqu'à la troisième approximation.

2° Déterminer la vitesse des électrons en fonction de x.

3° Calculer la densité à l'aide de l'équation (13).

4° Déterminer l'influence de la non-linéarité sur le gain.

5° Déterminer la vitesse des électrons qui sont absorbés par l'anode en tenant compte de l'influence des non-linéarités sur le gain.

6° Déterminer le pourcentage d'électrons captés par l'anode.

7° Enfin, calculer l'amplitude du courant alternatif. Comme on l'a dit, cette grandeur ne joue pas un rôle essentiel dans la détermination du rendement; elle ne donne qu'un aperçu sur les amplitudes.

6. Les trajectoires perturbées.

Nous avons les équations de mouvement

$$(25) \qquad \delta\ddot{x} + \omega_c\,\delta\dot{y} = -i\eta\Gamma\,\Delta U_p \frac{\cosh(i\Gamma x)}{\sinh(i\Gamma d)} e^{i\omega t_0} e^{i\omega\tau - \Gamma y},$$

$$(26) \qquad \delta\ddot{y} - \omega_c\,\delta\dot{x} = -\eta\Gamma\,\Delta U_p \frac{\sinh(i\Gamma x)}{\sinh(i\Gamma d)} e^{i\omega t_0} e^{i\omega\tau - \Gamma y}.$$

Sauf dans les exponentielles $e^{\Gamma y}$ nous remplacerons partout dans (25) et (26) Γ par ik.

t_0, instant du passage des électrons dans le plan $y = 0$;

τ, temps de transit.

Les équations (25) et (26) ne se résolvent que par approximations successives. On développe la solution en puissances croissantes de ΔU_p et l'on pose, d'après (3),

$$(27)\qquad x = x_0 + \delta_1 x + \delta_2 x + \delta_3 x,$$

$$(28)\qquad y = y_0 + v_0\tau + \delta_1 y + \delta_2 y + \delta_3 y,$$

que l'on introduit dans les termes de droite.

Les équations (25) et (26) sont ainsi rendues linéaires et s'intègrent facilement, à condition que l'on effectue les calculs sur les grandeurs réelles, la notation complexe n'étant valable que dans des équations linéaires.

Dans ce calcul, on ne s'occupe que de l'onde amplifiée et l'on néglige tous les termes qui sont petits devant les termes en $\frac{1}{\xi}$. On obtient :

$$(29)\qquad \delta_1 x = d\,\frac{\Delta U_p}{U_p}\,\frac{\sinh(kx_0)}{\sinh(kd)}\,e^{v_0\bar{\gamma}\tau}(a\cos\varphi - b\sin\varphi).$$

$$(30)\qquad \delta_2 x = d\,\frac{kd}{4\sinh^2(kd)}\left(\frac{\Delta U_p}{U_p}\right)^2\frac{\omega b}{v_0\bar{\gamma}}\sinh(2kx_0)\,e^{2v_0\bar{\gamma}\tau}.$$

$$(31)\qquad \delta_3 x = -i\omega d\left(\frac{\Delta U_p}{U_p}\right)^3\frac{(kd)^2}{4\sinh^3(kd)}$$
$$\times\left\{\frac{\sinh(kx_0)}{2}\left[a^2+3b^2-\frac{\omega}{v_0\bar{\gamma}}(b+ia)-2iab\right]\right.$$
$$+\frac{\sinh(3kx_0)}{2}\left[a^2-b^2+i2ab\right.$$
$$\left.\left.-\frac{\omega}{v_0\bar{\gamma}}(b-ia)\right]\right\}$$
$$\times\frac{e^{i\omega t_0}\,e^{(3v_0\bar{\gamma}+i\omega\xi)\tau}}{3v_0\bar{\gamma}+i\omega\xi}$$

et

$$(32)\qquad \delta_1 y = d\,\frac{\Delta U_p}{U_p}\,\frac{\cosh(kx_0)}{\sinh(kd)}\,e^{v_0\bar{\gamma}\tau}(a\sin\varphi + b\cos\varphi).$$

$$(33)\qquad \delta_2 y = d\,\frac{kd}{2\sinh^2(kd)}\left(\frac{\Delta U_p}{U_p}\right)^2\frac{\omega a}{2v_0\bar{\gamma}}\cosh(2kx)\,e^{2v_0\bar{\gamma}\tau}$$
$$-d\,\frac{kd}{4\sinh^2(kd)}\left(\frac{\Delta U_p}{U_p}\right)^2 e^{2v_0\bar{\gamma}\tau}$$
$$\times\left[(a^2-b^2)\sin 2\varphi + 2ab\cos 2\varphi\right].$$

$$(34)\qquad \delta_3 y = -d\left(\frac{\Delta U_p}{U_p}\right)^3\frac{(kd)^2}{4\sinh^3(kd)}\,\frac{e^{3v_0\bar{\gamma}t}\,e^{i\omega t_0+i\omega\xi\tau}}{3v_0\bar{\gamma}+i\omega\xi}$$
$$\times\left\{\frac{\cosh(kx)}{2}\left[3a^2+b^2+i2ab+\frac{\omega}{v_0\bar{\gamma}}(b+ia)\right]\right.$$
$$\left.-\cosh(3kx)\left[\frac{\omega}{v_0\bar{\gamma}}(b-ia)+(a-ib)^2\right]\right\},$$

avec

$$a = \frac{\xi}{\xi^2+\frac{v_0^2\bar{\gamma}^2}{\omega^2}},\qquad b = \frac{\frac{v_0\bar{\gamma}}{\omega}}{\xi^2+\frac{v_0^2\bar{\gamma}^2}{\omega^2}},$$

$$c = \frac{\xi}{\xi^2+9\frac{v_0^2\bar{\gamma}^2}{\omega^2}},\qquad g = \frac{3\frac{v_0\bar{\gamma}}{\omega}}{\xi^2+9\frac{v_0^2\bar{\gamma}^2}{\omega^2}}.$$

Dans les équations (29) et (32), on a négligé les termes en $e^{i3\omega t}$. Les équations (29) et (34) déterminent δx et δy en fonction du temps de transit τ et de x qui est l'abscisse d'entrée du courant dans l'espace de décharge.

Par suite de la non-linéarité des équations (25) et (26), $\delta_3 x$ et $\delta_3 y$ sont des termes à la fréquence ω, mais qui contiennent le facteur exponentiel $e^{3v_0\bar{\gamma}\tau}$, ce qui entraîne également l'existence d'un terme en $\Delta U_p^3\,e^{3v_0\bar{\gamma}\tau}$ pour le courant. Par suite du couplage, on aura donc obligatoirement, en plus du champ donné par (6), un champ en $\Delta U_p^3\,e^{3\bar{\gamma}y}$ donné par

$$(35)\qquad E_x = -kA\,\frac{\Delta U_p^3}{U_p^2}\,\frac{\cosh(kx)}{\sinh^3(kd)}\,e^{3\bar{\gamma}y}\,e^{i(\omega t-ky)},$$

$$(36)\qquad E_y = ikA\,\frac{\Delta U_p^3}{U_p^2}\,\frac{\sinh(kx)}{\sinh^3(kd)}\,e^{3\bar{\gamma}y}\,e^{i(\omega t-ky)},$$

A est un facteur d'amplitude complexe qui sera déterminé dans le paragraphe 8.

Ces champs (35) et (36) donnent des perturbations $\delta'_3 x$ et $\delta'_3 y$ données par

$$(37)\qquad \delta'_3 x = i\,d(g-ic)\left(\frac{\Delta U_p}{U_p}\right)^3\frac{\sinh(kx_0)}{\sinh^3(kd)}\,A\,e^{3\bar{\gamma}v_0\tau+i\varphi},$$

$$(38)\qquad \delta'_3 y = d(g-ic)\left(\frac{\Delta U_p}{U_p}\right)^3\frac{\cosh(kx_0)}{\sinh^3(kd)}\,A\,e^{3v_0\bar{\gamma}\tau+i\varphi},$$

et qui s'ajoutent aux perturbations données par (31) et (34). Nous devons faire ici une remarque relative au calcul ultérieur des densités de charge : pour déterminer les densités alternatives de deuxième et troisième approximations, on se servira de l'équation (13) qui exprime la conservation de l'électricité :

$$\operatorname{div}\rho\mathbf{v} = -\frac{\partial\rho}{\partial t}.$$

On rendra cette équation linéaire en développant ρ et $\mathbf{v}$ en puissance croissante de ΔU_p :

$$\rho = \rho_0 + \rho_1 + \rho_2 + \rho_3 + \ldots,$$
$$\mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_3 + \ldots$$

On sait d'ailleurs que ρ_1 est nul. Mais il faut prendre garde d'exprimer $\mathbf{v}$ en fonction de x, y, t; on ne le connaît jusqu'à présent qu'en fonction de x_0, t_0, $\tau = t - t_0$.

Posant $\Phi = \omega t - ky$, on obtient, d'après (27), (29) et (30) :

$$(39)\qquad x_0 = x - d\,\frac{\Delta U_p}{U_p}\,\frac{\sinh(kx)}{\sinh(kd)}\,e^{\bar{\gamma}y}(a\cos\Phi - b\sin\Phi)$$
$$+d\left(\frac{\Delta U_p}{U_p}\right)^2\frac{kd}{4\sinh^2(kd)}\sinh(2kx)$$
$$\times e^{2\bar{\gamma}y}\left(2a^2+2b^2-\frac{\omega b}{v_0\bar{\gamma}}\right),$$

et, d'après (28), (32) et (33) :

$$(40)\quad v_0\tau = y - d\frac{\Delta U_p}{U_p}\,\frac{\cosh(kx)}{\sinh(kd)}\,e^{\gamma y}(b\cos\Phi + a\sin\Phi) - d\left(\frac{\Delta U_p}{U_p}\right)^2\frac{kd}{4\sinh^2(kd)} \times e^{2\gamma y}\left[2ab\cos 2\Phi + (a^2 - b^2)\sin 2\Phi + \frac{a\,\omega}{v_0\gamma}\cosh(2kx)\right].$$

7. Les vitesses alternatives et les densités alternatives.

D'après les équations (29) et (34), nous obtenons, pour les vitesses alternatives en fonction de x, t_0 et τ :

$$(41)\quad \delta v_x = iv_0\frac{kd}{\sinh(kd)}\,\frac{\Delta U_p}{U_p}\sinh(kx_0)\,e^{\gamma v_0\tau}\,e^{i\varphi} + v_0\frac{(kd)^2}{2\sinh^2(kd)}\left(\frac{\Delta U_p}{U_p}\right)^2\sinh(2kx)\,b\,e^{2v_0\gamma\tau} - \frac{(kd)^3}{8\sinh^3(kd)}\left(\frac{\Delta U_p}{U_p}\right)^3 e^{3\gamma v_0\tau}\,e^{i\varphi} \times\left\{\sinh(kx_0)\left[i(a-ib)^2 + 4ib^2 + \frac{\omega}{v_0\gamma}(a-ib)\right] + \sinh(3kx_0)\left[i(a+ib)^2 - \frac{\omega}{v_0\gamma}(a+ib)\right]\right\} + iv_0\frac{kd}{\sinh^3(kd)}\left(\frac{\Delta U_p}{U_p}\right)^3 A\sinh(kx_0)\,e^{3\gamma v_0\tau}\,e^{i\varphi}.$$

et

$$(42)\quad \delta v_y = v_0\frac{kd}{\sinh(kd)}\,\frac{\Delta U_p}{U_p}\cosh(kx_0)\,e^{\gamma v_0\tau}\,e^{i\varphi} + v_0\frac{(kd)^2}{2\sinh^2(kd)}\left(\frac{\Delta U_p}{U_p}\right)^2 e^{2v_0\gamma\tau} \times\{a\cosh(2kx_0) - a\cos 2\varphi + b\sin 2\varphi\} - v_0\frac{(kd)^3}{8\sinh^3(kd)}\left(\frac{\Delta U_p}{U_p}\right)^3 e^{3\gamma v_0\tau}\,e^{i\varphi} \times\left\{\cosh(kx_0)\left[3a^2 + b^2 + i2ab + \frac{\omega}{v_0\gamma}(b+ia)\right] - \cosh(3kx_0)\left[\frac{\omega}{v_0\gamma}(b-ia) + (a+ib)^2\right]\right\} + v_0\frac{kd}{\sinh^3(kd)}\left(\frac{\Delta U_p}{U_p}\right)^3\cosh(kx_0)\,A\,e^{3\gamma v_0\tau}\,e^{i\varphi}.$$

En remplaçant dans les équations (41) et (42) x_0 et τ par x, t et y à l'aide des équations (39) et (40) nous avons les vitesses alternatives $\delta_2 v_x$, $\delta_3 v_x$, $\delta_2 v_y$ et $\delta_3 v_y$ en fonction de x, t et y. Nous trouvons

$$(43)\quad \delta_2 v_x = \delta_2 v_y = 0$$

et

$$(44)\quad \begin{cases} \delta_3 v_x = iv_0\dfrac{kd}{\sinh^3(kd)}\left(\dfrac{\Delta U_p}{U_p}\right)^3 A\sinh(kx)\,e^{2\gamma y}\,e^{i\omega t + \Gamma y}, \\ \delta_3 v_y = v_0\dfrac{kd}{\sinh^3(kd)}\left(\dfrac{\Delta U_p}{U_p}\right)^3 A\cosh(kx)\,e^{2\gamma y}\,e^{i\omega t + \Gamma y}, \end{cases}$$

ou pour la vitesse totale

$$(45)\quad v_x = iv_0\frac{kd}{\sinh(kd)}\,\frac{\Delta U_p}{U_p} \times\left[1 + \left(\frac{\Delta U_p}{U_p}\right)^2\frac{A\,e^{2\gamma y}}{\sinh^2(kd)}\right]\sinh(kx)\,e^{i\omega t + \Gamma y}$$

et

$$(46)\quad v_y = v_0 + v_0\frac{kd}{\sinh(kd)}\,\frac{\Delta U_p}{U_p} \times\left[1 + \left(\frac{\Delta U_p}{U_p}\right)^2\frac{A\,e^{2\gamma y}}{\sinh^2(kd)}\right]\cosh(kx)\,e^{i\omega t + \Gamma y}.$$

Nous avons donc le résultat important suivant : la vitesse perturbée des électrons en fonction de x et y est proportionnelle au rapport du champ alternatif

$$E_y = k\,\Delta U_p\left[1 + \left(\frac{\Delta U_p}{U_p}\right)^2\frac{A\,e^{2\gamma y}}{\sinh^2(kd)}\right]e^{i\omega t + \Gamma y},$$

au champ continu

$$E_c = \frac{U_p}{d}.$$

La vitesse $v_{x\sim}$ alternative est proportionnelle au champ E_y et la vitesse $v_{y\sim}$ alternative est proportionnelle au champ électrique E_x jusqu'à la troisième approximation. Mais on peut penser que, d'une façon générale, dans le magnétron plan ou dans le T. P. O. M. plan la vitesse est donnée par

$$(47)\quad \mathbf{v} = \frac{[\mathbf{E}\wedge\mathbf{z}_0]}{B},$$

si à l'entrée l'amplitude du mouvement relatif est nulle. $\mathbf{z}_0$ est le vecteur unité de même sens que le champ magnétique [1].

Les équations (45) et (46) déterminent l'énergie cinétique avec laquelle les électrons atteignent l'anode.

L'introduction des vitesses alternatives des équations (43) et (44) dans l'équation (13) donne les densités ρ_2 et ρ_3 alternatives. On trouve

$$(48)\quad \rho_2 = \rho_3 = 0.$$

Donc dans le T. P. O. M. les densités alternatives sont nulles jusqu'à la troisième approximation et

[1] On peut démontrer que l'équation (47) est également valable si la densité de la charge d'espace est continue et constante (cas du magnétron plan).

l'on peut supposer que plus généralement la densité reste constante dans le faisceau.

8. Détermination de l'amplitude A de la troisième approximation.

On détermine la valeur A figurant dans les équations (35) et (36) par un bilan de puissance; la puissance $-\mathrm{d}P$ cédée par le courant de largeur Δx est

$$(49) \qquad -\mathrm{d}P = \rho v \, \Delta x \, h \left(1 + \frac{\partial}{\partial x_0} \delta x\right) E_y (x_0 + \delta x) \, \mathrm{d}y.$$

h est la largeur du faisceau dans la direction z. L'équation (49) s'écrit en notations réelles. Le terme $\left(1 + \frac{\partial}{\partial x_0} \delta x\right)$ donne la variation de la section Δx due à l'action des champs H. F. Le terme $E_y(x_0 + \delta x)$ tient compte du fait que le courant se meut dans un champ variable avec x. En tenant compte des équations (15), (42), (48) et de l'hypothèse $|\bar{\gamma}| \ll k$ l'équation (49) devient, en négligeant tous les termes petits

$$(50) \qquad -\mathrm{d}P = I_0 \, \mathrm{d}y \left(1 + \frac{\partial}{\partial x_0} \delta x\right) E_y \sinh k (x_0 + \delta x).$$

I_0 étant le courant continu.

Avec les équations (29), (37) et (38), on obtient, pour le terme de troisième approximation de la puissance en utilisant des grandeurs complexes :

$$(51) \qquad -\mathrm{d}P = \frac{I_0 k \, \mathrm{d}y}{64} k^3 d^3 \frac{\Delta U_p^4}{U_p^3} \frac{e^{4\bar{\gamma} y}}{\sinh^4(kd)}$$
$$\times \left\{ \sinh(4 k x_0)(b + ia) \left[-7b^2 - 7a^2 + 6b \frac{\omega}{\bar{\gamma} v_0} - 8ia \frac{\omega}{\bar{\gamma} v_0} + 8(g + ic)\left(b + \frac{\omega}{\bar{\gamma} v_0} + ia\right) \right] \right.$$
$$\left. + \sinh(2 k x_0) \left[(b + ia)\left(4b \frac{\omega}{\bar{\gamma} v_0} - 2b^2 - 2a^2 + 8ia \frac{\omega}{\bar{\gamma} v_0}\right) - 8(g + ic)\left(2b^2 + 2iab + ia \frac{\omega}{\bar{\gamma} v_0}\right) \right] \right\}$$
$$+ \frac{I_0 k \, \mathrm{d}y}{2} kd \frac{\Delta U_p^4}{U_p^3} \frac{e^{4\bar{\gamma} y}}{\sinh^4(kd)} \left\{ A(b + ia) + (g + ic) A^* \right\} \sinh(2 k x_0).$$

La puissance absorbée par l'atténuation le long de $\mathrm{d}y$ est

$$(52) \qquad + \mathrm{d}P_1 = -\frac{E_y E_y^*}{R_y} (\gamma + ik) \, \mathrm{d}y.$$

avec

$$(53) \qquad E_y = -\Gamma \Delta U_p \left[1 + A \left(\frac{\Delta U_p}{U_p}\right)^2 \frac{e^{2\bar{\gamma} y}}{\sinh^2(kd)}\right] \times \frac{\sinh(kx)}{\sinh(kd)} e^{i\omega t - \Gamma y}.$$

ce qui donne, pour la troisième approximation,

$$(54) \qquad \mathrm{d}P_1 = -\frac{k^2 \Delta U_p^4}{U_p^2 R_y} \frac{\sinh^2(kx)}{\sinh^4(kd)} \times (A + A^*)(\gamma + ik) e^{4\bar{\gamma} y} \, \mathrm{d}y.$$

L'accroissement le long de $\mathrm{d}y$ de la puissance apparente qui se propage dans la direction de l'onde $\mathrm{d}P_2$ est pour la troisième approximation :

$$(55) \qquad \mathrm{d}P_2 = \frac{k^2 \Delta U_p^4}{U_p^2 R_y} \frac{\sinh^2(kx)}{\sinh^4(kd)} e^{4\bar{\gamma} y} \times \left[A(\bar{\gamma} + i\bar{k}) + (3\bar{\gamma} + i\bar{k}) A^* \right].$$

D'après le principe de la conservation de l'énergie on a

$$(56) \qquad \mathrm{d}P + \mathrm{d}P_1 + \mathrm{d}P_2 = 0.$$

L'introduction des relations (51), (54) et (55) dans l'équation (56) donne l'équation qui détermine A.

Nous nous limitons à deux cas particuliers :

1° $a = 0$, $\gamma \neq 0$, c'est-à-dire que l'onde forcée a la même vitesse que l'onde libre et que les électrons.

2° $a \neq 0$, $\gamma = 0$, c'est-à-dire que la ligne à retard n'a aucune atténuation.

1° $a = 0$, $\gamma \neq 0$. — On obtient d'après les équations (51) et (54) à (56) :

$$(57) \qquad A = \frac{k^2 d^2}{128} \frac{(\bar{\gamma} - \gamma)}{\left(\bar{\gamma} - \frac{\gamma}{4}\right) \bar{\gamma}^2 \frac{\omega^2}{v_0^2}} [13 \cosh(2 k x_0) - 5].$$

Donc A est réel et positif ($\gamma < 0$) et le gain augmente avec l'amplitude. On peut chercher à calculer la puissance à la sortie $P = \frac{E_y E_y^*}{2R}$ en fonction de la puissance P_0 qui est transportée à l'entrée par l'onde amplifiée. On aura

$$P = P_0 e^{2\bar{\gamma} y} + A_2 P_0^2 e^{4\bar{\gamma} y} + A_3 P_0^3 e^{6\bar{\gamma} y}.$$

Le calcul effectué précédemment donne le coefficient A_2 et l'on a

$$(58) \qquad P = P_0 e^{2\bar{\gamma} y} \left[1 + \frac{(\bar{\gamma} - \gamma)^2}{\gamma\left(\bar{\gamma} - \frac{\gamma}{4}\right)} \frac{kd}{16} \times \frac{13 \cosh(2 k x_0) - 5}{\sinh(2 k x_0)} \frac{P_0 e^{2\bar{\gamma} y}}{U_p I_0} \right].$$

Quantitativement, l'expression précédente n'est évidemment valable que si le terme $P_0 e^{2\bar{\gamma} y}$ est petit devant $P_0 e^{2\bar{\gamma} y}$, ce qui permet de fixer la limite de validité de la troisième approximation. Prenons un exemple qui correspond à un cas pratique

$$kd = 2, \qquad kx_0 = 1,25, \qquad \bar{\gamma} = 0.$$

tension entre cathode et anode $= \frac{U_p}{2}$, on en déduit

$$P = P_0 e^{2\bar{\gamma} y}\left(1 + 0,78 \frac{P_0 e^{2\bar{\gamma} y}}{U_c I_0}\right),$$

où $U_c I_0$ est la puissance appliquée.

Pour un rendement de 50 % le deuxième terme donne donc une correction de 25 %.

On peut noter en passant une différence essentielle

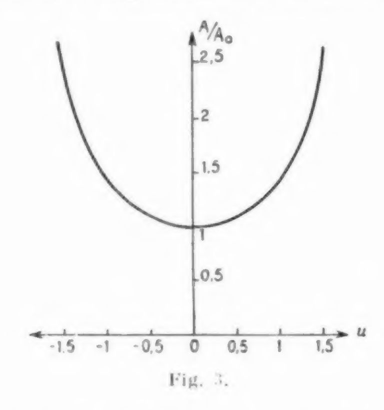


Fig. 3.

entre les non-linéarités dans le T. P. O. M. et les phénomènes de même nature dans le tube à propagation d'onde : là, le facteur $\frac{P_0 e^{2\bar{\gamma} y}}{U_c I_0}$ est généralement négatif et inversement proportionnel au gain optimum $\bar{\gamma}_{\text{opt}}$ alors qu'ici ce facteur est positif et indépendant du gain optimum.

2° $a \neq 0$, $\bar{\gamma} = 0$. — A partir des équations (51) et (54) à (56) et de la relation (20) qui donne R_1, on obtient la partie réelle A_1 de $A = A_1 + jB$ (seule, en effet, la partie réelle intervient dans P). Si $2kx_0$ est assez grand, A_1 se réduit à

$$(59) \quad A_1 = \frac{(kd)}{128} \frac{9 - 8a\zeta}{1 - a\zeta} \frac{3b\Theta_1 + a\Theta_2}{9b^2 + a^2} \cosh(2kx_0).$$

avec

$$\begin{aligned} 3b\Theta_1 + a\Theta_2 &= (3b^2 + a^2)\left[-7(a^2 + b^2) + \frac{6\omega b}{v_0 \bar{\gamma}} + 8g\left(b + \frac{\omega}{v_0 \bar{\gamma}}\right) - 8ac\right] \\ &\quad - 16ab\left[-\frac{\omega a}{v_0 \bar{\gamma}} + ga + 7c\left(b + \frac{\omega}{v_0 \bar{\gamma}}\right)\right]. \end{aligned}$$

La figure 3 donne la valeur relative $\frac{A_1}{A_{01}}$ (A_{01} étant la valeur de A_1 pour $a = 0$) en fonction de u (*fig.* 3). u représente la différence normalisée entre la vitesse de l'onde libre et la vitesse des électrons

$$u = \left(1 - \frac{v_0}{v}\right) \frac{k}{\bar{\gamma}_{\text{opt}}}.$$

$\bar{\gamma}_{\text{opt}}$ est la valeur optimum du gain, soit celle que l'on a pour un tube sans atténuation. On voit que A_1 croît rapidement avec u. Il s'ensuit que l'on doit s'attendre à des effets d'hystérésis si la vitesse des électrons n'est pas égale à la vitesse de l'onde libre, comme on l'a trouvé expérimentalement dans les magnétrons pour le régime des oscillations de résonance.

9. **Le rendement électronique.**

Dans le paragraphe 8, on a vu que la troisième approximation conduit à un gain plus élevé que la première et que les non-linéarités ne donnent que des corrections d'environ 25 % pour des rendements de l'ordre de 50 %. Ce n'est donc pas, comme dans le T. P. O., le mécanisme de l'échange d'énergie qui détermine les amplitudes, mais, au contraire, l'absorption de l'anode. Pour déterminer le rendement électronique, il faut donc déterminer la vitesse avec laquelle les électrons sont captés par les électrodes.

Dans [2], on a évalué le rendement électronique en admettant que tous les électrons étaient absorbés par l'anode avec la vitesse $v_0 = \frac{E}{B}$. Or, au paragraphe 7, on a déterminé la vitesse des électrons sous l'influence des champs H. F. et l'on a trouvé [*voir* équations (45) et (46)] que la vitesse des électrons est suivant Oy :

$$(60) \qquad v_y = v_0\left(1 + \frac{E_x}{E_0}\right),$$

(E_x = champ alternatif au point x, y et au temps t) et suivant Ox :

$$(61) \qquad v_x = -v_0 \frac{E_y}{E_0}.$$

L'énergie cinétique s'en déduit immédiatement

$$(62) \quad \frac{m}{2}(v_y^2 + v_x^2) = \frac{m}{2} v_0^2\left[\left(1 + \frac{E_x}{E_0}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_0}\right)^2\right].$$

On peut montrer que

$$(63) \quad |E_x| \ll E_0, \qquad |E_y|^2 \ll E_0^2 \qquad \text{pour} \quad x = d$$

et l'évaluation primitive se trouvera justifiée.

D'après la définition de R_y on a

$$E_x = \sqrt{2 R_y P_s}\,\frac{\cosh(kx)}{\sinh(kx)},$$

$$P_s = \eta_4 U_c I_0 = \text{puissance à la sortie.}$$

En remplaçant R_y par l'équation (20), on obtient

$$(64) \qquad \frac{E_x}{E_0} = \sqrt{2 k d \eta_4 \frac{U_c}{U_p} \frac{\cosh(kx)}{\sinh(kx)}}\,\frac{\gamma_i}{k}.$$

Dans les cas pratiques :

$$kd \approx 2, \qquad x = d, \qquad \eta_4 < 1 \qquad \text{et} \qquad \frac{U_c}{U_p} \leq 1,$$

on a

$$\left|\frac{E_x}{E_0}\right| \approx \frac{2\gamma_i}{k} \ll 1.$$

$\frac{\gamma_i}{k}$ est de l'ordre de $\frac{1}{50}$. On ne commet pas d'erreur sensible en écrivant l'équation (62)

$$E_{\text{cin.}} = \frac{m}{2} v_0^2.$$

Il faut encore démontrer que tous les électrons qui entrent pour différentes phases ωt_0 dans l'espace de décharge atteignent l'anode. On se restreindra pour cela au cas où la vitesse des électrons est égale à celle de l'onde libre, c'est-à-dire que l'on posera $a = 0$ et où l'atténuation de la ligne à retard est négligeable. Nous calculons la distance x des électrons en fonction de la phase d'entrée ωt_0 et nous obtenons en quatrième approximation

$$(65) \quad x = x_0 - d\,\frac{\Delta U_p}{\gamma_i \frac{v_0}{\omega} U_p} e^{\gamma_i y}\,\frac{\sinh(kx_0)}{\sinh(kd)} \sin\omega t_0 + d\,\frac{kd}{4}\left(\frac{\Delta U_p}{\gamma_i \frac{v_0}{\omega} U_p} e^{\gamma_i y}\right)^2 \frac{\sinh(2kx_0)}{\sinh^2(kd)}$$
$$- d\,\frac{k^2 d^2}{12}\left(\frac{\Delta U_p}{\gamma_i \frac{v_0}{\omega} U_p} e^{\gamma_i y}\right)^3 \frac{\sinh(3kx_0) - \sinh(kx_0)}{\sinh^3(kd)} \sin\omega t_0$$
$$+ d\,\frac{k^3 d^3}{48}\left(\frac{\Delta U_p}{\gamma_i \frac{v_0}{\omega} U_p} e^{\gamma_i y}\right)^4 \left\{\frac{\sinh(4kx_0) - \sinh(2kx_0)}{\sinh^4(kd)} - \cos 2\omega t_0\,\frac{\left[\frac{1}{2}\sinh(4kx_0) - \sinh(2kx_0)\right]}{\sinh^4(kd)}\right\}$$
$$- d\,\frac{k^2 d^2}{6 \cdot 128}\left(\frac{\Delta U_p e^{\gamma_i y}}{\gamma_i \frac{v_0}{\omega} U_p}\right)^3 \frac{[13\sinh(3kx_0) - 23\sinh(kx_0)]}{\sinh^3(kd)} \sin\omega t_0$$
$$+ d\,\frac{k^3 d^3}{12 \cdot 128}\left(\frac{\Delta U_p e^{\gamma_i y}}{\gamma_i \frac{v_0}{\omega} U_p}\right)^4 \frac{[13\sinh(4kx_0) - 10\sinh(2kx_0)]}{\sinh^4(kd)}.$$

Les deux derniers termes dans l'équation (65) interviennent à cause des non-linéarités des équations de départ. Dans l'équation (65), nous avons négligé l'absorption de l'anode. L'absorption entraîne une diminution du gain et donc, dans les deux derniers termes de l'équation (65), d'autres coefficients. Nous négligeons dans les considérations suivantes ces deux termes, parce que leurs valeurs sont mal déterminées et parce qu'ils ne changent pas sensiblement le mouvement des électrons dans la direction x.

Nous voyons, d'après l'équation (65) que, dans les première, troisième, etc. approximations, des électrons qui entrent dans une phase $\pi < \omega t_0 < 2\pi$ se meuvent vers l'anode tandis que les électrons dans la phase $0 < \omega t_0 < \pi$ se meuvent vers l'électrode négative. Dans la deuxième et la quatrième approximation, tous les électrons ont une composante vers l'anode. Si l'on tient compte des deux derniers termes de l'équation (65) ce comportement du mouvement dans la direction x est le même, seulement les coefficients changent. En remplaçant ΔU_p par E_y (6) et en tirant la résistance de couplage de l'équation (20), on obtient

$$\left(\frac{\Delta U_p e^{\gamma_i y}}{\gamma_i \frac{v_0}{\omega} U_p}\right) = \frac{\sinh(kd)}{\sinh(kx_0)}\sqrt{\frac{2 P_{\text{H.F.}}}{kd\,U_p I_0}\,\frac{\sinh(kx_0)}{\cosh(kx_0)}}$$
$$= \frac{\sinh(kd)}{\sinh(kx_0)}\sqrt{\frac{2\eta_{40}}{kd}\,\frac{U_c}{U_p}\,\operatorname{tgh} kx_0},$$

$P_{\text{H.F.}}$ = puissance H. F. de la première approximation.

$$P_{\text{H.F.}} = \frac{E_{y_0} E_{y_0}^*}{2 R_y} e^{2\gamma_i y}.$$

$$\eta_{40} = \frac{P_{\text{H.F.}}}{U_c I_0}.$$

Dans les figures 4 et 5, nous avons tracé $\frac{x}{d}$ en fonction de la phase d'entrée ωt_0 pour différentes valeurs de kd, kx_0 et $\eta_{40}\frac{U_c}{U_p}$, d'après l'équation (65) en négligeant les deux derniers termes (*fig.* 4 et 5). Nous

voyons que le taux des électrons qui sont captés par l'anode est d'autant plus grand que $\eta_0 \frac{U_c}{U_p}$ et kd sont plus grands et kx_0 plus petit.

Prenons un exemple pratique : $kd = 2$, $\frac{U_c}{U_p} = 0{,}5$. Pour $kx_0 = 1{,}250$, η_0 ne peut pas dépasser environ 0,75, la valeur du rendement idéal que l'on calcule, si tous les électrons atteignent l'anode. Dans ce cas, $\eta_0 \frac{U_c}{U_p}$ est de l'ordre de 0,3 à 0,4, alors seulement environ 50 % des électrons atteignent l'anode et 80 % des électrons environ cèdent de l'énergie dans le champ H. F., tandis que 20 % gagnent de l'énergie.

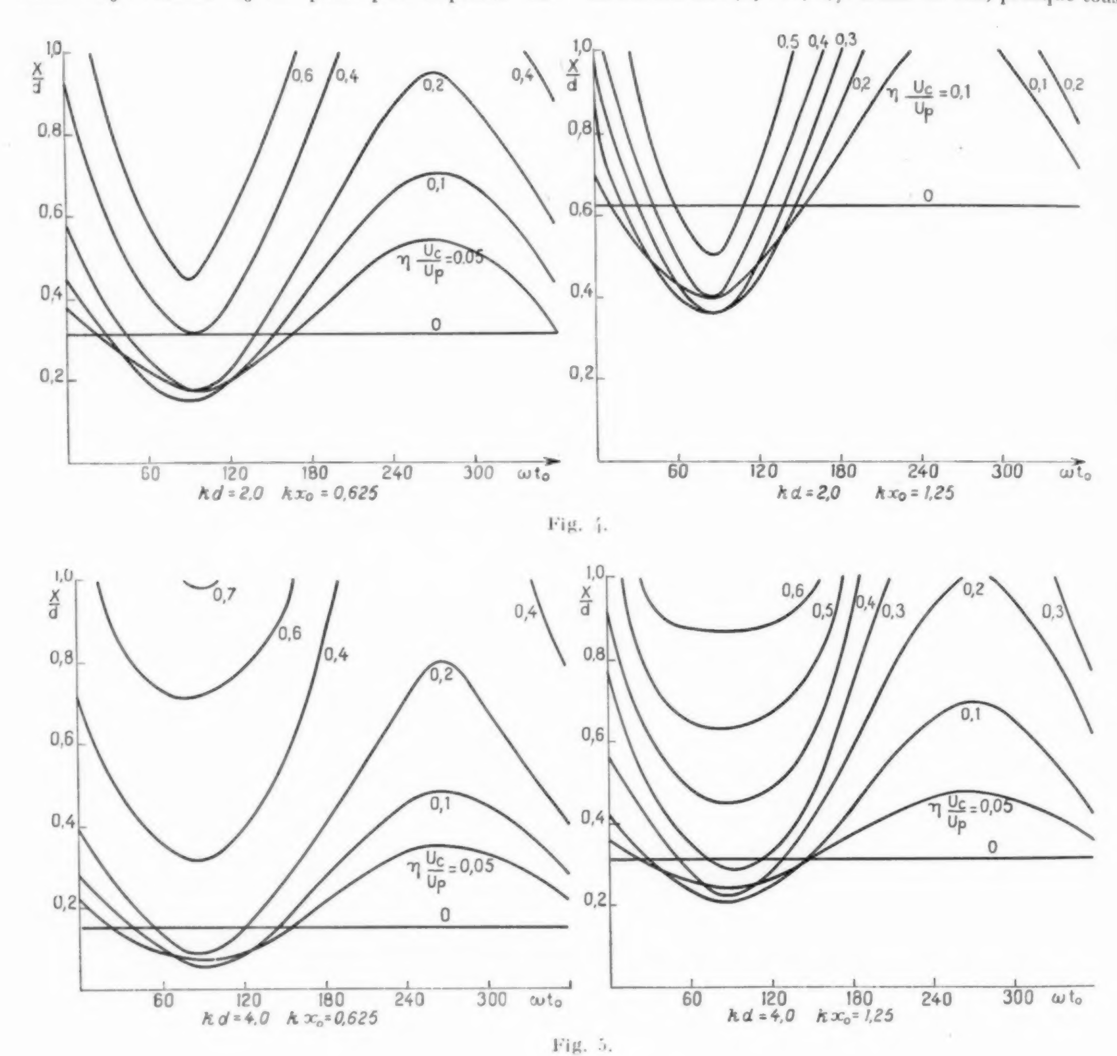


Fig. 4.

Fig. 5.

Le rendement calculé d'après la méthode indiquée dans [2] est beaucoup plus grand que le rendement pratique. Dans le cas de la figure 5, $kd = 4$, $kx_0 = 1{,}25$, $\frac{U_c}{U_p} = 1$, le rendement calculé d'après [2] est 69 %. Donc, $\eta_0 \frac{U_c}{U_p}$ est de l'ordre de 0,6, ..., 0,7. Dans ce cas, presque tous les électrons atteignent l'anode. L'évaluation du rendement, d'après [2], est donc justifiée. C'est la même dans le cas de la figure 4 avec

$$kd = 2{,}0, \qquad kx_0 = 0{,}625 \qquad \text{et} \qquad \frac{U_c}{U_p} = 1.$$

Résumons : si les électrons se meuvent assez loin de l'anode, presque tous atteignent l'anode, le rende-

ment est grand. Si les électrons se meuvent au voisinage de l'anode, les électrons de phase d'entrée défavorable n'atteignent pas l'anode. Le rendement est plus petit que le résultat du calcul d'après la méthode indiquée dans [2]. L'erreur que nous commettons dans ce cas est plus petite que 0,5.

Cet effet est compréhensible si l'on regarde le comportement physique du tube. Le champ E_x donne une focalisation dans la phase favorable. Le champ E_y de phase défavorable dirige les électrons vers l'électrode négative. Le champ E_y de phase favorable dirige les électrons vers l'anode. Donc, si les électrons se meuvent au voisinage de l'électrode négative, c'est-à-dire dans un champ E_x grand, devant E_y, il y a une focalisation dans la phase favorable et le faisceau se dirige lentement vers l'anode. Si les électrons se meuvent au voisinage de l'anode, E_y est du même ordre de grandeur que E_x et les électrons de phase défavorable se meuvent vers l'électrode négative. Ils arrivent dans un champ E_x plus faible, la focalisation n'est pas suffisante.

Pour un grand rendement, il est donc favorable d'utiliser la même tension à la cathode et à l'électrode négative.

10. Calcul du terme fondamental du courant H. F.

Le courant est donné par

$$\tilde{i} + I_0 = \rho_0 (v_0 + \delta v_y) \left(1 + \frac{d}{dx_0} \delta x\right) \Delta x_0. \tag{66}$$

soit sensiblement

$$\frac{\tilde{i}}{I_0} = \frac{d}{dx_0} \delta_1 x + \frac{d}{dx_0} \delta_3 x.$$

Posant $\tilde{i} = \tilde{i}_1 + \tilde{i}_3$, on a, en supposant pour simplifier $\gamma = 0$ et $a = 0$:

$$\frac{\tilde{i}_1}{I_0} = i \frac{kd}{\sinh(kd)} \frac{\Delta U_p}{\gamma \frac{v_0}{\omega} U_p} e^{\gamma y} \cosh(kx_0) e^{i\Phi}. \tag{67}$$

$$\frac{\tilde{i}_3}{I_0} = - i \frac{(kd)^3}{\sinh^3(kd)} \left(\frac{\Delta U_p}{\gamma \frac{v_0}{\omega} U_p} e^{\gamma y} \right)^3 e^{i\Phi} \tag{68}$$

$$\times \left[\frac{37}{6 \cdot 128} \cosh(kx_0) + \frac{5}{2 \cdot 128} \cosh(3kx_0) \right].$$

D'où, pour l'amplitude

$$\left| \frac{\tilde{i}}{I_0} \right| = \left| \frac{\tilde{i}_1}{I_0} \right| - \left| \frac{\tilde{i}_1}{I_0} \right|^3 \frac{30 \cosh(2kx_0) + 22}{6 \cdot 128 \cosh^2(kx_0)}. \tag{69}$$

La valeur maximum de $\left| \frac{\tilde{i}}{I_0} \right|$ est ainsi

$$\left| \frac{\tilde{i}}{I_0} \right| = \frac{16\sqrt{2}}{3} \frac{\cosh(kx_0)}{\sqrt{11 + 15 \cosh(2kx_0)}}, \tag{70}$$

Pour $e^{kx_0} \gg 0$, on en déduit

$$\left| \frac{\tilde{i}}{I_0} \right|_{max} \sim 1.38.$$

et pour $kx_0 \ll 1$,

$$\left| \frac{\tilde{i}}{I_0} \right|_{max} \sim 1.48.$$

Lorsqu'on injecte le faisceau au voisinage de l'électrode négative, la modulation de courant est plus profonde que lorsqu'on l'injecte près de l'anode. Ceci est compréhensible car le champ E_y s'annule sur l'électrode négative et les électrons ne sont alors soumis, au moment de leur entrée dans l'espace de décharge, qu'à l'action focalisatrice du champ E_x; au contraire, lorsqu'ils entrent au voisinage de l'anode, ils sont soumis à la fois à l'action de E_y et E_x, ce qui entraîne une modulation de courant moins profonde.

11. Conclusions.

Dans cet article, nous avons calculé plus exactement le gain pour des petits signaux en négligeant l'hypothèse exprimée par l'équation (1). Nous trouvons quatre ondes qui remplissent les conditions initiales. Le gain augmente d'un facteur $\sqrt{2}$ parce que le faisceau se meut dans un champ variable avec x. Par contre, dans l'Annexe, nous avons calculé la résistance de couplage pour une hélice plate et nous trouvons que la résistance de couplage est d'un facteur 2 environ plus petit. Donc les valeurs numériques calculées d'après [3] restent presque les mêmes.

L'influence des non-linéarités des équations de départ [équation (8)] entraîne une augmentation du gain avec l'amplitude. L'augmentation du gain est plus grande si la vitesse des électrons n'est pas égale à la vitesse de l'onde libre. Les densités alternatives sont nulles, jusqu'à la troisième approximation, les effets de la charge d'espace sont donc petits.

La vitesse des électrons à un endroit x, y, t est donnée par $\frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{\mathbf{B}^2}$ où $\mathbf{E}$ est le champ électrique au point x, y, t, perpendiculaire à la vitesse. Donc, *les électrons sont captés avec leur vitesse continue*, puisque, d'autre part, le champ H. F. est petit devant le champ continu.

Le taux des électrons captés par l'anode est supérieur à 50 %. Si les électrons entrent au voisinage de l'électrode négative le taux est 100 %. Pour un bon rendement, il est donc favorable d'utiliser la même tension à la cathode et à l'électrode négative.

Il resterait encore trois problèmes à traiter :

1° Pour calculer le taux des électrons captés par l'anode, il faut connaître l'influence de l'absorption de l'anode sur le gain.

2° Dans cet article, le calcul est fait sous l'hypothèse d'une optique idéale. En pratique, il existe toujours un mouvement relatif. L'influence en sera étudiée dans un article ultérieur.

3° Jusqu'à présent, on a supposé que les effets de la charge d'espace sont petits parce que la densité électronique est constante. Or, comme il est bien connu d'après les travaux de Brillouin la densité continue de la charge d'espace entraîne une vitesse continue variable dans la section du faisceau. Cet effet doit influencer le gain du T. P. O. M. Jusqu'ici, on n'a étudié un flux électronique avec différentes vitesses que sans ligne à retard [8, 9].

D'autre part, la densité alternative doit influencer le comportement du T. P. O. M. Nous traiterons ces effets dans un autre article.

ANNEXE.

On va calculer ici la résistance de couplage d'une hélice plate suivant une méthode indiquée par Pierce. Comme la vitesse de l'onde qui se propage

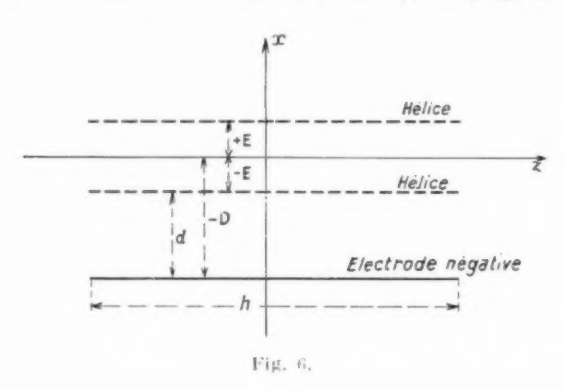


Fig. 6.

dans la direction du faisceau est petite devant la vitesse de la lumière, les champs peuvent se dériver simplement d'un potentiel scalaire. On supposera que l'hélice est formée de deux plans conducteurs séparés par un intervalle $2E$, l'électrode négative étant située dans le plan $x = -D$ (*fig.* 6).

Sur l'hélice on a, dans la direction y, un champ sinusoïdal forcé qui se déduira d'un potentiel de la forme

$$\varphi = F(x)\, e^{i(\omega t - \alpha y)}. \qquad (1')$$

On a

pour $-D \leq x \leq -E$:

$$\varphi = B \sinh[\alpha(x + D)]\, e^{i(\omega t - \alpha y)}; \qquad (2')$$

pour $-E \leq x \leq +E$:

$$\varphi = A \cosh(\alpha x)\, e^{i(\omega t - \alpha y)}; \qquad (3')$$

pour $+E \leq x \leq \infty$:

$$\varphi = C\, e^{-\alpha x}\, e^{i(\omega t - \alpha y)}. \qquad (4')$$

Les champs se déduisent de φ par

$$E_x = -\frac{d\varphi}{dx}, \qquad E_y = -\frac{d\varphi}{dy},$$

soit :

pour $-D \leq x \leq -E$:

$$\left\{ \begin{aligned} E_{x\,\mathrm{I}} &= -\alpha A \cosh(\alpha E) \frac{\cosh[\alpha(x + D)]}{\sinh[\alpha(D - E)]}\, e^{i(\omega t - \alpha y)}, \\ E_{y\,\mathrm{I}} &= +i\alpha A \cosh(\alpha E) \frac{\sinh[\alpha(x + D)]}{\sinh[\alpha(D - E)]}\, e^{i(\omega t - \alpha y)}; \end{aligned} \right. \qquad (5')$$

pour $-E \leq x \leq +E$:

$$\left\{ \begin{aligned} E_{x\,\mathrm{II}} &= -\alpha A \sinh(\alpha x)\, e^{i(\omega t - \alpha y)}, \\ E_{y\,\mathrm{II}} &= +i\alpha A \cosh(\alpha x)\, e^{i(\omega t - \alpha y)}; \end{aligned} \right. \qquad (6')$$

pour $+E \leq x \leq +\infty$:

$$\left\{ \begin{aligned} E_{x\,\mathrm{III}} &= \alpha A \cosh(\alpha E)\, e^{-\alpha(x - E)}\, e^{i(\omega t - \alpha y)}, \\ E_{y\,\mathrm{III}} &= +i\alpha A \cosh(\alpha E)\, e^{-\alpha(x - E)}\, e^{i(\omega t - \alpha y)}. \end{aligned} \right. \qquad (7')$$

La puissance W transportée par une largeur h de l'hélice est

$$W = Q v_g. \qquad (8')$$

où Q est l'énergie électromagnétique emmagasinée par unité de longueur et v_g la vitesse de groupe de l'onde.

Or Q est donné par

$$Q = \frac{\varepsilon_0 h}{2} \int_{-D}^{+\infty} (E_y E_y^* + E_x E_x^*)\, \mathrm{d}x. \qquad (9')$$

soit

$$W = v_g \frac{\alpha A^2}{2} \varepsilon_0 h \{ \sinh(2\alpha E) + \cosh^2(\alpha E) \times [1 + \cot \alpha(D - E)] \}. \qquad (10')$$

La résistance de couplage est alors

$$(11') \quad R_y = \frac{E_y E_y^*}{2W} = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \left(\frac{c}{v_g}\right) \frac{\alpha}{h} \times \frac{\sinh^2[\alpha(D+x)]}{\left\{ \begin{array}{l} \sinh[\alpha(D-E)] \\ \quad \times [2 \operatorname{tgh} \alpha E \sinh \alpha(D-E) \\ \qquad + e^{\alpha(D-E)}] \end{array} \right\}}.$$

La valeur de R_y donnée par (15') dans [3] est identique à la valeur trouvée ici en (11') lorsqu'on fait $E = 0$.

Par contre, pratiquement on a

$$\alpha E \approx \alpha(D-E) \approx 2$$

et, dans ce cas, R_y est sensiblement la moitié de R_y ($E = 0$).

BIBLIOGRAPHIE.

[1] R. Warnecke et P. Guénard, *Sur l'aide que peuvent apporter en télévision quelques récentes conceptions concernant les tubes électroniques pour ultra-hautes fréquences* (*Annales de Radioélectricité*, octobre 1948, p. 259).

[2] R. Warnecke, W. Kleen, A. Lerbs, O. Doehler et H. Huber, *The magnetron-type traveling-wave amplifier* (*P. I. R. E.*, vol. 38, nº 5, mai 1950).

[3] J. Brossart et O. Doehler, *Les tubes à propagation d'onde à champ magnétique* (*Annales de Radioélectricité*, octobre 1948, p. 328).

[4] J. R. Pierce, *Transverse field in traveling-wave tubes* (*Bell. Syst. Techn. Journ.*, t. 27, 1948, p. 732-746).

[5] O. Doehler et W. Kleen, *Influence du vecteur électrique transversal dans la ligne à retard du tube à propagation d'onde* (*Annales de Radioélectricité*, janvier 1949, p. 76).

[6] J. R. Pierce, *Circuits for traveling-wave tubes* (*P. I. R. E.*, t. 37, 1949, p. 510-515).

[7] O. Doehler et W. Kleen, *Phénomènes non linéaires dans les tubes à propagation d'onde* (*Annales de Radioélectricité*, avril 1948, p. 124).

[8] R. Warnecke, O. Doehler et W. Kleen, *Amplification d'ondes électromagnétiques par interaction entre des flux électroniques se déplaçant dans des champs électrique et magnétique croisés* (*C. R. Acad. Sc.*, t. 229, 1949, p. 709).

[9] O. Buneman, *Generation and amplification of waves in dense charged beams under crossed fields* (*Nature*, t. 165, 1950, p. 274).

LES GUIDES A FENTES ET LEURS APPLICATIONS AUX AÉRIENS ÉTUDE EXPÉRIMENTALE.

PAR J. ORTUSI ET G. BOISSINOT,

Département Recherches générales du Centre de Recherches
de la Compagnie Générale de T. S. F.

SOMMAIRE. — *Cet article est la suite de celui publié en avril 1950. Les auteurs y présentent les expériences effectuées dans le but de vérifier les résultats théoriques établis précédemment, portant sur le rayonnement des fentes et sur le coefficient de réflexion à l'entrée du guide à fentes. En outre, les possibilités d'application des guides à fentes sont décrites sur deux aériens différents dont on indique les performances.* (C. D. U. 621.396.671 : 621.397.26.)

SUMMARY. — *This paper continues that published in April 1950. The authors present experiments realized for the purpose of verifying the theoretical results previously established, bearing on the radiation of slots and on the reflection ratio at input of a slotted wave guide. Moreover, the possibilities of utilisation of slotted wave guide are described on two different aerials which performances are indicated.* (U. D. C. 621.396.671 : 621.397.26.)

Introduction.

Dans un article paru précédemment, nous avons développé les considérations théoriques qui permettent de prévoir et de calculer le comportement des guides à fentes. Rappelons ici qu'une fente percée dans la paroi d'un guide est caractérisée par les valeurs respectives r et t des coefficients de réflexion et de transmission. Ceux-ci prennent une valeur réelle lorsque les fentes sont à la résonance. Lorsque les fentes sont assimilables à des impédances en série ou en dérivation dans le guide on a, en outre, la relation $|t| = 1 - |r|$.

Dans l'article précédent, nous avons fait l'étude du rayonnement d'un guide à fentes égales et équidistantes ainsi que des ondes stationnaires qu'elles introduisent à l'entrée du guide. Nous allons, dans cet article, indiquer dans quelle mesure l'expérience justifie les conclusions auxquelles nous avons abouti. Nous donnerons ensuite un aperçu des applications de ces guides aux aériens.

PREMIÈRE PARTIE.

ÉTUDE EXPÉRIMENTALE.

Cette étude a été effectuée sur un type de fentes bien déterminé : fentes en dérivation situées sur le petit côté du guide. Toutefois, cette étude est valable, dans ses grandes lignes, pour n'importe quel type de fentes.

1. Étude expérimentale d'une fente.

Cette étude est conduite de façon à déterminer, à une longueur d'onde donnée, les dimensions de la fente à la résonance. Ce sont, en effet, celles-ci qui sont seules utilisées en pratique. L'expérience a lieu de la façon suivante : le guide est terminé par un piston conducteur situé à une distance de la fente égale à $\frac{\lambda_g}{4}$. Dans ces conditions, la position du minimum des ondes stationnaires permet de déterminer la valeur de la partie imaginaire du coefficient de réflexion. Pour déterminer la résonance d'une fente de largeur constante d, on modifie la longueur l de la fente jusqu'à ce que le minimum des ondes stationnaires soit à une distance égale à $\frac{\lambda_g}{4}$ de l'axe de la fente. La mesure du taux d'ondes stationnaires pourrait donner la valeur r du coefficient de réflexion. Toutefois, il est plus facile de

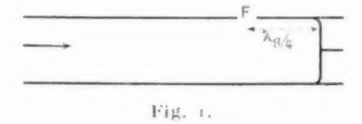


Fig. 1.

mesurer en valeur relative l'énergie rayonnée par la fente. En effet, nous avons la relation

$$W = 1 - r^2 - t^2 = 2r - 2r^2.$$

Pour des valeurs de r très petites, on voit que l'énergie rayonnée est proportionnelle à r. La valeur absolue du coefficient de réflexion s'obtient à partir de celui, connu par ailleurs, d'une fente ayant même diagramme de rayonnement, le récepteur conservant une position relative identique. Cette fente, qui sert de référence, est choisie pour avoir un fort coefficient de réflexion, facilement mesurable par la méthode des ondes stationnaires. Au moyen d'un atténuateur étalonné on peut alors déterminer les coefficients de réflexion des fentes habituellement employées. La figure 2 montre les courbes obtenues pour trois valeurs particulières de la largeur d de la

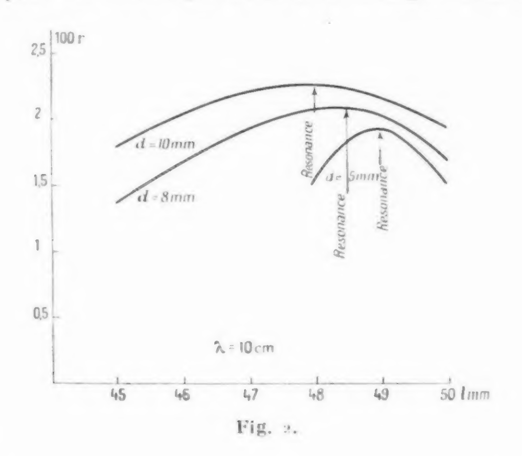


Fig. 2.

fente. On voit sur ces courbes que la longueur de la fente résonnante, inférieure à $\frac{\lambda}{2}$, diminue de quelques millimètres lorsque la largeur d augmente.

En outre, on voit que le coefficient de réflexion r d'une fente résonnante varie très peu avec la largeur d de la fente.

On peut aussi tracer les courbes représentant la valeur de r en fonction de la fréquence pour une fente donnée. Elles ont la même allure que les courbes de la figure 2. On voit donc que l'on a intérêt à prendre des fentes larges (d = 10 mm par exemple) de façon à avoir un coefficient de réflexion indépendant de la fréquence dans la bande d'utilisation.

Ces courbes sont valables pour une inclinaison donnée des fentes par rapport au courant transversal du guide. On vérifie expérimentalement que les courbes obtenues pour différentes inclinaisons de fentes sont affines respectivement les unes des autres; leurs coefficients de réflexion sont multipliés par un facteur constant, en particulier la longueur de la fente résonnante est indépendante de l'inclinaison.

2. Étude d'un nombre important de fentes égales et équidistantes.

Dans l'article précédent, nous avons vu que des fentes égales placées à la distance $\frac{\lambda_g}{2}$ l'une de l'autre rayonnaient un champ alternativement en oppo-

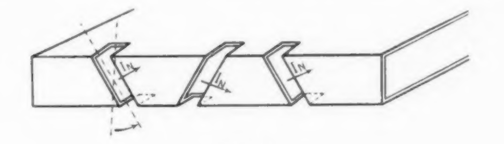


Fig. 3.

sition de phase. Pour obtenir un champ en phase sur toute la longueur du guide, il faut changer alternativement la phase du courant I_N excitant la fente. Ceci peut se faire de différentes façons suivant le type de fentes. Pour les fentes en dérivation sur le petit côté du guide (*fig.* 3) et pour les fentes en série dont le centre est situé sur l'axe du guide (*fig.* 4). On change le signe de l'angle α qu'elles font avec les courants excitateurs.

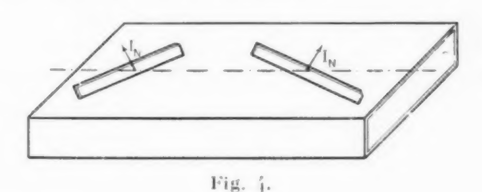


Fig. 4.

Dans ces conditions, les champs rayonnés par chaque fente ne sont pas parallèles et font entre eux l'angle 2α. Toutefois, les composantes du champ rayonné total, parallèles aux courants excitateurs, s'annulent et le champ rayonné total est alors un champ constant en amplitude et perpendiculaire aux courants excitateurs.

Dans le cas des fentes en dérivation situées sur les grands côtés du guide, l'alternance de phase des courants excitateurs est obtenue en disposant les fentes de part et d'autre de l'axe de symétrie du guide comme l'indique la figure 5. Dans ce cas, la composante I_N normale à la fente conserve toujours la même direction.

Considérons maintenant le cas d'un guide comportant un certain nombre de fentes espacées de $\frac{\lambda_g}{2}$, mais rayonnant un champ en phase par suite de la disposition indiquée ci-dessus.

Ce guide, pour une longueur d'onde donnée, est

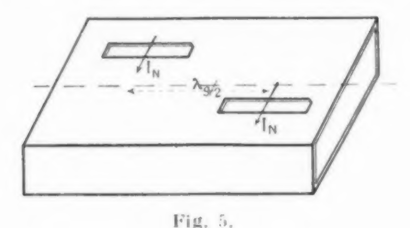


Fig. 5.

caractérisé par le nombre n de fentes et par la valeur du coefficient de réflexion r de chaque fente. Ce coefficient r qui, théoriquement, devrait être celui d'une fente isolée est, en réalité, modifié par la présence des autres fentes. Cette variation de r à la fois en module et en phase, provient de l'existence de courants circulant sur la paroi extérieure du guide entre les deux fentes, formant ainsi un couplage extérieur entre les fentes. Dans ces conditions, une partie de l'énergie rayonnée par les fentes de rang $p+1$ et $p-1$ est reçue par la fente de rang p et, par suite, modifie le champ rayonné par cette dernière à l'intérieur du guide, c'est-à-dire le coefficient de réflexion. La variation de la phase de ce dernier provient du fait que la distance entre deux fentes $\left(\frac{\lambda_g}{2}\right)$ est en général inférieure à la longueur d'onde, dans ces conditions le champ de l'onde perturbatrice reçue n'est pas en phase avec le champ rayonné normalement par la fente.

La figure 6 schématise la modification du coefficient r par suite du couplage avec les fentes voisines.

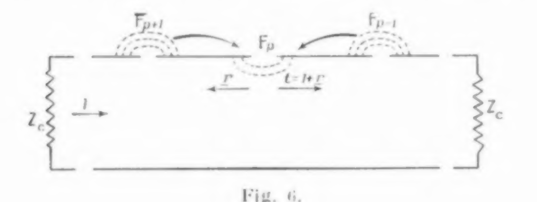


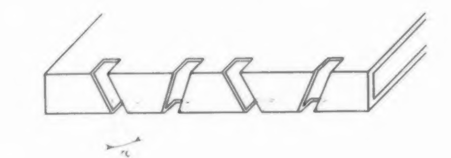
Fig. 6.

Il est à remarquer que la relation $t = 1 + r$ est encore vérifiée, puisqu'elle exprime seulement l'égalité des champs rayonnés par la fente des deux côtés du guide.

La modification de la phase entraîne une modification des conditions de résonance, la longueur de la fente doit donc être déterminée à nouveau pour que le coefficient de réflexion soit réel.

Dans ces conditions, le coefficient de réflexion r est une fonction du rang p de la fente. Toutefois, lorsque le nombre de fentes est assez important, la perturbation introduite par le couplage extérieur des fentes reste à peu près constante. Ainsi, r ne dépend plus que du nombre total de fentes et les formules supposant les fentes identiques peuvent s'appliquer à partir de ce coefficient $r(n)$. En particulier, la formule qui donne le coefficient de réflexion d'un guide comportant n fentes et terminé par un piston conducteur

$$R = \frac{1 + (2n+1)r}{1 - (2n-1)r}$$



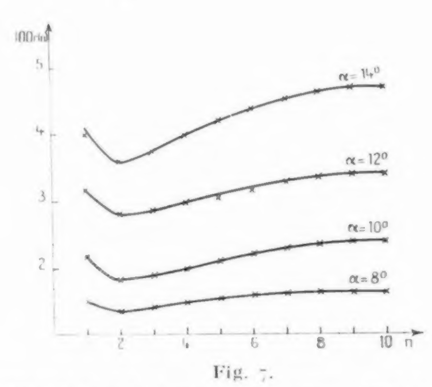


Fig. 7.

Guide 66,4 × 29,5. Épaisseur des parois 2 mm, λ = 10 cm.

obtenue par application de la formule (10) [1] s'applique en remplaçant r par $r(n)$ et permet de calculer $r(n)$ à partir du coefficient R déterminé expérimentalement.

L'expérience faite avec des fentes en dérivation sur le petit côté du guide inclinées d'un angle α, a donné les résultats indiqués sur les courbes de la figure 7. On voit qu'à partir d'un certain nombre de fentes, le coefficient $r(n)$ tend vers une valeur asymptotique que nous appellerons r_∞ et qui sera, par définition, positive.

Les courbes ont été tracées pour quatre valeurs différentes de l'angle α, la variation de r en fonc-

[1] Voir *Annales de Radioélectricité*, avril 1950, p. 100.

tion de n est d'autant plus grande que l'angle α est important. En effet, dans ce cas, la fraction d'énergie rayonnée par les fentes est plus grande, et par suite, le couplage extérieur beaucoup plus fort.

Le champ rayonné étant proportionnel à la composante I_N normale à la fente, la fraction d'énergie rayonnée est donc proportionnelle à l'expression $\sin^2 \alpha$.

Nous avons vu plus haut que le coefficient de réflexion est proportionnel à l'énergie rayonnée, donc les valeurs r_α doivent vérifier la loi

$$r_\alpha = A \sin^2 \alpha.$$

Des courbes de la figure 7 on peut en déduire la valeur de la constante A :

α.	8°.	10°.	12°.	14°.
A	0,82	0,83	0,81	0,81

On voit que la loi de proportionnalité est vérifiée avec une très bonne approximation.

3. Étude d'un guide à fentes adapté.

Nous avons vu dans l'article précédent, qu'il était théoriquement possible de réaliser un guide à fentes identiques, terminé par un piston conducteur et ayant un coefficient de réflexion à l'entrée du guide nul pour une fréquence déterminée.

Pour cela, le piston doit être placé à une distance convenable $\left(\frac{\lambda_g}{4}\text{ pour les fentes en dérivation}\right)$ de l'axe de la dernière fente et les coefficients (r, t) caractéristiques d'une fente doivent satisfaire à la relation

$$t = 1 - r_\alpha = \frac{2n}{2n+1} \quad (^1).$$

En tenant compte de la valeur de la constante A mesurée ci-dessus, on en déduit la valeur de l'angle α par la formule

$$\frac{2n}{2n+1} = 1 - A \sin^2 \alpha.$$

c'est-à-dire

$$\sin^2 \alpha = \frac{1{,}22}{2n+1}.$$

Nous avons réalisé plusieurs guides satisfaisant à cette condition, en particulier un guide de 20 fentes, qui sont donc inclinées de 10° sur le plan de section droite du guide. Ces guides ont permis de vérifier expérimentalement les résultats théoriques établis pour les guides adaptés.

a. Amplitude du champ rayonné. — On détermine cette amplitude à l'aide d'un mesureur de champ que l'on déplace parallèlement au guide à une distance de 1 m environ de celui-ci. Les résultats obtenus pour la fréquence centrale sont indiqués sur la figure 8.

On voit sur cette figure que le champ varie de moins de 10 % le long du guide. Le rayonnement des fentes extrêmes se prolonge un peu au delà des fentes terminales. Cette courbe se déforme très peu avec la fréquence, ce qui est conforme avec la théorie qui prévoit que l'amplitude du champ

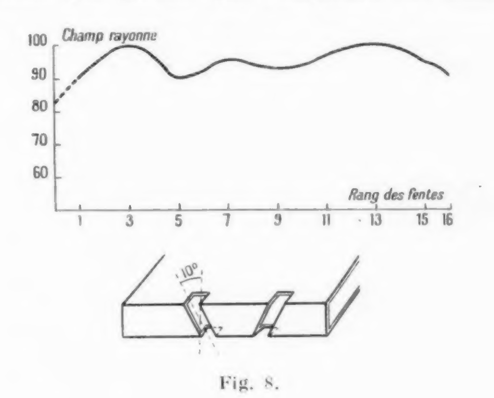


Fig. 8.

rayonné varie au deuxième ordre près avec la fréquence.

En outre, la direction du champ électrique de l'onde rayonnée au loin est rigoureusement parallèle à l'axe du guide.

b. Mesure du coefficient de réflexion R. — La théorie prévoit que, pour ce guide, le coefficient de réflexion est nul à la fréquence centrale de 3 000 Mc et varie avec la fréquence suivant la formule

$$R = \frac{n}{3}\pi\left(\frac{\lambda_g}{\lambda}\right)^2 \frac{df}{f} \quad (^1).$$

La longueur d'onde d'utilisation est de 10 cm et la longueur d'onde correspondante dans le guide est de 15,2 cm. Avec ces valeurs numériques, la formule à vérifier devient

$$R = 2{,}35\, n \frac{df}{f}.$$

(1) *Voir* formule (17) (*Annales de Radioélectricité*, avril 1950, p. 101).

(1) *Voir* formule (21) (*Annales de Radioélectricité*, avril 1950, p. 103).

La moyenne des mesures effectuées sur cinq guides de longueurs différentes et dont les fentes sont en conséquence différemment inclinées, a montré la proportionalité entre la valeur de R et le nombre n des fentes. Le coefficient trouvé est égal à 2,5 au lieu de la valeur théorique 2,35 indiquée sur la formule ci-dessus. Par exemple, pour un guide de 20 fentes, le taux d'ondes stationnaire reste inférieur à 1,5 (ce qui correspond à $R < 0{,}2$) dans une bande passante totale de 24 Mc.

c. Mesure de la phase du champ rayonné. — Le montage de l'expérience est indiqué sur la figure 9.

Le champ rayonné est mesuré en C à l'aide d'un

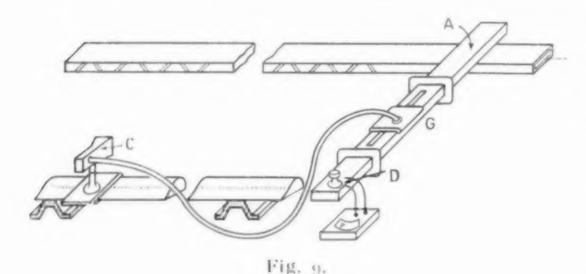


Fig. 9.

cornet qui se déplace parallèlement au guide à fentes. Une fraction de l'énergie correspondante à ce champ est transmise par l'intermédiaire d'une ligne coaxiale de longueur constante, à l'intérieur d'un guide auxiliaire G normal au guide à fentes. Le couplage de la ligne coaxiale au guide G est réalisé par une sonde de profondeur réglable. En outre, cette sonde peut coulisser le long du guide G. L'amplitude complexe du champ rayonné E par la sonde à l'intérieur du guide G est proportionnelle à l'amplitude complexe du champ à mesurer, c'est-à-dire que les modules sont proportionnels et les différences de phase sont constantes. Une partie de l'énergie du guide principal est dérivée dans le guide G au moyen du couplage directif A et transmet, dans G, un champ E_0 constant en amplitude et en phase. Le guide G est, en outre, terminé par un détecteur D parfaitement adapté. Ce détecteur mesure donc la somme des champs des ondes progressives formées par le rayonnement de la sonde et du couplage directif A. Le mode opératoire est le suivant : le cornet C étant placé initialement face à l'extrémité du guide à fentes, on règle l'enfoncement et la position de la sonde, de façon à obtenir une indication nulle du détecteur. Dans ce cas, le champ E est égal en module au champ E_0 et de phase opposée. Lorsque le cornet C se déplace d'une longueur x devant le guide à fentes, le champ $E(x)$ varie et le détecteur D fournit une indication non nulle. Pour retrouver un minimum des indications du détecteur, il est nécessaire de déplacer la sonde d'une longueur l permettant de remettre en opposition de phase le nouveau champ E avec le champ E_0. La variation de phase du champ $E(x)$, égale à la variation de phase du champ rayonné par le guide à fentes lors du déplacement du cornet, est donnée par la formule

$$\varphi = 2\pi \frac{l}{\lambda_g},$$

λ_g étant la longueur d'onde dans le guide G.

L'expérience montre que les minima observés sont effectivement des zéros (à plus de 20 db des maxima), ce qui traduit la constance à 10 % près du module du champ rayonné par le guide à fentes. Ceci a lieu d'ailleurs dans tout l'intervalle de la bande passante d'utilisation, ce qui justifie le résultat théorique que le module du champ rayonné reste constant au deuxième ordre près.

Les courbes de la figure 10 montrent les variations de la position de ces zéros, c'est-à-dire de la phase le long d'un guide de 16 fentes pour la fréquence centrale et différentes fréquences voisines.

On voit sur ces courbes que la variation de la

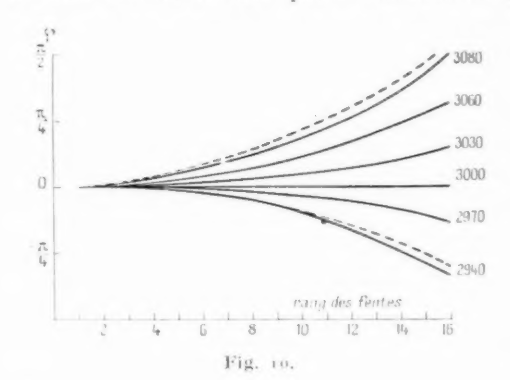


Fig. 10.

phase est sensiblement nulle pour la fréquence centrale. Elle présente, en fonction du rang p de la fente, une variation parabolique mise nettement en évidence sur les courbes.

Dans la partie théorique, on a vu que la loi de variation de la phase était représentée par la formule

$$\varphi = \frac{p^2 - p}{n} \frac{d\theta}{2} \quad (^1).$$

(1) *Voir* formule (23) (*Annales de Radioélectricité*, avril 1950, p. 104).

avec

$$d\theta = \pi \left(\frac{\lambda_g}{\lambda} \right)^2 \frac{df}{f}.$$

C'est bien une loi parabolique en fonction du rang p des fentes. La variation de phase est, de plus, proportionnelle à la variation de fréquence, ce que les courbes de la figure 10, affines les unes des autres par rapport à l'axe des abscisses, permettent de vérifier expérimentalement.

On peut montrer, par un exemple particulier, que la loi théorique est vérifiée expérimentalement, à moins de 10 % près.

Prenons une fréquence de 3 060 Mc ($df = +60$ Mc) et la position $p = 16$ (maximum de déphasage). La formule théorique donne un déphasage

$$\varphi = 15\pi . 2,25 \frac{60}{3\,000 \times 2} = 0,34\pi.$$

La valeur expérimentale donne le résultat très voisin $\varphi = 0,32\pi$.

4. Étude d'un guide à fentes équidistantes quelconques.

Dans le paragraphe précédent, nous avons étudié un guide à fentes dont les coefficients caractéristiques des fentes r et t satisfaisaient à la relation $t = \frac{2n}{2n+1}$ en fonction du nombre n de fentes. Considérons maintenant le cas de fentes qui ne satisfont pas à cette relation et rappelons sommairement les résultats théoriques obtenus dans l'article précédent (¹).

Posons, d'une manière générale, par analogie avec la relation précédente,

$$t = \frac{2n}{2n+y}.$$

La théorie montre que les caractéristiques du guide à fentes, c'est-à-dire le taux d'ondes stationnaires et la répartition du rayonnement, ne sont fonction que de la variable y à partir d'un nombre de fentes supérieur à 10.

On trouve (¹) pour ces quantités les deux expressions

$$R = \frac{1-y}{1+y} + 2ni\,d\theta \frac{1 - \frac{y^2}{3}}{(1+y)^2},$$

$$I_p = \left(-2 - y \frac{p^2}{n} i\,d\theta \right) t_{n+1}.$$

Le cas de $y = 1$ est le cas traité précédemment.

(¹) *Annales de Radioélectricité*, avril 1950, p. 104 et 105.

Pour les autres valeurs de y, le coefficient R n'est pas nul pour la fréquence centrale et le guide doit être adapté au moyen d'un correcteur passif. La variation de R minimum en fonction de la longueur d'onde est obtenue pour $y = \sqrt{3}$. On voit aussi, sur les formules, que l'amplitude du champ rayonné reste constante au second ordre près, mais que la variation parabolique de la phase est d'autant plus faible que y est petit.

a. ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DU COEFFICIENT R. — Dans ce but, on a réalisé des guides de 30 fentes avec des valeurs de y comprises entre $\frac{1}{2}$ et 2. Pour cela, on a utilisé des fentes en dérivation sur le petit côté du guide caractérisées par l'angle α qu'elles font avec le plan de section droite. Nous

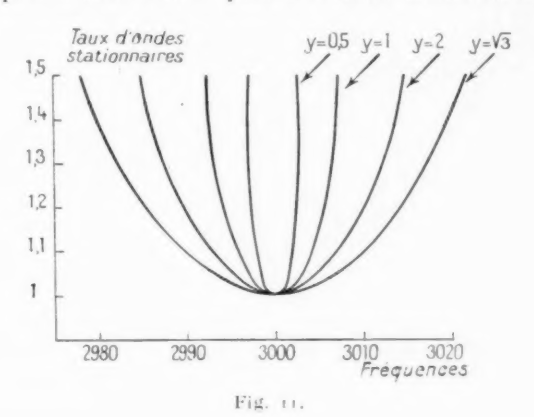


Fig. 11.

avons vu plus haut que le coefficient de réflexion r_α de ces fentes était donné par la formule

$$r_\alpha = 0,82 \sin^2\alpha.$$

La relation définissant y est aussi équivalente (puisque $t = 1 - r_\alpha$) à la relation

$$2nr_\alpha = y.$$

On a donc la relation pour $n = 30$:

$$y = 50 \sin^2\alpha.$$

A chaque valeur de y correspond une valeur de α. Par exemple, pour $y = 0,5$, on a $\alpha = 5°45'$; pour $y = 2$ on a $\alpha = 11°30'$.

La figure 11 montre le taux d'ondes stationnaires de quatre guides correspondant aux valeurs

$$y = 0,5, \quad y = 1, \quad y = \sqrt{3} \quad \text{et} \quad y = 2.$$

Ces courbes ont été tracées après correction sur la fréquence centrale, les minima étant tous égaux à 1.

La figure 12 tirée de ces courbes montre la variation de la bande passante limitée au taux d'ondes stationnaires inférieur à 1,5 en fonction de la variable y. On voit expérimentalement que la bande passante est trois fois plus large pour la valeur $y = \sqrt{3}$ que pour la valeur $y = 1$. Cette limitation est d'ailleurs due aux termes du deuxième ordre en $d\theta$, puisque la bande passante donnée par la formule précédente serait illimitée en ne prenant que les termes du premier ordre.

b. Étude expérimentale du champ rayonné. — Nous avons fait, sur les quatre guides précédents ($y = 0,5$, $y = 1$, $y = \sqrt{3}$, $y = 2$), l'étude de la répartition du champ rayonné au moyen du dispositif expérimental qui a été indiqué au paragraphe précédent dans le cas des guides adaptés. L'expérience a montré que l'amplitude du champ rayonné restait sensiblement constante le long du guide pour les valeurs de y comprises entre $\frac{1}{2}$ et 2. Ce résultat conforme à la théorie est obtenu pour toutes les fréquences de la bande d'utilisation. Pour des fréquences très éloignées de la fréquence centrale et pour des valeurs de y supérieures à 1, on constate la présence d'un minimum d'amplitude au centre du guide.

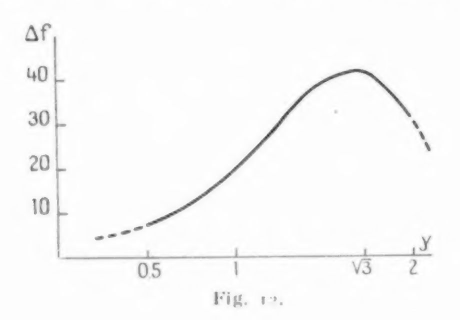


Fig. 12.

Nous avons tracé les courbes de déphasage correspondant aux quatre guides. On retrouve, dans chaque cas, la loi parabolique, la proportionnalité du déphasage à la variation de fréquence et, pour chaque série de courbes, la proportionnalité avec la valeur de y.

DEUXIÈME PARTIE.

APPLICATIONS DES GUIDES A FENTES AUX AÉRIENS.

Les guides à fentes sont utilisés, soit comme antennes proprement dites, soit, de préférence, comme source linéaire d'excitation d'un réflecteur cylindrique. C'est, dans ce cas, l'ensemble du réflecteur et du guide à fentes qui constitue l'antenne.

Dans tous les cas, les caractéristiques demandées à l'aérien conditionnent entièrement le choix et la réalisation du guide à fentes. Ce dernier constitue, par ailleurs, la partie essentielle de l'antenne. Nous allons indiquer en détail, de quelle façon le choix du guide est fonction des caractéristiques de l'aérien et nous décrirons quelques réalisations obtenues ainsi à la Compagnie Générale de T. S. F.

1. Choix du guide à fentes.

Nous supposerons initialement qu'on s'impose de choisir un guide de section droite donnée; par exemple, nous utiliserons le guide standard pour la fréquence de 3 000 Mc. La longueur d'onde λ_g dans ce guide est de 15,2 cm. Dans ces conditions, le choix d'un guide à fentes porte sur le nombre n de fentes et sur les coefficients caractéristiques de celles-ci, c'est-à-dire, comme on l'a vu dans la première Partie, sur la valeur du coefficient y. Celui-ci est alors déterminé, par exemple dans le cas des fentes sur le petit côté, par l'inclinaison de ces dernières sur le plan de section droite. Le choix du guide dépend alors de plusieurs conditions que nous allons examiner séparément.

1.1. Choix de la longueur totale du guide. — L'ouverture demandée du diagramme dans un plan contenant l'axe du guide détermine la longueur de celui-ci. En effet, on sait que les meilleures conditions d'excitation d'une ouverture rayonnante donnée sont obtenues lorsque la phase reste constante dans l'ouverture. Le gain maximum est alors obtenu avec une excitation d'amplitude constante. Pour réduire les feuilles secondaires, il est nécessaire de réduire l'amplitude de l'excitation sur les bords. Dans tous les cas, la largeur θ du diagramme à demi-puissance est donnée par l'expression

$$\sin\theta = k\frac{\lambda}{a},$$

k est un facteur numérique de l'ordre de l'unité fonction de l'amplitude des lobes secondaires et a la longueur du réflecteur. Pour une longueur d'onde donnée et pour une valeur donnée de k, on voit que a est déterminé par la valeur de l'angle θ.

Dans le cas où le guide est utilisé seul, la longueur a est égale à la distance entre les fentes extrêmes. Il en est de même lorsque le guide est utilisé comme source primaire d'excitation d'un réflecteur. En conséquence, pour une longueur d'onde dans le guide λ_g donnée, le nombre total de fentes n est

donc imposé uniquement par la largeur θ du diagramme.

1.2. Bande passante de l'aérien. — La bande de fréquence dans laquelle le fonctionnement de

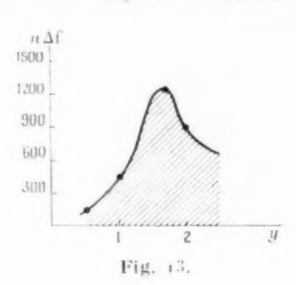


Fig. 13.

l'aérien satisfait à toutes les conditions d'utilisation est appelée la bande passante de l'aérien.

Elle est d'abord limitée par la réaction de l'aérien sur l'émetteur, provoquée par un taux d'ondes stationnaires trop élevé. On admet généralement que ce dernier doit être inférieur à 1,5. En conséquence, le module du coefficient de réflexion R doit être inférieur à 0,2. Traçons sur la figure 13 la courbe donnant en fonction du coefficient y le produit du nombre de fentes n par la variation relative de fréquence correspondant à la valeur $R = 0,2$. D'après la formule théorique, on voit que cette courbe doit être indépendante du nombre de fentes. L'expérience confirme cette prévision. Ainsi, la courbe de la figure 13 a été tracée pour un nombre n égal à 30 et est donc affine de la courbe de la figure 12; c'est la courbe caractéristique des guides à fentes, au point de vue des ondes stationnaires.

La bande de fréquences utilisable, correspondant

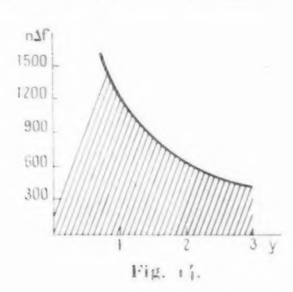


Fig. 14.

à $R < 0,2$, est représentée sur la figure par la région hachurée du plan. La bande passante est, en outre, limitée par les déformations du diagramme introduites par le déphasage du champ d'excitation dans le plan d'ouverture.

L'expérience montre que le déphasage maximum acceptable est de $\frac{\pi}{4}$. Traçons sur la figure 14 la courbe donnant, en fonction du coefficient y, le produit du nombre de fentes n par la variation relative de fréquence correspondant à un déphasage égal à $\frac{\pi}{4}$. D'après la formule théorique, cette courbe est une hyperbole et elle est indépendante du nombre de fentes. L'expérience confirme cette prévision; la courbe 14 a été tracée pour un nombre de fentes égal à 30, mais c'est la courbe caractéristique des guides à fentes au point de vue du déphasage. La bande de fréquences utilisable correspondant à $\varphi < \frac{\pi}{4}$ est représentée sur la figure par la région hachurée du plan.

1.3. Choix du guide en fonction de la bande passante. — Si nous représentons sur la figure 15

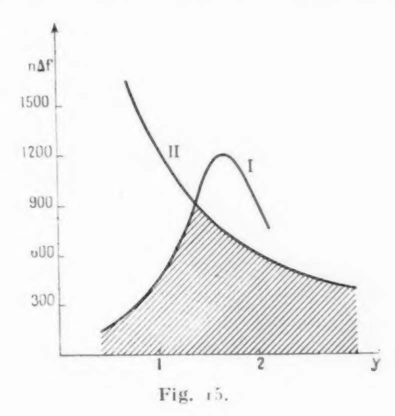


Fig. 15.

les deux courbes précédentes, la bande de fréquences utilisable, compte tenu des deux conditions précédentes, est représentée par la région hachurée du plan.

La valeur du coefficient y qui fournit la bande passante la plus large est donc obtenue par l'intersection des courbes 1 et 2. Cette valeur est voisine de 1,3 et la bande passante correspondante est donnée par la relation

$$\frac{\Delta f}{f} = 2\,\frac{0,16}{n}.$$

Ainsi donc, le choix d'un guide à fente unique est complètement déterminé par l'ouverture du diagramme qui fixe le nombre de fentes n et par la valeur 1,3 du coefficient y qui fixe le coefficient de rayonnement de chaque fente, lui-même fixé par exemple par l'inclinaison de la fente sur le plan de section droite. La bande passante est alors déter-

minée par cette formule et elle est inversement proportionnelle au nombre de fentes n, c'est-à-dire à la longueur de l'aérien. Par exemple, pour une longueur de l'aérien de 2,50 m, c'est-à-dire un nombre de fentes égal à 32, la bande passante est égale à $\pm$ 15 Mc.

1.4. Augmentation de la bande passante par accouplement de plusieurs guides. — On voit que la bande passante maximum, même pour une longueur d'aérien moyenne, est trop faible pour une utilisation normale de l'aérien. On est donc conduit à répartir le nombre total des fentes sur plusieurs guides convenablement réunis. Soit par exemple p le nombre de guides et n le nombre de fentes de chaque guide. Le nombre total N de fentes, égal à n, est seulement lié à la longueur totale de l'aérien, c'est-à-dire à la largeur du diagramme à obtenir. Par contre, la limitation de la bande passante n'est liée qu'au nombre n de fentes de chaque guide. Ainsi donc, il est possible, en associant convenablement p guides identiques, de satisfaire en même temps à l'exigence d'un diagramme

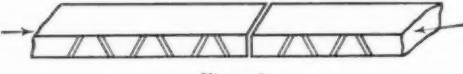


Fig. 16.

étroit et d'une bande passante convenable. En effet, la première condition fournit la valeur de N et la seconde condition fournit la valeur de n. Il faut alors utiliser un branchement convenable avec p guides identiques. Par exemple, pour avoir un diagramme de 1° d'ouverture à demi-puissance, il est nécessaire d'utiliser une longueur de guides de 5 m. Le nombre total N est de 64 fentes. La bande passante correspondant à un guide unique étant alors de $\pm$ 7,5 Mc est nettement insuffisante. On peut alors adopter une division en deux guides, de façon à avoir une bande passante de $\pm$ 15 Mc. Cette division peut être effectuée de deux façons particulières, qui conduisent chacune à des résultats différents.

On peut d'abord juxtaposer les deux guides par leurs extrémités (*fig.* 16). Les deux fentes terminales doivent alors être convenablement orientées suivant la nature du branchement (série ou shunt) qui partage l'énergie dans les deux guides.

Cette méthode est difficilement généralisable au cas d'un nombre de guides supérieur à deux. Il faut alors assembler les deux guides à fentes en un seul, l'excitation s'effectuant au milieu de celui-ci (*fig.* 17 *a*).

Dans ces conditions, la généralisation en un nombre pair de guides ne présente aucune difficulté (*fig.* 17 *b*). Nous allons examiner séparément les avantages et les inconvénients de ces deux cas de division et nous montrerons, en outre, que leur emploi change aussi légèrement le choix des caractéristiques optima de chaque guide.

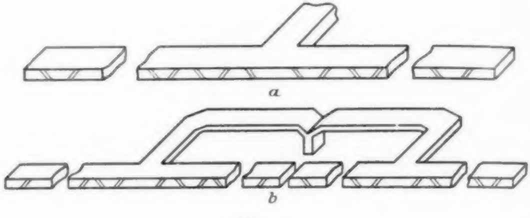


Fig. 17.

a. Cas des guides juxtaposés par leurs extrémités. — Les deux guides sont alors forcément identiques et leurs plans conducteurs terminaux sont placés dans l'axe de l'aérien. La bande passante est, au minimum, comme nous l'avons vu, celle de chacun des guides pris séparément. Elle peut être, en réalité, fortement augmentée par une disposition convenable des guides. Tout d'abord la déformation de la surface équiphase avec la fréquence est moins préjudiciable à la forme du diagramme que celle de chaque guide. En effet, nous avons vu, dans la première Partie, que la variation de la phase en fonction du rang des fentes, suit une loi parabolique à partir du plan conducteur. En conséquence, la variation de la phase dans le cas actuel est représentée par la juxtaposition de deux paraboles identiques (*fig.* 18).

Dans ces conditions, il est clair que la variation de la phase est très faible au centre de l'aérien. Or, la théorie prévoit que l'influence d'une telle variation de phase consiste dans l'élargissement du lobe principal, mais aussi dans une diminution des feuilles secondaires par rapport à l'excitation constante. Au contraire, dans le cas du guide unique,

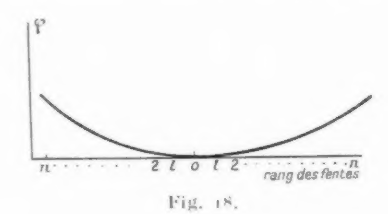


Fig. 18.

la variation de phase est stationnaire à une des extrémités du guide. Ceci se traduit par l'apparition d'un lobe secondaire plus important que dans le cas de l'excitation constante. La limitation de la bande passante provient donc, dans le cas des deux guides, de l'élargissement du diagramme. On peut admettre

alors facilement un déphasage maximum de $\frac{\pi}{2}$ entre les extrémités de l'aérien et le centre. Cette nouvelle hypothèse montre que la bande passante de l'ensemble est doublée par rapport à celle de chaque guide pris séparément et, par conséquent, quadruplée par rapport à celle du guide unique ayant même longueur totale. Il est naturel d'essayer alors de reculer également la limitation de la bande passante due aux ondes stationnaires. Or, avec ce dispositif de branchement, il est facile de mettre en opposition de phase les ondes réfléchies par chacun des guides PA et QB. En effet, les deux guides étant supposés parfaitement identiques, ils ont donc même coefficient de réflexion R, quelle que soit la fréquence ou la valeur du coefficient caractéristique y.

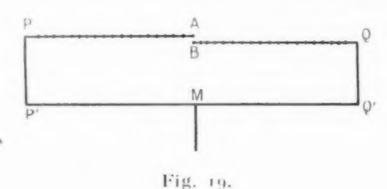


Fig. 19.

Dans ces conditions, il suffit donc que les distances MP et MQ soient différentes d'un quart de longueur d'onde dans le guide. Toutefois, dans ce cas, les deux guides PA et QB rayonnent alors des champs en quatradure de phase. Pour que le plan de chaque guide à fentes soit un plan équiphase, il est nécessaire de décaler transversalement les deux guides d'une distance égale au quart de longueur d'onde dans l'espace indéfini. La figure 19 montre un exemple de jonction coforme à ce principe. Le guide de partage P′Q′ doit être, lorsqu'il est parallèle aux guides à fentes, attaqué en un point M convenablement placé. Posons, par exemple,

$$\mathrm{MP'} = x_a \qquad \text{et} \qquad \mathrm{MQ'} = x_b.$$

Les deux conditions précédentes permettent de déterminer x_a et x_b.

On a

$$\mathrm{MP} = x_a + \mathrm{PP'}, \qquad \mathrm{MQ} = x_b + \mathrm{QQ'}.$$

Par différence,

$$\mathrm{MP} - \mathrm{MQ} = x_a - x_b + \frac{\lambda}{4} = \frac{\lambda_g}{4},$$

c'est-à-dire,

$$x_a - x_b = \frac{1}{4}(\lambda_g - \lambda).$$

Le point M est donc légèrement rapproché du guide B.

Lorsque le coefficient de réflexion de chaque guide R est petit, la condition d'opposition de phase des ondes réfléchies rend le coefficient de réflexion total égal au carré de chacun d'entre eux, c'est-à-dire du deuxième ordre en R.

Soient, en effet,

$$Z_A = Z_C \frac{1+R}{1-R} \qquad \text{et} \qquad Z_B = Z_C \frac{1-R}{1+R},$$

les impédances ramenées par les deux guides dans le plan de la jonction.

Dans le cas d'un branchement en série, l'impédance totale ramenée en haut du guide unique est

$$Z = Z_A + Z_B^C = 2 Z_C \frac{1+R^2}{1-R^2}.$$

Pour que le branchement soit en outre adapté, il est nécessaire que l'impédance caractéristique du guide unique soit égale à $2Z_C$. On voit alors que le coefficient de réflexion R' dans le guide unique est égal à R^2.

La limitation de la bande passante par le taux d'ondes stationnaires est donc obtenue avec la condition $R' < 0{,}2$, c'est-à-dire $R < 0{,}45$.

En conséquence, quelle que soit la valeur de y,

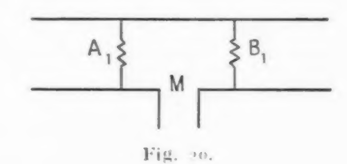


Fig. 20.

la bande passante, proportionnelle à la valeur maximum tolérable de R, est donc multipliée par le coefficient 2,25.

Si nous reprenons alors les deux courbes de la figure 15, on voit que l'ordonnée de la courbe de déphasage et celle de la courbe des ondes stationnaires doivent être toutes les deux multipliées par un facteur voisin de 2. En conséquence, la valeur de y reste sensiblement la même que pour le guide unique, c'est-à-dire 1,3. Par contre, la bande passante de l'ensemble est multipliée par 2, par rapport à celle de chacun des guides et multipliée par 4 par rapport au guide unique ayant même longueur totale.

Pour une antenne de 5 m, par exemple, la bande passante est portée par ce procédé à $\pm$ 30 Mc.

b. Cas des guides attaqués par le milieu. — Lorsque la bande passante est encore jugée insuffisante, il est nécessaire d'utiliser un nombre pair de guides

supérieur à 2. Chaque couple de guides peut être réalisé par un branchement en série (*fig.* 21 *a*) ou

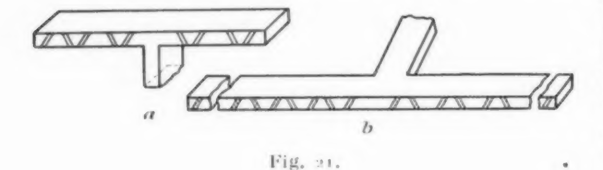


Fig. 21.

par un branchement en parallèle (*fig.* 21 *b*). Dans le premier cas, les fentes les plus près de la jonction sont d'inclinaison opposée. Dans le second cas, elles sont parallèles. Ceci est fait dans le but d'obtenir un rayonnement équiphase le long du guide. Ces fentes, dont l'écartement est arbitraire, sont placées symétriquement le plus près possible du branchement.

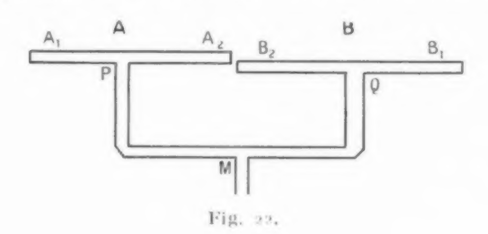


Fig. 22.

Le branchement le plus simple, pour utiliser ces couples de guides, est obtenu avec un ensemble de quatre guides comme l'indique la figure 22.

Il est possible ici encore de mettre en opposition de phase les ondes réfléchies par chacun des couples de guides A et B en M. Il suffit de prendre les distances MP et MQ différentes d'un quart de longueur d'onde dans le guide et de décaler les couples A et B

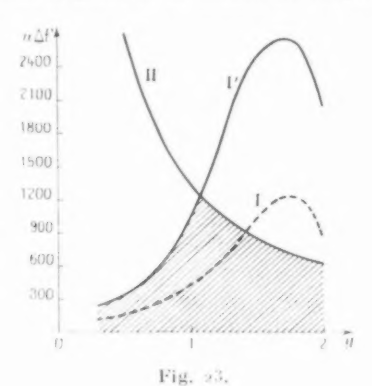


Fig. 23.

d'un quart de longueur d'onde dans l'espace indéfini. Si R représente le coefficient de réflexion d'un guide unique, on voit, ici encore, qu'avec des branchements adaptés, le coefficient de réflexion total est égal à R^2. La bande passante limitée par les ondes stationnaires est donc aussi multipliée par le facteur 2,25 par rapport à chacun des guides uniques. Par contre, dans ce cas, la bande passante limitée par le déphasage est la même que celle d'un guide unique. Si nous retraçons alors (*fig.* 23) les courbes de la figure 15 dans le cas actuel, la courbe 1 n'est pas changée, mais la courbe 2 est transformée en la courbe 3 affine dans le rapport 2,25.

On voit sur la figure 23 que la valeur de y qui donne la meilleure bande passante est voisine de 1 au lieu de 1,3 dans le cas du guide unique et que cette bande optimum est multipliée par 1,3 en valeur absolue. Dans l'ensemble, la bande passante est donc multipliée par 5,2 par rapport au guide unique

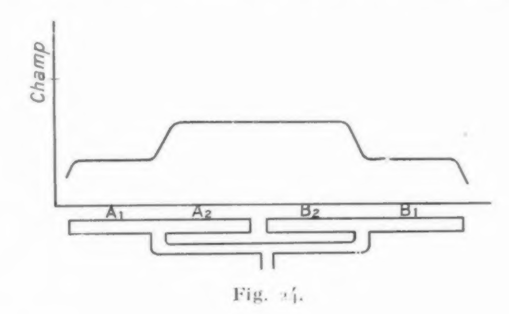


Fig. 24.

de même longueur totale. Par exemple, pour une antenne de 5 m, elle devient égale à ± 40 Mc. La valeur de y doit donc être différente de celle qui correspond au guide unique et ainsi, le meilleur point de fonctionnement est obtenu, lorsque chaque guide partiel est parfaitement adapté pour la fréquence centrale ($y = 1$).

Dans cette disposition, une nouvelle possibilité apparaît aussi pour l'amélioration de la forme du diagramme. Les éléments respectifs A_1A_2 et B_1B_2 de chaque couple A et B peuvent ne pas être identiques. L'amplitude du champ rayonné par les fentes des guides centraux A_2 et B_2 peut être rendue supérieure à celle du champ rayonné par les fentes des guides extrêmes A_1 et B_1. Pour cela, les guides A_2 et B_2 possèdent des fentes plus inclinées. Ces guides doivent être choisis plus courts, de façon à obtenir la même valeur du coefficient y, c'est-à-dire, dans le cas le plus favorable, à être adaptés pour la fréquence centrale. La figure 24 montre la répartition de l'amplitude du champ rayonné le long de l'aérien, proportionnelle à l'angle d'inclinaison des fentes.

On sait que cette répartition est favorable à la diminution des feuilles secondaires lorsque la phase

reste constante tout le long des quatre guides pour la fréquence centrale. La bande passante par ailleurs, n'est pas sensiblement modifiée.

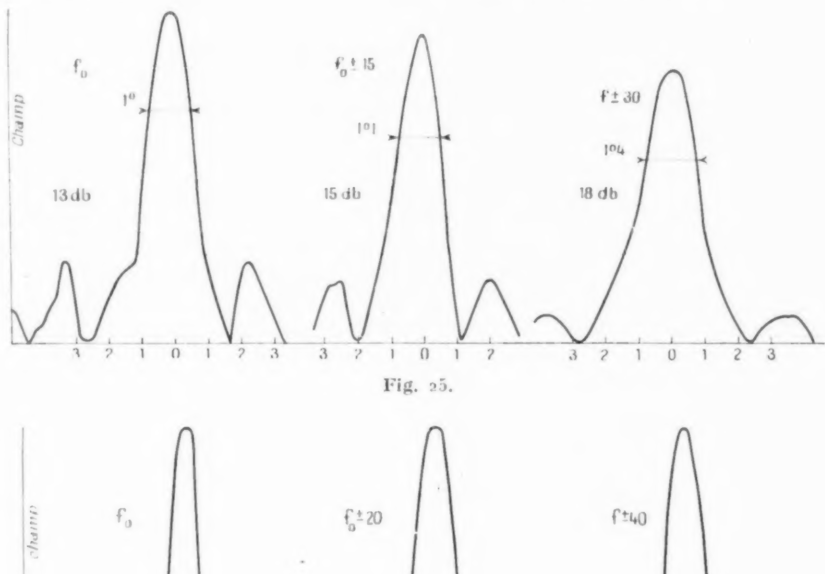


Fig. 25.

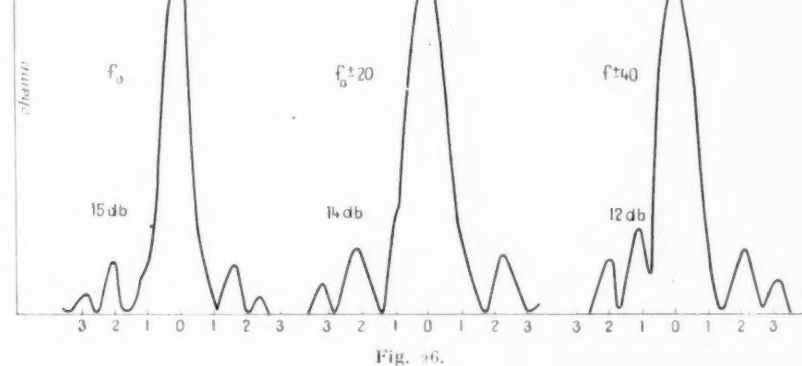


Fig. 26.



Fig. 25 *bis*.



Fig. 26 *bis*.

2. **Résultats obtenus.**

Les guides à fentes que l'on vient de décrire ont été utilisés comme source d'excitation d'un réflecteur cylindrique. La forme de la section droite de celui-ci dépend du diagramme vertical à obtenir. Dans le cas où l'on cherche uniquement un maximum de l'énergie dans une direction déterminée du plan perpendiculaire du guide, le réflecteur est un cylindre parabolique, et le guide à fentes est placé le long de la ligne focale.

En utilisant deux guides juxtaposés par leurs extrémités et ayant une longueur totale de 5 m, on obtient les diagrammes indiqués sur la figure 25.

Nous voyons sur ces courbes qu'à la fréquence centrale, l'amplitude des feuilles latérales correspond sensiblement à l'amplitude calculée dans le cas de l'excitation uniforme. De part et d'autre de la fréquence centrale, les déformations du diagramme, visibles sur ces courbes, montrent que l'amplitude des feuilles secondaires diminue, mais que le lobe principal s'élargit et que le gain de l'aérien est plus faible.

Le même réflecteur a servi à focaliser le rayonnement d'un guide à fentes constitué par quatre éléments, conformément au dessin de la figure 17 *b*. Les diagrammes obtenus dans ce cas sont alors indiqués sur la figure 26.

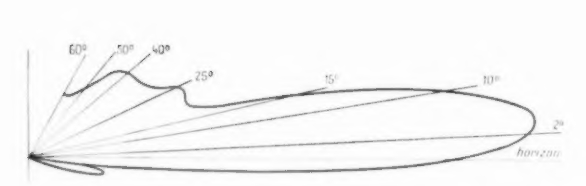


Fig. 27.



Fig. 27 *bis*.

Nous voyons que le gain reste constant, ainsi que la largeur du lobe principal, par contre, l'amplitude des feuilles latérales augmente pour des fréquences différentes de la fréquence centrale. En outre, dans toute cette bande passante, le taux d'ondes stationnaires mesuré reste inférieur à 1,3.

Enfin, il est possible, en modifiant la section droite du réflecteur, d'obtenir un diagramme vertical en forme de *cosécante carrée*. On sait qu'un tel diagramme a pour but d'obtenir un champ réfléchi d'amplitude constante pour tous les points situés à la même altitude dans la direction du lobe principal. On parvient à ce résultat en utilisant comme profil du réflecteur un arc de parabole se raccordant à un arc de cercle, centré au foyer. En outre, on peut modifier le rayonnement des fentes dans un plan perpendiculaire au guide; il suffit pour cela de placer le long du guide des volets formant cornet. On obtient alors la répartition désirée de l'amplitude dans le plan d'ouverture de l'aérien. La figure 27 représente le diagramme vertical obtenu dans ces conditions.

CONCLUSION.

Nous avons exposé dans cet article, ainsi que dans l'article théorique précédent, les considérations qui permettent de prévoir et d'expliquer le comportement des guides à fentes. Le calcul a été effectué à partir de la notion d'ondes progressives circulant entre les fentes du guide.

Cette notion entraîne des développements plus délicats que le concept classique de l'impédance placée dans une ligne équivalente. Toutefois, suivant de plus près le phénomène de propagation, elle se prête plus aisément aux interprétations physiques et permet, d'une part, d'interpréter plus simplement les données expérimentales et, d'autre part, de prévoir le comportement du guide à fentes dans sa bande passante d'utilisation.

Nous avons expliqué les conditions du choix d'un guide à fentes satisfaisant à des performances d'aériens déterminées. Nous avons vu que ces performances étaient obtenues avec des guides divisés en plusieurs parties. En utilisant les méthodes préconisées au cours de cet exposé, on a pu s'affranchir dans une grande mesure du principal inconvénient de l'emploi des guides à fentes, c'est-à-dire l'étroitesse de la bande passante d'utilisation. On a ainsi réalisé des aériens assurant un fonctionnement très satisfaisant. En outre, leur forme générale cylindrique leur confère un encombrement inférieur à celui d'un secteur de paraboloïde excité par une source focale et leur donne une plus grande facilité de rotation.

DIFFRACTION DES PARABOLOÏDES DE RÉVOLUTION

PAR J. ORTUSI et J. C. SIMON,

Département Recherches générales du Centre de Recherches
de la Compagnie Générale de T. S. F.

SOMMAIRE. — *Dans cet article, les auteurs, après avoir rappelé certaines analogies entre l'Optique classique et l'Électromagnétisme, calculent, à l'aide des formules de Kottler, la répartition des champs autour du foyer d'un paraboloïde de révolution, dans le cas d'une onde incidente plane et dans le cas d'une onde inclinée sur l'axe. Des expériences ont été effectuées pour* 8 cm *de longueur d'onde, sur trois paraboloïdes de différent paramètre. Elles sont en en plein accord avec les résultats théoriques.* (C. D. U. 621.396.11.)

SUMMARY. — *After a recall of certain analogies between classical Optics and Electromagnetism the distribution of the fields near the focus of a paraboloid of revolution is evaluated by means of Kottler's formulas in the case of a plane incident wave or inclined with respect to the axis. Experiments have been performed with three paraboloids of different parameters for* 8 cm *wavelength. They quite agree with the theoretical results.* (U. D. C. 621.396.11.)

Introduction.

C'est dans la technique de fabrication et d'utilisation des aériens que sont mises en évidence les notions préconisées par Maxwell et Hertz, que la lumière et les ondes électromagnétiques sont la manifestation d'un même phénomène, différent par les valeurs de la longueur d'onde. Toutefois, les phénomènes de diffraction sont en Optique hertzienne des phénomènes essentiels, alors que la notion de propagation rectiligne les masque presque complètement en Optique classique. En partant de celle-ci, on peut retrouver, en augmentant progressivement la longueur d'onde, une continuité parfaite entre les manifestations extrêmes du même phénomène. Dans cet article, nous nous efforcerons de montrer à la fois par la théorie et par l'expérience l'existence de cette continuité. Les cas traités se rapportent au paraboloïde de révolution, qui constitue un réflecteur fréquemment utilisé dans la technique des ondes centimétriques. Toutefois, les résultats obtenus sont très généraux et peuvent être appliqués aux dispositifs rayonnants, en particulier aux lentilles électromagnétiques.

Pour suivre le parallèle ainsi établi, nous allons chercher à voir ce que deviennent les notions élémentaires de l'Optique classique lorsque la longueur d'onde augmente. Prenons par exemple la notion d'objet. Considérons, pour fixer les idées, un dipôle électrique élémentaire. On sait que l'énergie existant dans l'espace indéfini se présente sous deux aspects différents; à l'intérieur d'une sphère de rayon égal à $\frac{\lambda}{2\pi}$ l'énergie se trouve, en majeure partie, sous forme réactive, les champs électriques et magnétiques sont en quadrature; au contraire, à grande distance, les champs électriques et magnétiques sont en phase, l'énergie se propage. On ne peut localiser la source d'émission à l'intérieur de la première zone, qui remplace ainsi la notion de point lumineux.

Dans le cas d'une source directive, considérons une sphère de rayon infiniment grand, on peut penser représenter le rayonnement par un développement en harmoniques sphériques sur cette sphère; soit n, l'ordre le plus élevé nécessaire pour représenter ce rayonnement, on démontre [1] que la zone précédemment considérée pour le doublet s'étend à une sphère de rayon $\frac{n\lambda}{2\pi}$.

De la même manière, considérons un système focalisateur qui permette de concentrer l'énergie incidente. Supposons que seul un angle solide α soit intéressé par le rayonnement, on démontre par un raisonnement analogue au précédent, que l'énergie est sous forme réactive à l'intérieur d'une sphère de rayon $\frac{n\lambda}{2\pi}$ avec $\alpha = \frac{2\pi}{n}$. Ce rayon n'est autre que

celui de la tache de diffraction classique en Optique. En effet, considérons par exemple (*fig.* 1) une lentille (L) focalisant une onde au point A. Le rayon de la tache de diffraction en A est classiquement

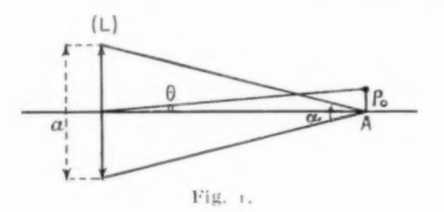


Fig. 1.

donné par la formule $\rho_0 = f\frac{\lambda}{a}$, or on a $\frac{a}{f} = \alpha$, donc $\rho_0 = \frac{\lambda}{\alpha}$, on retrouve la formule précédemment trouvée.

On voit donc que l'énergie focalisée ne peut être localisée en un point et est répartie dans une sphère de rayon $\frac{n\lambda}{2\pi}$.

Il est en général possible, à partir des notions d'énergie, de définir une image ponctuelle, celle-ci étant le point de l'espace où la densité d'énergie est maxima. Il n'est pas parfois possible de trouver un tel point. Dans ce cas, l'image obtenue est simplement comprise dans une sphère dont les dimensions sont fonction des caractéristiques du système focalisateur.

Il est intéressant de regarder ce que devient cette définition de l'image d'un objet ponctuel en Optique classique lorsque la longueur d'onde tend vers zéro. Considérons par exemple (*fig.* 2) une lentille de révolution autour d'un axe xx', sur laquelle tombe une onde plane, homogène, indéfinie, provenant du point à l'infini de l'axe xx'.

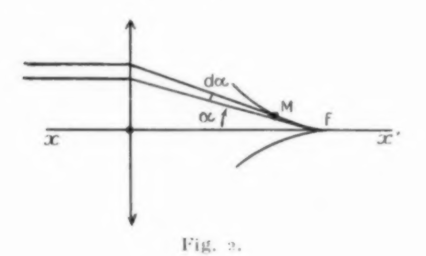


Fig. 2.

Tous les rayons lumineux sont tangents à une caustique dont le point de rebroussement est le foyer F de la lentille. Sur tous les points de cette caustique et sur l'axe, la densité d'énergie est infinie. La densité d'énergie est inversement proportionnelle à la deuxième puissance de l'angle élémentaire $d\alpha$ du pinceau d'inclinaison α correspondant au point M de la caustique. Elle est toutefois du quatrième ordre pour $\alpha = 0$, c'est-à-dire pour le point F. F est l'image au sens énergétique. Si, maintenant, on suppose que la lentille est masquée par un écran, à l'exception du prisme élémentaire correspondant à l'angle α, la densité d'énergie n'est infinie qu'au point M de contact avec la surface de la caustique. Le point M est donc l'image du point à l'infini de l'axe Ox à travers le prisme élémentaire P.

Nous allons examiner maintenant ce que deviennent ces notions dans le cas d'un réflecteur constitué par un paraboloïde de révolution limité par un plan de section droite, constituant le plan d'ouverture. Nous supposerons que ce réflecteur est excité par une onde plane homogène indéfinie inclinée d'un angle α sur l'axe, c'est-à-dire provenant

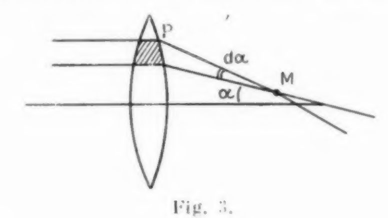


Fig. 3.

d'un point objet à l'infini. Suivant les idées qui précèdent, nous allons déterminer la répartition du champ électromagnétique au voisinage du foyer du paraboloïde.

Calcul théorique. — Pour effectuer la détermination des champs au voisinage du foyer, nous allons prendre pour champs-sources des formules de Kottler le champ réfléchi par la surface élémentaire du paraboloïde. De plus, nous supposons que les dimensions du paraboloïde sont grandes devant la longueur d'onde; dans ces conditions, il est possible de prendre pour champ-source en un point le champ réfléchi par le plan tangent à la surface du point considéré, comme si ce dernier était un plan métallique indéfini.

Un calcul analogue fondé sur les mêmes principes a été effectué en Acoustique par M. Y. Rocard [2]; ce calcul étudie, en effet, la répartition de la pression sonore due à la diffraction aux environs du foyer, en prenant pour champ source celui d'une onde plane incidente normale à l'axe, réfléchie par les éléments d'un paraboloïde. On est conduit à présenter le module de la pression sonore sous forme de développements limités aux environs du foyer. Nous verrons que nous sommes conduits à faire de même pour le module du champ électrique. Enfin,

le calcul que nous effectuons est en quelque sorte la réciproque d'un calcul de M. R. Darbord [3], qui examine le champ diffracté au loin par un paraboloïde, lorsqu'on place au foyer de ce dernier un doublet électromagnétique normal à l'axe.

Vérifications expérimentales. — Des mesures des champs ainsi calculés ont été effectuées à la même longueur d'onde ($\lambda_\alpha = 8{,}20$) sur trois paraboloïdes de révolution différents P_1, P_2, P_3. On peut (*fig.* 4) définir un paraboloïde de révolution par son paramètre $p\left(SF = \frac{p}{2}\right)$ et par $h = 1 - \cos\theta_0$, θ_0 étant la coordonnée sphérique de son cercle d'ouverture.

Pour P_1 :

$$p = 180 \text{ cm}, \qquad h = 0{,}2;$$

Pour P_2 :

$$p = 100 \text{ cm}, \qquad h = 0{,}66;$$

Pour P_3 :

$$p = 25 \text{ cm}, \qquad h = 1{,}63.$$

P_1 est un paraboloïde très plat, en effet, pour un diamètre d'ouverture égal à 120 cm, la flèche au sommet n'est que de 10,7 cm. A l'inverse, P_3 est un paraboloïde très creux, pour un diamètre d'ouverture égal à 105 cm, la flèche au sommet est de 55 cm. P_2 est un type de réflecteur habituellement utilisé dans les antennes. C'est lui qui, compte tenu de l'excitation primaire, donne pratiquement les meilleurs résultats, dans la technique des antennes.

La méthode de mesure utilisée est simple. Un cristal détecteur, de dimensions petites devant la longueur d'onde et étalonné, permet la mesure directe du champ en un point déterminé. Il ne permet pas de distinguer le champ réfléchi du champ incident; il en résulte des franges sur les diagrammes, dues aux interférences entre ces deux champs. Le champ incident étant constant et, en général, assez inférieur au champ réfléchi, ce phénomène ne perturbe que peu l'allure générale du champ réfléchi.

Onde incidente normale à l'axe.

Prenons pour origine des axes le foyer F du paraboloïde, pour axe Fz l'axe FS du paraboloïde de point courant M. Soient Fx et Fy respectivement parallèles aux champs **E** et **H** incidents. Soient, de plus, θ, φ et ρ les coordonnées sphériques du point M. L'ouverture a pour coordonnée $\theta = \theta_0$.

Prenons pour champs-sources au point M les champs **E**′ et **H**′ obtenus pour la réflexion de l'onde incidente sur le plan tangent en M à la surface du paraboloïde.

On trouve pour composantes suivant les axes Fxyz :

$$\begin{aligned}
E'_x &= E\cos^2\varphi\cos\theta - E\sin^2\varphi,\\
E'_y &= E\sin\varphi\cos\varphi\cos\theta + E\sin\varphi\cos\varphi,\\
E'_z &= E\cos\varphi\sin\theta;\\
H'_x &= H\sin\varphi\cos\varphi\cos\theta - H\sin\varphi\cos\varphi,\\
H'_y &= H\sin^2\varphi\cos\theta + H\cos^2\varphi,\\
H'_z &= -H\sin\varphi\sin\theta.
\end{aligned}$$

On vérifie que **E**′ et **H**′ sont normaux entre eux et à la direction MF de propagation de l'onde réfléchie. Ces champs **E**′ et **H**′ vont être les champs-sources des formules de Kottler pour calculer le champ diffracté au voisinage du foyer. Rappelons que les formules de Kottler donnent en un point de l'espace P le champ diffracté par une surface S

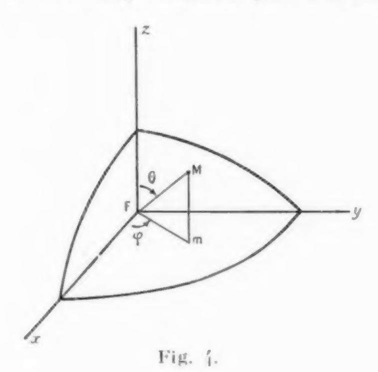


Fig. 4.

limitée par un contour C en fonction de champs-sources **E**′ et **H**′ :

$$4\pi\mathbf{E}^P = \frac{1}{ik}\int_C \mathbf{grad}\,\Psi(\mathbf{H}'.\mathbf{ds}) + \int_C \Psi[\mathbf{E}'\times\mathbf{ds}] + \iint_S\left(\Psi\frac{\partial\mathbf{E}'}{\partial n} - \mathbf{E}'\frac{\partial\Psi}{\partial n}\right)d\sigma;$$

$$4\pi\mathbf{H}^P = \frac{-1}{ik}\int_C \mathbf{grad}\,\Psi(\mathbf{E}'.\mathbf{ds}) + \int_C \Psi[\mathbf{H}'\times\mathbf{ds}] + \iint_S\left(\Psi\frac{\partial\mathbf{H}'}{\partial n} - \mathbf{H}'\frac{\partial\Psi}{\partial n}\right)d\sigma;$$

où Ψ à la définition $\Psi = \frac{e^{-ikR}}{R}$, avec $R = \mathrm{MP}$. Dans le cas présent, la surface S est la surface du paraboloïde et le contour C le cercle défini par $\theta = \theta_0$.

On vérifie que les intégrales de contour sont nulles quelle que soit la position du point P, par raison de symétrie, dans le cas où l'onde incidente est normale à l'axe.

1° Calcul du champ au foyer. — Le calcul de l'intégrale de surface donne

$$\mathbf{E}^F = -\frac{ik}{2\pi}\iint_S \frac{\mathbf{E}'}{\rho}\,d\sigma\cos\frac{\theta}{2},$$

d'où les composantes du champ électrique

$$(1) \quad \begin{cases} E_x^F = -\pi E \dfrac{p}{\lambda}(1-\cos\theta_0) = -\dfrac{Ef}{\lambda}\Omega, \\ E_y^F = E_z^F = 0, \end{cases}$$

avec

$$f = \frac{p}{2},$$

Ω angle solide sous lequel on voit l'ouverture du point F.

De même pour le champ magnétique

$$\begin{cases} H_x^F = H_z^F = 0, \\ H_y^F = \pi H \dfrac{p}{\lambda}(1-\cos\theta_0) = \dfrac{Hf}{\lambda}\Omega. \end{cases}$$

Nous trouvons ainsi des champs électriques et

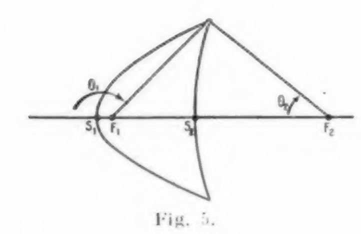


Fig. 5.

magnétiques respectivement parallèles aux champs incidents et dans le même rapport en module que ces derniers.

Par une ouverture circulaire donnée, il passe une infinité de paraboloïdes de révolution ; il est intéressant de se demander lequel a un champ au foyer maximum pour la même onde incidente (*fig.* 5). Le paramètre et l'angle θ_0 de ces paraboloïdes sont alors liés par la relation

$$p\,\frac{\sin\theta_0}{1+\cos\theta_0} = \text{const.};$$

le champ en F est maximum si le produit $p\,(1-\cos\theta_0)$ est maximum. Il est facile de voir que cette condition est satisfaite pour $\theta_0 = \frac{\pi}{2}$. *Le maximum de champ au foyer est donc obtenu lorsque ce dernier est dans le plan d'ouverture, nous savons que c'est aussi la condition du minimum d'encombrement.*

Nous retrouvons ainsi un résultat déjà mis en évidence par M. R. Darbord [3].

En Acoustique, M. Y. Rocard [2] est conduit à un résultat très différent, puisque le maximum du champ au foyer est obtenu pour un paraboloïde plus creux dont le foyer serait au quart de la profondeur à partir du sommet. Notons aussi que nous trouvons un « rapport d'amplification » des champs différent, égal à $2{,}5\,\frac{D}{\lambda}$ dans le cas de l'Acoustique, $\frac{\pi}{2}\frac{D}{\lambda}$ dans notre cas (en appelant D le diamètre d'ouverture du paraboloïde).

D'autre part, il est très suggestif de considérer la densité d'énergie au voisinage du foyer F. Cette densité, analogue à une intensité lumineuse, est donnée par la formule

$$I = \frac{1}{8\pi}(E^{F^2} + H^{F^2}) = \frac{1}{8\pi}\frac{f^2\Omega^2}{\lambda^2}(E^2+H^2).$$

Supposons maintenant que la source d'excitation se trouve en F et que la distance focale $\frac{p}{2}$ est grande devant l'ouverture. On sait que le champ-source des formules de Kottler, destiné à calculer le champ électromagnétique au point éloigné de l'axe P, est à peu près le champ d'une onde plane, homogène, indéfinie, dont les valeurs sont précisément E et H pour avoir le même flux sur l'ouverture S. La densité d'énergie au point P est obtenue en multipliant la densité d'énergie due à une source omnidirectionnelle égale à

$$\frac{1}{8\pi}(E^2+H^2)\,S\,\frac{1}{4\pi R^2},$$

par le gain de l'aérien égal à $\frac{4\pi S}{\lambda^2}$ où S est la surface de l'aérien et R la distance OP.

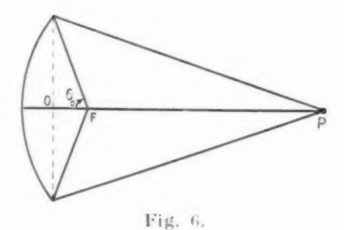


Fig. 6.

En introduisant l'angle solide Ω_P sous lequel on voit l'ouverture du point P, on trouve la formule

$$I' = \frac{1}{8\pi}\frac{R^2\Omega_P^2}{\lambda^2}(E^2+H^2).$$

En faisant le rapport, on a

$$\frac{I}{I'} = \left(\frac{\Omega f}{\Omega_P R}\right)^2.$$

En tenant compte que l'angle θ_0 est petit,

$$\Omega = \frac{S}{f^2}, \qquad \Omega_P = \frac{S}{R^2}.$$

Il vient

$$\frac{I}{I'} = \left(\frac{R}{f}\right)^2.$$

Le rapport des intensités est égal au rapport des carrés des inverses des distances à l'ouverture. Cette formule est bien connue en Optique. On sait que le rapport des intensités lumineuses, égal au carré de l'inverse du grossissement, est aussi égal au carré des inverses des distances à l'ouverture.

Les considérations qui précèdent montrent que ce résultat est encore valable en Électromagnétisme, lorsque le paraboloïde a une distance focale grande devant son ouverture.

Les formules (1) permettent aussi de faire une troisième remarque lorsque l'angle θ_0 est petit. On voit que le champ E^F est alors proportionnel à la surface S de l'ouverture et, par suite, la densité d'énergie I est proportionnelle au carré de la surface S. Ce fait provient de deux causes différentes :

1° La densité d'énergie I est évidemment proportionnelle au flux de l'onde incidente, lui-même proportionnel à la surface de l'aérien;

2° La surface de la tache de diffraction dans le plan focal est inversement proportionnelle à la surface de l'aérien.

Or, pour retrouver, dans le plan focal, tout le flux de l'énergie incidente, il est nécessaire que la densité d'énergie en F soit inversement proportionnelle à la surface de la tache de diffraction.

C'est l'ensemble de ces deux causes indépendantes qui rend la densité d'énergie proportionnelle au carré de la surface S de l'aérien.

2° Champ en un point de l'axe voisin de F. — Examinons maintenant le champ en un point P voisin de F. Soit γ l'angle que fait MP avec la normale en M au paraboloïde; nous pouvons écrire

$$(2)\qquad E^P = \frac{1}{\lambda}\iint \frac{E'}{MP}\, e^{-ik(mM+MP)}\, ds \cos\gamma.$$

Soit FP $= z$, en supposant z petit devant λ et en effectuant les développements limités des différents facteurs de l'intégrale,

$$MP = \rho\left(1 - \frac{z}{\rho}\cos\theta\right).$$

$$ds \cos\gamma = \rho^2 \sin\theta\left(1 - \frac{z}{\rho}\sin\theta \operatorname{tg}\frac{\theta}{2}\right) d\theta\, d\varphi.$$

$$mM + MP = p - z\cos\theta.$$

La formule (2) s'écrit, après avoir intégré par rapport à φ et en nous bornant aux termes en $\frac{p}{z}$

$$E^P = -\frac{\pi E}{\lambda}\, p\int_0^{\theta}\left[1 + \frac{z}{p}(2\cos\theta - 1)(1+\cos\theta)\right] \times e^{-ikz\cos\theta}\sin\theta\, d\theta,$$

d'où, en posant $1 - \cos\theta_0 = h$,

$$(2)\qquad E^P = E^F\,\frac{\sin\dfrac{\pi z h}{\lambda}}{\dfrac{\pi z h}{\lambda}}\left(1 + \alpha_1\frac{z}{p}\right),$$

avec

$$(3)\qquad \alpha_1 = \frac{2h^2}{3} - \frac{5h}{2} + 2.$$

On obtient une expression analogue pour le champ H^P.

La formule (2) se met sous la forme d'un produit de deux facteurs

$$A = \frac{\sin\dfrac{\pi z h}{\lambda}}{\dfrac{\pi z h}{\lambda}} \qquad \text{et} \qquad B = \left(1 + \alpha_1\frac{z}{p}\right).$$

Le premier facteur A, qui est du second ordre en $\frac{z}{\lambda}$

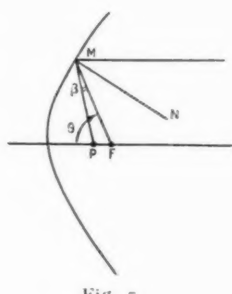


Fig. 7.

représente le phénomène de diffraction le long de l'axe. En particulier, le premier minimum du champ est obtenu pour $\frac{\pi z h}{\lambda} = \pi$, c'est-à-dire $z = \frac{\lambda}{h}$; le diamètre le long de l'axe z du volume de diffraction entourant le foyer F a donc pour expression

$$d = \frac{2\lambda}{h}.$$

Le second facteur B qui est du premier ordre en p est indépendant de la longueur d'onde et ne dépend que de la configuration du paraboloïde; nous appellerons de tels termes : termes géométriques, par opposition au terme A que nous appelons terme de diffraction. *Il a pour effet de translater le long de l'axe z la courbe de la figure 8. Si $\alpha_1 > 0$, le maximum du champ est rapproché du sommet*, au contraire, si $\alpha_1 < 0$, il en est éloigné, si $\alpha_1 = 0$, il se trouve au foyer. En discutant l'équation (3) on voit que le premier cas est obtenu pour $0 < h < 1{,}12$, c'est-à-dire $\theta_0 < 97°$; le second cas, pour $1{,}12 < h < 2$

ou $\theta_0 > 97^o$. On peut simplement expliquer ce résultat du point de vue qualitatif. Lorsque le paraboloïde a une petite ouverture, la distance MP diminue toujours lorsqu'on se rapproche du sommet S, ceci explique l'augmentation du champ. Au contraire, quand le paraboloïde est très creux, dans la région située au delà du plan focal, la distance MP augmente lorsqu'on se rapproche du sommet, ceci

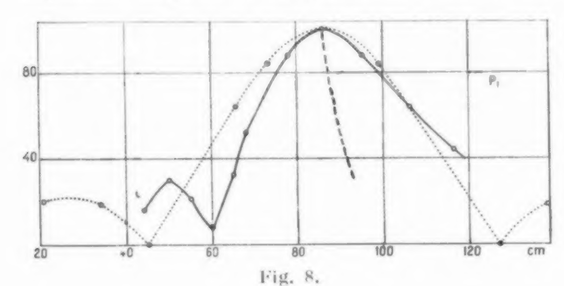


Fig. 8.

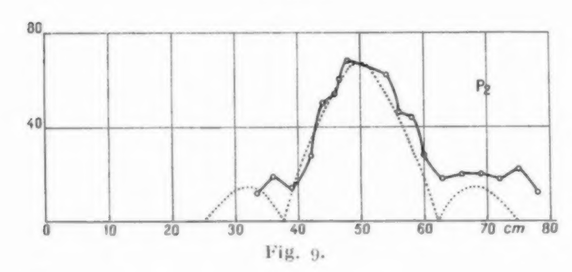


Fig. 9.

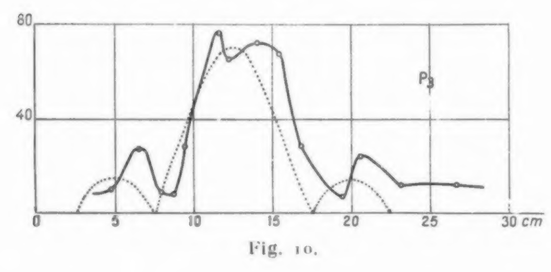


Fig. 10.

contribue à diminuer le champ au point P et explique qu'on obtienne un résultat inverse du précédent.

Cet effet d'un léger enfoncement du maximum du champ vers le sommet a été souligné en Acoustique par M. Y. Rocard [2], qui mentionne des résultats expérimentaux le vérifiant, obtenus par J. Obata et Y. Yosida [4].

Examinons maintenant les phénomènes lorsque la longueur d'onde tend vers zéro. Nous pouvons négliger le terme B, A étant nul pour des valeurs de z petites devant p. Le diamètre d suivant l'axe z du volume de diffraction entourant le point F donné par $\frac{2\lambda}{h}$ s'exprime dans le cas de l'approximation de Gauss par $d = 16 \frac{\lambda}{O^2}$ en introduisant l'ouverture O du paraboloïde (rapport du diamètre de l'ouverture à la distance focale). On sait que le diamètre d' dans le plan focal de la tache de diffraction est donné par la formule $d' = 1{,}22 \frac{\lambda}{O}$. *On voit que le volume de diffraction limité aux premiers minima est beaucoup plus allongé dans le sens de l'axe que dans une direction normale à l'axe. En particulier, d est inversement proportionnel à O^2, alors que d' est seulement inversement proportionnel à O.*

Résultat connu en Optique classique et que l'expérience vérifie ici de façon intéressante.

Les figures 8, 9 et 10 représentent respectivement en traits pleins les champs relevés par l'expérience sur les paraboloïdes P_1, P_2, P_3 et correspondant au cas précédent. Les diagrammes de P_2 et P_3 (*fig.* 9 et 10) présentent des irrégularités dues aux interférences entre les champs incidents et réfléchis. Nous les avons supprimées sur la figure 8, car étant à l'échelle beaucoup plus rapprochées, elles ne perturbent que peu le diagramme. Nous avons porté en traits pointillés les courbes théoriques. Pour l'ensemble des diagrammes nous remarquons que les minima encadrant le foyer semblent translatés dans la direction opposée au sommet. Ceci est dû probablement à l'approximation faite en remplaçant $MH + MP$ par $p - z\cos\theta$. Ce phénomène est surtout visible sur la figure 8 pour P_1, dont la tache de diffraction est très allongée le long de l'axe des z. Néanmoins, les dimensions de la tache centrale sont obtenues avec des approximations convenables. Le déplacement du foyer le long de l'axe représenté par le terme B de la formule (2), s'observe sur la figure 8. Nous avons tracé en traits interrompus la ligne diamétrale du diagramme, ce qui nous détermine la position du maximum avec une grande précision, nous le trouvons translaté de 4 cm vers le sommet, alors que le calcul nous donne une translation dans le même sens de 3,8 cm. Pour P_2 et P_3 le déplacement théorique du foyer est insignifiant. *Le diamètre de la tache de diffraction le long de l'axe est en général supérieur au diamètre transversal. Dans la technique des aériens hyperfréquence, ce résultat se traduit par le fait d'expérience que la position de la source ou du recepteur est beaucoup moins critique vis-à-vis des qualités générales de l'aérien (gain, diagrammes) pour un déplacement le long de l'axe, que pour un déplacement normal à l'axe et ceci d'autant plus que l'ouverture de l'aérien est plus petite.*

3° Point dans le plan focal voisin de F_0. — Prenons un point P sur l'axe Ox par exemple.

Les termes géométriques de l'intégrale vont donner naissance à des termes du second ordre en $\frac{FM^2}{p^2}$, que nous supposerons négligeables devant les termes de diffraction en $\frac{FM^2}{\lambda^2}$. On peut écrire

$$E^p = -\frac{pE}{\lambda} \iint \frac{\cos^2\varphi \cos\theta + \sin^2\varphi}{1+\cos\theta} e^{\frac{2i\pi}{\lambda} \times \sin\theta \cos\varphi} \sin\theta \, d\varphi \, d\theta.$$

En observant que

$$\int_0^{2\pi} exp.(iZ\cos\varphi)d\varphi = 2\pi J_0(Z),$$

$$\int_0^{2\pi} exp.(iZ\cos\varphi)\cos 2\varphi \, d\varphi = -2\pi J_2(Z),$$

on peut écrire

$$E^p = -\frac{\pi E^p}{\lambda} \int^{\theta_0} \left[J_0(Z) + J_2(Z) \frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta} \right] \sin\theta \, d\theta,$$

avec

$$Z = \frac{2\pi x}{\lambda} \sin\theta.$$

On ne sait intégrer directement cette dernière intégrale; en supposant que Z reste petit, nous pouvons écrire

$$J_0(Z) \# 1 - \frac{Z^2}{4} + \frac{Z^4}{64},$$

$$J_2(Z) \# \frac{Z^2}{8} - \frac{Z^4}{96}.$$

En définitive, en intégrant par rapport à θ,

$$(4) \quad E^p = E^F \left[1 - \frac{\pi^2 x^2}{\lambda^2} h\left(1 - \frac{h}{2}\right) + \frac{1}{3} \frac{\pi^4 x^4}{\lambda^4} h^2 \left(1 - \frac{h}{2}\right)^2 \right],$$

ou en posant

$$X = \frac{\pi^2 x^2}{\lambda^2} h\left(1 - \frac{h}{2}\right),$$

$$(4') \quad E^p = E^F \left[1 - X + \frac{X^2}{3} \right].$$

E^p est minimum pour $X = \frac{3}{2}$ ou

$$(5) \quad \frac{\pi^2 x^2}{\lambda^2} h\left(1 - \frac{h}{2}\right) = \frac{3}{2}.$$

L'équation (5) nous donne la position du premier anneau noir. *Nous remarquons immédiatement sur cette équation que le rayon de cet anneau est minimum pour $h = 1$, c'est-à-dire pour le foyer dans le plan d'ouverture. Ce résultat était à prévoir, car nous avons vu que le champ au foyer était alors maximum. Le maximum du champ correspond donc au volume de diffraction minimum.*

Ceci peut s'expliquer physiquement de manière assez simple. Un certain flux d'énergie tombe sur le paraboloïde, il est concentré par ce dernier en majeure partie à travers le premier anneau noir. C'est donc quand la surface de ce dernier sera minimum que le champ au centre sera maximum.

Examinons comme précédemment l'accord entre

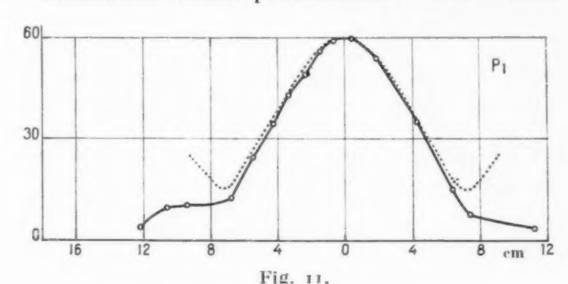


Fig. 11.

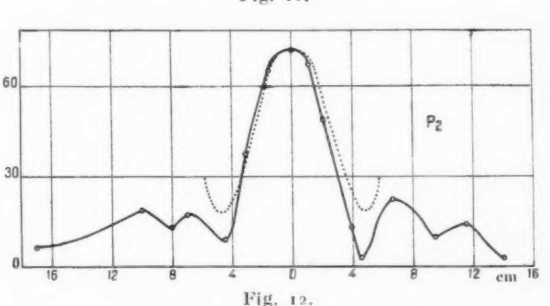


Fig. 12.

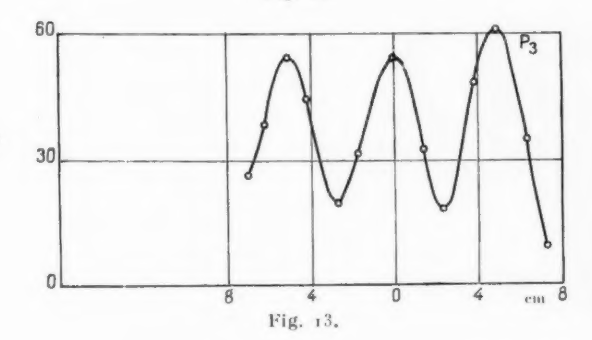


Fig. 13.

les résultats expérimentaux et la théorie. Les figures 11, 12 et 13 représentent respectivement en traits pleins les champs relevés normalement à l'axe; en traits pointillés sont représentées les variations de la formule (4'). On voit que l'accord, excellent pour le paraboloïde plat, est d'autant moins bon que le paraboloïde est plus creux. Ceci est encore dû au défaut que l'approximation du chemin optique est d'autant moins valable que le paraboloïde est plus creux. Nous remarquons enfin que les anneaux deviennent de plus en plus importants au fur et à mesure que le réflecteur devient plus creux. Pour P_1,

ils n'existent pas, pour P_3 ils sont plus importants que la tache centrale et l'on ne peut se servir de la formule théorique. Réciproquement, si nous relevons le diagramme à l'infini (plan image du foyer F) des réflecteurs excités au foyer F, nous constatons que le diagramme de P_1 ne comporte pas de *feuilles secondaires*, alors que celui de P_2 en comporte de très importantes.

Onde incidente inclinée sur l'axe du paraboloïde.

CALCUL DU CHAMP. — Considérons le cas, en Optique, d'un paraboloïde utilisé dans l'approximation de Gauss. On sait que l'image d'un point à l'infini dans la direction α se trouve, dans le plan focal, en un point F_1 défini par l'angle $FSF_1 = \alpha$.

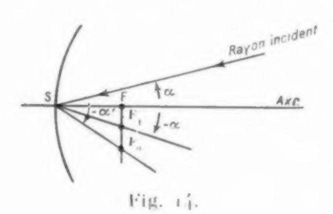


Fig. 14.

Cette propriété est utilisée en Électromagnétisme dans les problèmes dits de commutation ou de double lobe. Considérons, en effet, le paraboloïde excité par un doublet situé en F_0 tel que $FSF_0 = \alpha'$ et pouvant tourner autour de l'axe SF, le maximum du lobe principal est situé dans une direction faisant l'angle α avec l'axe. Pour toutes les directions autres que l'axe, les indications du champ varient lors de la rotation de la source F_0; cette méthode est utilisée pour définir un axe avec une grande précision. On constate expérimentalement que l'angle α est toujours inférieur à l'angle α'. Pour obtenir un angle α déterminé, il est nécessaire d'écarter la source F_0, plus que l'on aurait pu supposer *a priori*, d'après la relation $\alpha' = -\alpha$. Nous retrouvons un aspect de la Physique familier aux expérimentateurs, à savoir qu'en général, une théorie élémentaire d'un phénomène en donne une prévision plus « favorable » que la réalité.

Effectuons le calcul du champ dans le plan focal pour une onde électromagnétique plane, homogène, indéfinie, dont la direction de propagation fait avec l'axe l'angle α. Prenons comme précédemment, comme axes de coordonnées Fz l'axe du paraboloïde, le plan xz contenant la direction du vecteur électrique de l'onde incidente, le vecteur magnétique étant, de plus, parallèle à Oy.

Prenons à nouveau pour champ-source le champ réfléchi en M sur la surface du paraboloïde. Le module du champ magnétique est le même que celui du champ-source d'une onde normale à l'axe, le module du champ électrique est obtenu en ajoutant à celui de l'onde normale à l'axe un terme correctif e, dont les composantes sont

$$\alpha E \sin\theta \cos\varphi,$$
$$\alpha E \sin\theta \sin\varphi,$$
$$\alpha E \sin\theta.$$

Dans les formules de Kottler, l'introduction du terme e donne des intégrales de contour différentes de zéro et des nouveaux termes dans l'intégrale de surface. Le calcul montre que l'on obtient des termes géométriques en $\frac{\alpha x}{p}$ que nous supposerons négligeables devant les termes de diffraction. Calculons maintenant ces derniers.

Considérons le plan (π) de l'onde 1 passant par l'axe Ox, soit P un point de l'axe Fx tel que $FP = X$, et H le pied de la normale au plan π issue de M, en calculant la quantité $MH + MP$, on voit, α étant supposé petit, que

$$MH + MP = p - (x + \alpha\rho)\sin\theta\cos\varphi;$$

on peut écrire

$$E^{P} = -\frac{\pi p E}{\lambda}\int_0^{\theta_0}\left[J_0(Z) + J_2(Z)\frac{1-\cos\theta}{1+\cos\theta}\right]\sin\theta\,d\theta,$$

avec

$$Z = \frac{2\pi}{\lambda}(x + \alpha\rho)\sin\theta;$$

en supposant Z petit, nous pouvons encore utiliser les développements limités de J_0 et J_2 et écrire, pour h petit,

$$(5)\qquad E^{P} = E^{F}\left[1 - \frac{\pi^2(x - x_0)^2}{\lambda^2}h\left(1 - \frac{h}{2}\right) - \mu\frac{\alpha^2 p^2}{4}h^3\right],$$

avec

$$(6)\qquad x_0 = -\frac{\alpha p}{2}\left(1 + \frac{h}{3}\right)$$

et μ coefficient constant.

Sur la formule (5), *nous voyons que le maximum du champ est obtenu pour* $x = x_0$, *donné par la formule* (6), $x_0 > \frac{\alpha p}{2}$. *Le maximum du champ est, en un point* F_0, *plus éloigné de l'axe qu'une théorie élémentaire l'eût donné.*

Un raisonnement optique assez simple peut en faire comprendre la raison. Considérons, en effet, des rayons lumineux parallèles tombant sur un paraboloïde; les rayons réfléchis sont tangents à une caustique dont la forme générale est représentée

par la figure 10. α étant l'angle de la direction des rayons lumineux incidents avec l'axe, la caustique coupe le plan focal en un point F_1 tel que pour α petit $FF_1 = \frac{p\alpha}{2}$. Or, sur la figure 15, il est clair que les rayons lumineux coupent le plan focal en des points situés en dessous de F_1.

Il semble naturel que le maximum du champ reçu soit situé en dessous du point F_1.

Revenons à l'interprétation de la formule (5). Si nous y faisons $x = x_0$ et si h est petit, nous voyons que $E^{F_0} \simeq E^{F}$. *La diminution du champ au foyer est très petite pour des paraboloïdes de faible ouverture.* (Il n'en est plus de même pour des ouvertures plus fortes, comme nous le verrons expérimentalement.)

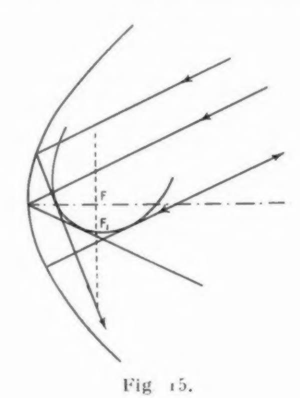


Fig. 15.

Enfin, le coefficient du terme en $(x - x_0)^2$ n'est autre que celui du terme en x^2 dans la formule (4). *En première approximation, l'allure du volume de diffraction est le même aux alentours de* F_0, *qu'aux alentours de* F.

Vérification expérimentale. — Les figures 16 et 17 représentent en traits pleins les champs relevés dans le plan du foyer du paraboloïde P_2, lorsqu'on incline l'axe de ce dernier de 10 et 5° sur la direction de l'onde incidente. On note l'apparition de nombreuses franges situées par rapport à l'axe de l'autre côté du nouveau foyer. De même la figure 18 représente en traits pleins le champ relevé dans le plan du foyer de P_1 pour une inclinaison de l'axe de 10°. On a porté en traits pointillés le champ calculé aux environs du foyer en incidence normale. On voit qu'il est encore en bon accord avec les résultats expérimentaux.

La position du nouveau foyer (maximum du champ le plus rapproché de l'axe), qui correspond par continuité au foyer en incidence normale, est donnée dans le cas de P_2 par les points de la figure 19.

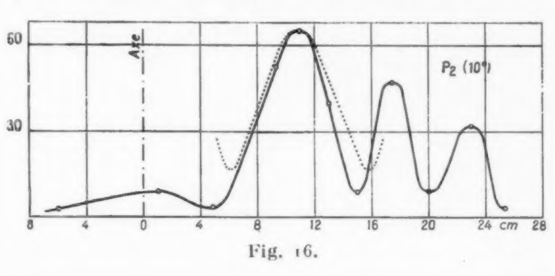


Fig. 16.

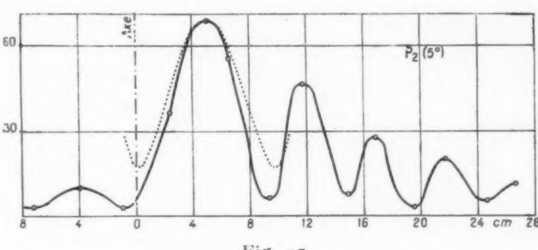


Fig. 17.

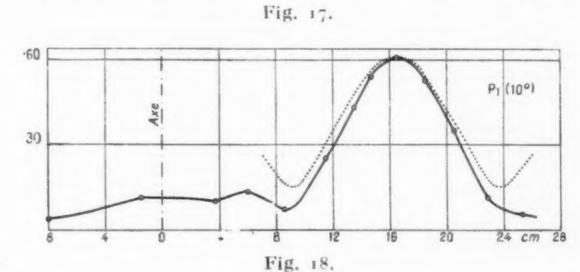


Fig. 18.

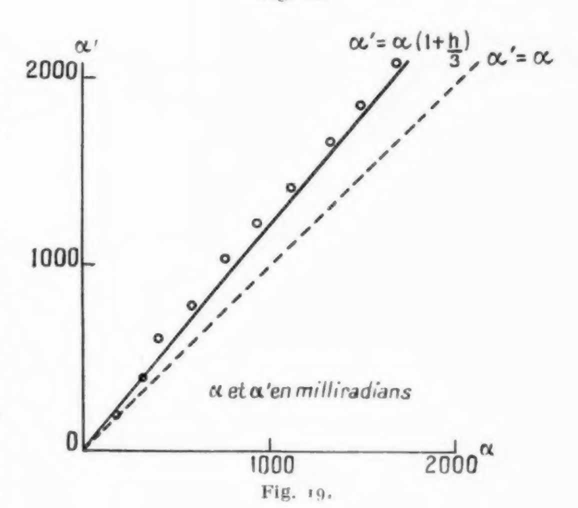


Fig. 19.

(En abscisse et en ordonnée de cette figure nous avons porté les angles α et α' de la figure 14.) *La courbe en traits pleins représente la formule théo-*

rique (6). *La courbe en traits interrompus représente la formule $\alpha' = -\alpha$, à laquelle une approximation rapide avec l'Optique classique nous aurait amené. On voit que les résultats expérimentaux sont beaucoup mieux décrits par la formule* (6).

Une vérification a de même été effectuée sur le paraboloïde plat P_1, mais là le rapport $\frac{\alpha'}{\alpha}$ est égal à 1,07, ce qui nous amène à effectuer des mesures de champs au centième. La dispersion des résultats est trop grande pour nous permettre de tracer une courbe. Néanmoins, pour des angles α compris entre 0 et 10°, on a trouvé des rapports $\frac{\alpha'}{\alpha}$ nettement supérieurs à l'unité (compris entre 1,03 et 1,09).

Enfin la figure 20 nous donne les variations

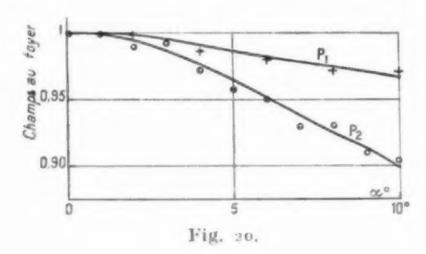


Fig. 20.

expérimentales des champs aux foyers pour les paraboloïdes P_1 et P_2. Cette variation, du troisième ordre en *h*, est bien d'autant plus faible que le paraboloïde est plus plat.

Conclusion.

Dans cet article, nous avons vu comment les formules de Huyghens-Kottler permettent de déterminer le champ diffracté au voisinage du foyer d'un paraboloïde. Les calculs entrepris sont en quelque sorte la réciproque des calculs habituellement effectués dans le cas de la diffraction à l'infini. Nous avons expliqué par analogie avec l'Optique classique, que cette réciprocité s'appuyait sur le fait que le plan focal est conjugué du plan de l'infini. Les résultats théoriques obtenus permettent de déterminer la carte des champs au voisinage du foyer. Nous avons constaté, malgré une grande analogie dans le même problème en Acoustique, certains écarts, provenant des natures différentes des champs acoustiques et électromagnétiques (ce dernier étant essentiellement un champ vectoriel). La vérification expérimentale, effectuée sur trois paraboloïdes différents, est en bon accord avec la théorie. Elle permet de montrer avec certitude que le domaine d'application des formules d'Huyghens-Kottler, utilisant pour champs sources ceux de l'onde incidente réfléchie géométriquement, est assez large pour permettre leur emploi dans le calcul très précis des effets de diffraction, même lorsque les dimensions de l'élément diffractant (ici la surface du paraboloïde) sont de l'ordre de 10 λ.

Ces expériences n'auraient pu être effectuées que très difficilement en Optique classique, étant donnée l'extrême petitesse des longueurs d'ondes utilisées.

Le calcul a été poussé de façon suffisante pour pouvoir permettre son utilisation pour la détermination et l'emploi des paraboloïdes de révolution au point de vue de deux qualités importantes de l'aérien, c'est-à-dire le gain dans l'axe et la possibilité de décaler le faisceau en déplaçant la source d'excitation.

BIBLIOGRAPHIE.

1. HOWELL, *Electromagnetic waves from a point source* (*Philosophical Magazine*, vol. 21, n° 140, 1936, p. 384).
2. Y. ROCARD, *Dynamique générale des vibrations*, p. 261; Masson, éditeur.
3. R. DARBORD, *Réflecteurs et lignes de transmission pour ondes ultra-courtes* (*Onde électrique*, vol. 11, 1932, p. 52).
4. J. OBATA et Y. YOSIDA, *Rep. of the Aer. Res. Inst. Tokyo*, vol. 5, n° 62, juillet 1930, p. 231.

LE DÉVELOPPEMENT DE LA MODULATION SUR GUIDE.

PAR J. ORTUSI ET P. FECHNER,

Département Recherches générales du Centre de Recherches
de la Compagnie Générale de T. S. F.

SOMMAIRE. — *Les auteurs décrivent un magnétron modulateur à saignées. Ils développent quelques considérations sur l'impédance statique et l'impédance dynamique du magnétron et les conditions à réaliser pour diminuer les pertes dans la lampe.*
Ils étudient ensuite le champ électromagnétique de haute fréquence à l'intérieur de l'espace interélectrodes et l'influence des différents paramètres constructifs de la lampe.
Puis ils indiquent l'action des différentes composantes du champ électrique de haute fréquence entre la cathode et l'anode et les résonances de la charge d'espace en fonction du champ magnétique continu et de la tension de l'anode.
Les auteurs décrivent pour terminer l'application industrielle du magnétron modulateur à la télévision. (C. D. U. 621.396.619.11 : 621.396.615.141.2.)

SUMMARY. — *The authors describe a nicked magnetron designed for modulation; they expose some considerations on static and dynamic impedances of the magnetron and the conditions to be met so as to reduce losses in the tube.*
Further on, they study the high frequency electromagnetic field between cathode and anode, and the space charge resonances in terms of the continuous magnetic field and the anode voltage.
To complete this paper, the authors describe the industrial application of the modulator magnetron to television. (U. D. C. 621.396.619.11 : 621.396.615.141.2.)

Introduction.

Le principe et les avantages de la modulation d'une onde guidée par un magnétron ayant déjà été décrit par ailleurs [1], nous ne nous intéresserons ici qu'aux considérations théoriques qui ont conduit au développement actuel de la modulation sur guide. Nous décrirons ensuite l'application du magnétron modulateur, pour la transmission d'une image de télévision à haute définition.

Rappel du principe.

Le principe essentiel d'une bonne modulation est d'utiliser un étage modulateur découplé de l'étage oscillateur.

Dans le cas qui nous intéresse, l'étage modulateur est constitué par un magnétron couplé au guide par une ligne coaxiale. Lorsque la longueur de la ligne coaxiale est déterminée, l'impédance ramenée dans le guide est seulement fonction de l'impédance interne du magnétron.

Lorsque le champ magnétique continu est réglé à la résonance, l'impédance du magnétron ne dépend alors que de la tension appliquée entre ses électrodes.

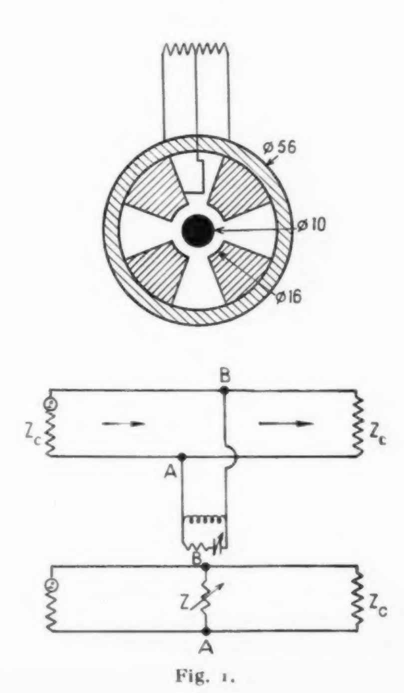


Fig. 1.

La longueur de la ligne coaxiale est telle que le coefficient de transmission de l'onde dans le guide soit maximum lorsque la tension est nulle. L'impédance ramenée dans le guide, entre les points A et B de la figure 1, donc l'amplitude de l'onde transmise, variera avec la tension modulée.

ÉTUDE THÉORIQUE.

1. Problèmes généraux.

Les deux problèmes généraux qui vont se poser dans l'élaboration d'un magnétron modulateur, sont d'abord celui du taux de modulation, ensuite celui de la bande passante.

1.1. Taux de modulation. — Il convient, en effet, d'obtenir un taux de modulation élevé, c'est-à-dire une variation aussi grande que possible de l'impédance ramenée dans le guide par le magnétron, en fonction de la tension appliquée entre les électrodes de celui-ci.

Nous avons indiqué par ailleurs [2] les conditions auxquelles doivent satisfaire les diverses impédances des circuits d'adaptation pour obtenir le maximum de variation de l'impédance ramenée dans le guide, l'impédance du magnétron étant donnée. Nous ne nous intéresserons donc maintenant qu'aux variations d'impédance du magnétron proprement dit.

Nous indiquerons dans la suite de cet exposé les considérations théoriques qui ont permis d'obtenir une importante variation de l'impédance interne du magnétron. On a cherché notamment à faire pénétrer le maximum d'énergie de haute fréquence, de l'onde incidente, dans l'espace interélectrodes, c'est-à-dire dans l'espace où agissent les électrons.

1.2. Bande passante. — *a. Impédance statique.* — Il convient d'abord de réaliser un magnétron dont l'impédance statique, c'est-à-dire l'impédance qui existe lorsque aucune tension n'est appliquée entre ses électrodes, varie peu avec la fréquence.

La courbe de la figure 2 représente la variation de l'impédance statique en fonction de la longueur d'onde.

La bande de fréquence où l'énergie pénètre le mieux dans le magnétron, c'est-à-dire la bande où la partie réelle de l'impédance est la plus grande, correspond à la plus grande variation de la partie imaginaire en fonction de la longueur d'onde; il s'agit donc de faire un compromis et de choisir une zone d'utilisation où l'énergie pénètre suffisamment pour obtenir une action électronique appréciable, sans que les variations de l'impédance en fonction de la fréquence soient trop importantes.

Il faut, pour limiter les pertes dans la lampe, que la partie imaginaire de l'impédance soit grande devant la partie réelle, c'est pour cette raison que l'on a choisi comme zone d'utilisation une zone de longueurs d'onde supérieures à la longueur d'onde de résonance du magnétron.

On peut se rendre compte de l'intérêt qu'il y a à utiliser les magnétrons dans cette gamme de longueurs d'onde s'étendant au-dessus de leur longueur d'onde de résonance de la façon suivante :

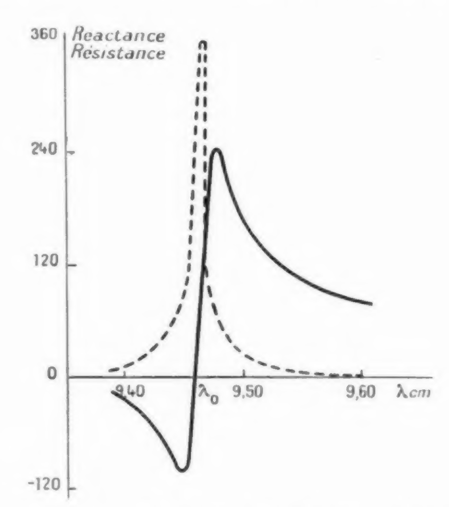


Fig. 2. — Variation de l'impédance statique en fonction de la longueur d'onde.

– – – – – Partie réelle de l'impédance.
———— Partie imaginaire de l'impédance.

aucune tension n'étant appliquée au magnétron, celui-ci possède une certaine fréquence de résonance pour laquelle la partie imaginaire de l'impédance à l'embouchure d'une cavité est égale à celle de l'espace interélectrodes. Pour les longueurs d'onde inférieures à la longueur d'onde de résonance, l'impédance imaginaire de la cavité est grande devant l'impédance complexe de l'espace interélectrodes et les pertes dues à la partie réelle jouent un rôle important.

Au contraire, pour les longueurs d'onde supérieures à la longueur d'onde de résonance, l'impédance complexe étant shuntée par une impédance plus petite, les pertes dues à la partie réelle de l'impédance de l'espace interélectrodes sont faibles. C'est ce qui explique que la partie réelle de l'impédance du magnétron décroît plus rapidement vers

les longueurs d'onde croissantes que vers les longueurs d'onde décroissantes.

Pour limiter les pertes il y a donc intérêt à utiliser les magnétrons dans la bande de fréquences inférieures à la fréquence de résonance.

b. Impédance dynamique. — D'autre part, lorsque le magnétron est en fonctionnement, pour une tension anodique donnée le champ magnétique de résonance est fonction de la longueur d'onde. Nous avons donc cherché à réaliser des magnétrons pour lesquels la variation du champ magnétique continu de résonance en fonction de la longueur d'onde soit minima. Nous indiquerons les moyens employés pour arriver à ce résultat lorsque nous aurons étudié brièvement la structure du champ électromagnétique alternatif à l'intérieur de l'espace interélectrodes.

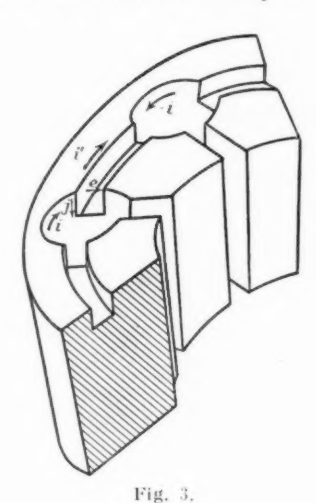


Fig. 3.

Considérons maintenant le magnétron utilisé pour la modulation d'une onde guidée. Le dessin d'un tel magnétron est représenté figure 3. C'est un magnétron en cuivre dont les cavités sont reliées entre elles par des fentes parallèles à l'axe du magnétron et que nous avons appelées des *saignées*.

L'action exercée par les saignées est due à l'interruption du courant i qui circule le long de la cavité cylindrique. Ce courant se sépare au niveau de la saignée en trois parties :

Une première partie j circule par le bas de la cavité qui constitue une self L' vis-à-vis de la self totale L.

Une deuxième partie engendre un courant de déplacement caractérisé par le champ électrique $\vec{e}$ perpendiculaire à l'axe de la saignée.

Une troisième partie i' circule le long de la ligne schématisant la saignée.

C'est ce dernier courant qui crée principalement l'effet recherché. En effet, ce courant i', qui est en phase avec le courant i circulant dans la première cavité, se trouve être en opposition de phase avec le courant $-i$ qui circule dans la deuxième cavité. Ce courant $-i$ est dû à l'existence du mode π. Le courant i' tend donc à diminuer le couplage existant entre les deux cavités voisines.

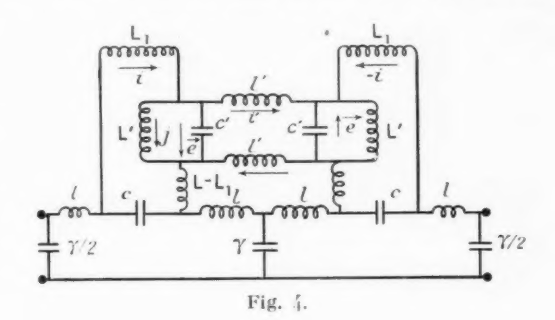


Fig. 4.

La figure 4 représente le schéma équivalent de deux cavités anodiques et de la saignée qui les relie.

Le capacité c' tient compte du courant de déplacement dû au champ e. Les selfs L et L_1, réparties dans la cavité correspondent au courant de circulation i. Les selfs L' représentent la profondeur de la saignée, et les selfs l' représentent la longueur de la saignée entre les deux cavités et correspondent au courant i'. La capacité c' représente à la fois la largeur et la profondeur de la saignée.

On peut encore représenter le circuit précédent par un schéma plus simple (*fig.* 5) n'introduisant que la self L' et le coefficient de couplage M, négatif de façon à faire circuler le courant i' dans le sens qui produit le découplage.

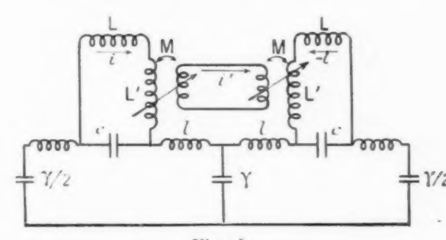


Fig. 5.

Lorsque la profondeur de la saignée augmente, la self L' croît; il en résulte une augmentation de la longueur d'onde de résonance.

2. Étude du champ électromagnétique.

Considérons le champ électromagnétique dans l'espace interélectrodes; on déduira de l'étude mathématique de ce champ, les conditions que l'on doit imposer aux différents paramètres du magnétron pour satisfaire aux problèmes posés précédemment.

2.1. Définition du mode. — Supposons, ce qui est vérifié expérimentalement, que le mode de résonance de l'anode du magnétron est le mode π.

Comme nous le montrerons, il y a intérêt dans les magnétrons modulateurs à diminuer le nombre de cavités; or, la séparation entre les différents modes de résonance augmente rapidement lorsque le nombre de cavités diminue.

Ainsi la séparation entre le mode π et le mode immédiatement voisin, varie approximativement comme $\frac{r_a}{\lambda N^3}$, r_a étant le rayon de l'anode, λ la longueur d'onde et N le nombre de cavités.

Si l'on désigne par n le mode d'oscillations, dans les magnétrons à quatre cavités généralement utilisées, le mode π correspond à $n = \frac{N}{2} = 2$; il est séparé du mode $n = 1$ et s'étend sur une bande de fréquence assez large qui constitue la bande utilisable.

Ainsi, en pratique, le mode de résonance du bloc anodique, pour la longueur d'onde de fonctionnement, est le mode π et ce mode peut être obtenu, malgré les saignées qui tendent à les rapprocher, à l'exclusion des modes inférieurs.

2.2. Séparation du champ haute fréquence et du champ continu. — L'étude que nous allons effectuer de la répartition du champ électromagnétique et de l'énergie de haute fréquence contenue à l'intérieur de l'espace compris entre la cathode et l'anode suppose qu'aucune charge n'existe dans l'espace interélectrodes. Lorsque nous cherchons à obtenir une bonne modulation, nous cherchons, en réalité, à ce que les électrons produisent le maximum de leur effet sur le champ incident.

Il faut pour cela que les électrons circulant autour de la cathode traverse des régions où le champ alternatif de haute fréquence soit le plus intense possible. Il est donc tout à fait logique d'étudier la répartition du champ à l'intérieur de l'anode en l'absence d'électrons. De ce point de vue, le problème du magnétron modulateur est différent de celui qui se pose dans l'étude du magnétron oscillateur, où le seul champ de haute fréquence qui existe est précisément celui créé par les charges en mouvement.

2.3. Calcul des champs. — Nous allons d'abord étudier les variations de la puissance de haute fréquence contenue à l'intérieur de l'espace compris entre les électrodes, lorsque l'on modifie le nombre des cavités.

Les équations des composantes du champ alternatif qui s'établit à l'intérieur du magnétron, en l'absence d'électrons et dans le cas du mode π, sont :

$$E_\varphi = \frac{2N\theta E}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\sin\gamma\theta}{\gamma\theta} \frac{Z'_\gamma(K\rho)}{Z'_\gamma(Kr_a)} \cos\gamma\varphi,$$

$$E_\rho = \frac{2N\theta E}{\pi K\rho} \sum_{m=0}^{\infty} \gamma \frac{\sin\gamma\theta}{\gamma\theta} \frac{Z_\gamma(K\rho)}{Z'_\gamma(Kr_a)} \sin\gamma\varphi,$$

$$H_Z = -j\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} \frac{2N\theta E}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\sin\gamma\theta}{\gamma\theta} \frac{Z_\gamma(K\rho)}{Z'_\gamma(Kr_a)} \cos\gamma\varphi.$$

Dans ces équations, E_φ et E_ρ représentent la composante tangentielle et la composante normale du champ électrique, H_Z le champ magnétique de haute fréquence parallèle à l'axe du magnétron, N représente le nombre de cavités et 2θ l'angle d'ouverture d'une cavité qui a la forme d'un secteur cylindrique. E est une constante égale à l'amplitude maxima du champ électrique tangentiel à l'embouchure d'une cavité.

γ est un paramètre fonction du mode, donné par l'expression $\gamma = n + mN$.

n représentant le mode et m un nombre entier variant de zéro à l'infini.

Dans le cas du mode π où $n = \frac{N}{2}$, on a

$$\gamma = N\left(m + \frac{1}{2}\right).$$

La constante K est égale à $\frac{2\pi}{\lambda}$.

r_c et r_a représentant les rayons de la cathode et de l'anode, ρ et φ sont les coordonnées vectorielles d'un point quelconque.

Dans ces équations, Z représente une fonction dépendant des fonctions de Bessel de première et de deuxième espèce. La fonction $Z_\gamma(K\rho)$ est déterminée de façon que le champ électrique tangentiel soit nul sur la cathode.

Lorsque Kr_a est petit devant γ, on peut employer pour les expressions du champ électrique des formules approchées :

$$E_\varphi = \frac{2N\theta E}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\sin\gamma\theta}{\gamma\theta} \left(\frac{\rho}{r_a}\right)^{\gamma-1} \left[\frac{1-\left(\frac{r_c}{\rho}\right)^{2\gamma}}{1-\left(\frac{r_c}{r_a}\right)^{2\gamma}}\right] \cos\gamma\varphi,$$

$$E_\rho = \frac{2N\theta E}{\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\sin\gamma\theta}{\gamma\theta} \left(\frac{\rho}{r_a}\right)^{\gamma-1} \left[\frac{1+\left(\frac{r_c}{\rho}\right)^{2\gamma}}{1-\left(\frac{r_c}{r_a}\right)^{2\gamma}}\right] \sin\gamma\varphi.$$

L'étude de ces expressions montre que lorsque γ ou N diminue, le rapport $\frac{E_\rho}{E_\varphi}$ augmente.

Ainsi l'action de la composante du champ électrique radiale sur les électrons augmente par rapport à l'action due au champ électrique tangentiel lorsque le nombre des cavités diminue.

D'autre part, l'étude mathématique de l'énergie de haute fréquence à l'intérieur du magnétron, calculé à partir de ces formules, montre que le rapport $\frac{W_c}{W_i}$ de l'énergie contenue dans les cavités à l'énergie contenue dans l'espace interélectrodes du magnétron diminue lorsque le nombre des cavités diminue.

D'autre part, la surtension étant définie comme le produit par ω du rapport de l'énergie réactive W contenue dans le résonateur à l'énergie W_j perdue par effet Joule et l'énergie W_j étant dans le cas du magnétron due principalement aux pertes dans la cathode, est donc une fraction de l'énergie W_i contenue dans l'espace interélectrodes. On peut donc écrire

$$S = \omega \frac{W}{W_j} = \omega \frac{W_i + W_c}{K W_i} = \frac{\omega}{K}\left(1 + \frac{W_c}{W_i}\right).$$

D'après cette formule, la surtension devient plus faible quand le nombre de cavités diminue. Physiquement, on peut dire que l'on a bien une diminution de la variation d'impédance du magnétron par la chute de la surtension, mais elle est compensée par le fait que les électrons agissent sur une fraction plus importante de l'énergie incidente.

Nous voyons ainsi l'intérêt qu'il y a à diminuer le nombre de cavités pour obtenir une meilleure modulation.

Un des inconvénients de cette diminution du nombre des cavités est d'augmenter les pertes de l'énergie de haute fréquence à l'état statique; en effet, une partie des pertes provient du fait que la cathode du magnétron n'est pas un conducteur parfait pour les courants de haute fréquence et que ceux-ci y subissent donc une atténuation. Il en résulte que le rendement du magnétron, c'est-à-dire le rapport de la puissance transmise sans tension à la puissance incidente est inférieur à 1. D'après ce que l'on vient de voir, ce rendement baissera lorsque l'on diminuera le nombre des cavités.

De même, le diamètre de la cathode joue un rôle important : une grosse cathode permettant la modulation avec moins de volts sur une bande de fréquence plus grande, entraînera des pertes plus importantes.

3. Étude de la modulation proprement dite.

Étudions maintenant l'action du champ électrique de haute fréquence sur la charge d'espace. Lorsqu'une tension est appliquée entre les électrodes du magnétron placé dans un champ magnétique continu, les électrons émis par la cathode sont attirés vers l'anode et leur trajectoire est courbée par l'action du champ magnétique, qui crée une force normale à la vitesse v, de grandeur evH.

L'action de cette force est suffisante pour faire décrire aux électrons des trajectoires constituant une surface normale aux lignes de force du champ électrique. En l'absence du champ de haute fréquence, la vitesse radiale des électrons est nulle sur cette surface qui constitue une surface d'équilibre S.

Il se produit alors au voisinage de cette surface une concentration d'électrons formant une sorte de nuage qui tourne autour de la cathode. Une autre zone de densité électronique importante existe au voisinage de la cathode, mais seul le premier nuage électronique qui possède une grande énergie cinétique joue un rôle important dans le phénomène de modulation.

Les électrons de cette surface se trouvent être en équilibre sous l'action des deux forces qui leur sont appliquées; la force électrique eE et la force magnétique evH. La différence de ces deux forces est alors égale à la force centrifuge $\frac{mv^2}{\rho}$, qui est faible vis-à-vis des forces appliquées.

D'après ce que nous avons vu, le champ électrique de haute fréquence à l'intérieur de l'espace interélectrodes peut se décomposer suivant deux axes, l'un radial, l'autre tangentiel.

La composante tangentielle du champ électrique a une amplitude maxima à l'embouchure d'une cavité et nulle en face des parties pleines séparant les cavités : la composante radiale, au contraire, est maxima devant les parties métalliques et nulle en face des cavités. Ces champs électriques alternatifs vont avoir une action sur les électrons, imprimant à ceux-ci une force eE, dirigée dans le sens du champ électrique et proportionnelle à l'amplitude du champ en ce point.

3.1. Étude du champ radial.

— Étudions d'abord l'effet dû au champ électrique radial.

D'après ce que nous avons dit, un électron en équilibre au voisinage de la surface cylindrique S va vibrer sous l'action du champ radial.

Supposons que l'électron soit en un point où le champ soit dirigé vers l'anode, l'électron aura

tendance, sous l'action de la force eE, à s'écarter de la surface d'équilibre S pour se rapprocher de l'anode et du fait de cette force supplémentaire sa vitesse v augmentera; lorsque l'accroissement du champ électrique cessera, il en résultera une augmentation de la force de rappel evH due au champ magnétique continu, qui aura tendance à le ramener vers la surface S. Inversement, un électron se trouvant dans un champ dirigé en sens inverse du précédent, se verra attiré vers la cathode et, de ce fait, sa vitesse diminuera; la force evH diminuant elle aussi, l'électron sera ramené vers la surface S. Ainsi l'électron est capable d'osciller autour de sa position normale d'équilibre.

Le champ magnétique de résonance H_0 correspondant à une tension presque nulle appliquée entre les électrodes est donné par la formule $\omega = \frac{eH_0}{m}$, ω étant la pulsation de l'onde et m le rapport de la charge à la masse d'un électron.

3.2. Étude du champ tangentiel. — On a des effets de freinage et d'accélération électroniques analogues sous l'action du champ tangentiel; les forces dues à ce champ étant d'intensité et de sens différents des forces exercées par le champ radial, la vitesse angulaire pour laquelle aura lieu le phénomène de résonance sera différente de celle pour laquelle a lieu la résonance due au champ radial.

Il en résulte que le champ magnétique continu de résonance tangentielle sera différent du champ magnétique continu de résonance radiale.

Les variations des composantes de champ électrique E_ρ et E_φ en fonction du rayon sont très différentes. En effet, les champs qui ont des amplitudes du même ordre au voisinage de l'anode, sont très différents au voisinage de la cathode puisque la composante E_φ est nulle, alors que la composante E_ρ sur la cathode est une fraction non négligeable de ce qu'elle est sur l'anode.

Il résulte de ceci que le champ magnétique de résonance radiale variera beaucoup moins en fonction de la tension appliquée entre les électrodes que le champ magnétique de résonance tangentielle. En effet, sous l'action de la tension V, le nuage de grande densité électronique se déplace entre la cathode et l'anode. La variation du champ alternatif radial étant relativement faible, comme nous l'avons indiqué, les forces appliquées aux électrons resteront toujours sensiblement du même ordre, que ces électrons soient près de la cathode ou près de l'anode.

Ainsi le champ de résonance radiale en fonction de la tension sera toujours assez voisin du champ H_0 mentionné précédemment.

Il n'en est plus de même pour le champ électrique tangentiel. Pour une tension extrêmement faible, les électrons restant concentrés près de la cathode, la résonance tangentielle n'existe pas, puisque ce champ est alors nul.

Lorsque la tension augmente, l'anneau électronique, dont le rayonnement est capable de produire un champ pouvant modifier le champ de l'onde incidente, commence à atteindre une région dans laquelle le champ E_φ n'est plus négligeable devant le champ E_ρ; un phénomène de résonance tangentielle devient perceptible et le champ magnétique de résonance reste voisin du champ H_0, tant que le rayonnement des électrons ainsi accélérés ou freinés est de même ordre que celui des électrons soumis à l'action du champ radial.

Lorsque la tension continue à augmenter, les électrons pénètrent dans une zone où le champ tangentiel est notablement plus intense et a une action considérable sur les électrons.

Il résulte de ceci que le phénomène de résonance qui utilise le champ électrique tangentiel est beaucoup plus variable avec la tension que celui dû au champ radial, la variation du champ E_φ étant très importante en fonction de la distance à la cathode.

Il s'ensuit que le champ magnétique continu de résonance variera lui aussi dans des proportions notables. D'après ce que nous avons dit, cette variation, comme celle du champ E_φ, diminuera lorsque nous diminuerons le nombre de cavités. La valeur de ce champ de résonance se rapprochant alors du champ H_0 variera moins également en fonction de la fréquence, la courbe $H_0 = \delta(\lambda)$ étant celle pour laquelle $\frac{dH}{d\lambda}$ est minima.

3.3. Analogie avec la méthode hétérodyne. — Nous avons indiqué précédemment que sur l'anode le champ tangentiel E_φ était du même ordre de grandeur que le champ radial E_ρ; et pourtant, l'expérience prouve que l'action due au champ tangentiel est plus importante que l'action due au champ radial.

Ce phénomène peut s'expliquer de la façon suivante : les électrons en équilibre sous l'action des forces électriques et magnétiques tournent autour de la cathode en vibrant autour de leur position d'équilibre; si nous appelons $\pm\Delta i$ le courant alternatif produit par ces vibrations radiales, nous pouvons dire que la puissance haute fréquence rayonnée par les électrons est proportionnelle à $(\Delta i)^2$.

Dans le cas du champ E_φ, si i est le courant dû aux électrons tournant normalement autour de la cathode et $\pm \Delta i$ la variation infiniment petite produite par l'action du champ électrique tangentiel, les variations du courant, c'est-à-dire du champ rayonné par ces électrons en mouvement sera $i \pm \Delta i$.

L'action énergétique due aux électrons en mouvement en l'absence de l'onde incidente étant proportionnelle à i^2, la puissance haute fréquence rayonnée représente la partie haute fréquence de l'expression $(i \pm \Delta i)^2$, c'est-à-dire $2\, i \Delta i$. Elle est seulement du premier ordre en Δi.

Il y a là une véritable analogie avec le procédé de détection par la méthode hétérodyne. Le courant électrique continu i joue le rôle de l'oscillateur local.

L'effet du champ tangentiel sera ainsi notablement plus grand que celui du champ radial.

3.4. Conclusions théoriques. — Pour résumer ces considérations théoriques, nous dirons, que partant d'un magnétron donné, si nous diminuons le nombre de cavités, nous obtiendrons les améliorations suivantes :

a. Augmentation de la bande passante propre du magnétron sans électrons.

b. Augmentation de la bande passante du magnétron lorsqu'une tension V est appliquée entre les électrodes du magnétron, le champ H étant réglé à la valeur de résonance.

c. Amélioration du taux de modulation.

Par contre, les inconvénients qui en résultent sont, d'une part : l'augmentation des pertes de haute fréquence dans la lampe; enfin, augmentation du souffle.

APPLICATION DU MAGNÉTRON MODULATEUR.

Nous allons décrire maintenant une des applications industrielles du magnétron modulateur utilisé à la Compagnie Générale de T. S. F.

En effet, ce procédé de modulation a déjà été utilisé dans les émetteurs de télévision.

Un des avantages essentiels qu'il y a à utiliser de très hautes fréquences, c'est la possibilité de transmettre des signaux de fréquence de modulation très élevée. Ainsi une onde de 10 cm de longueur d'onde permet de transporter un signal dont la fréquence de modulation peut atteindre 50 Mc. Les ondes centimétriques utilisées comme ondes porteuses permettent donc la transmission de signaux de télévision de très haute définition.

Dans l'application qui nous intéresse, l'émetteur était constitué par un klystron pilote et un klystron amplificateur produisant une puissance continue pouvant dépasser 200 W.

La longueur d'onde d'utilisation était de 23 cm. Le magnétron était couplé au guide par une ligne coaxiale de même diamètre que celle utilisée sur des longueurs d'onde de l'ordre de 10 cm, mais environ deux fois plus longue.

C'est le signal vidéo qui était appliqué au magnétron. La fréquence du signal de modulation qui était de 30 Mc exigeait une bande passante de 15 Mc en

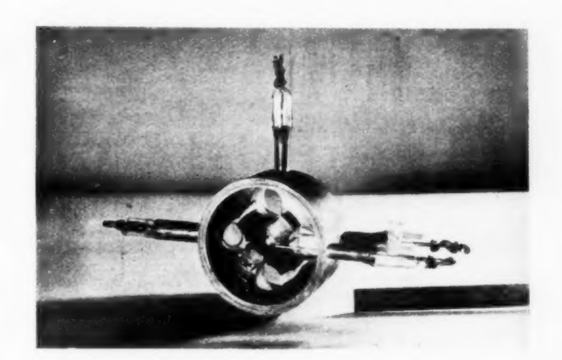


Fig. 6.

utilisant la porteuse et seulement une bande latérale.

La figure 6 représente une photographie du magnétron qui a été utilisé pour cette application. C'est encore un magnétron en cuivre, à quatre cavités réunies entre elles par des saignées.

On avait alors adopté, pour les cavités, la forme qui fut longtemps utilisée pour les magnétrons oscillateurs; une cavité cylindrique couplée à l'espace interélectrodes par des fentes rectangulaires.

Les diamètres de la cathode et de l'anode étaient respectivement de 8 et de 13 mm. L'épaisseur de l'anode étant de 30 mm, la profondeur des saignées était de 15 mm.

Le diamètre de la cathode a été réduit de façon à éviter sa détérioration par les électrons revenant la bombarder et aussi de façon à diminuer le débit de la lampe.

La puissance de l'onde incidente étant grande, un certain nombre d'électrons étaient extraits de la cathode par le champ alternatif, ce qui contribuait à augmenter notablement le débit du magnétron. Pour éviter le débit qui prenait naissance sous

l'effet de l'onde électromagnétique, même lorsque aucune tension n'était appliquée entre les électrodes, il était nécessaire de porter la cathode à + 100 V par rapport à l'anode.

Sous l'effet du bombardement de la cathode par les électrons de retour, celle-ci était suffisamment chauffée pour que l'on puisse couper le circuit du filament lorsque le magnétron fonctionnait.

Les courbes de la figure 7 montrent les variations de la puissance et du champ transmis dans le guide en fonction de la tension de modulation.

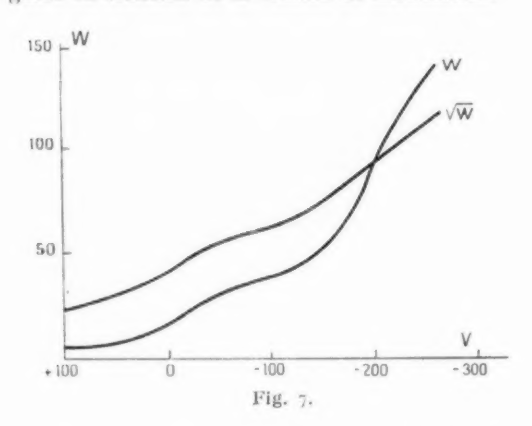


Fig. 7.

Ce magnétron a permis de passer une image télévisée dans les conditions suivantes de fonctionnement :

Le signal de modulation appliqué au magnétron ayant une amplitude variant de — 260 à + 100 V, la puissance transmise dans le guide variait de 143 à 5 W. Dans cette expérience, la longueur de la ligne coaxiale était déterminée pour que ce soit avec tension que le coefficient de transmission de l'onde dans le guide soit maximum.

Le champ magnétique de résonance était de 620 gauss. Pour cette longueur d'onde, le champ *H* est de 465 gauss; mais, dans les conditions de fonctionnement, le champ de modulation était notablement supérieur.

La bande passante du magnétron était de 14 Mc à 4 db.

Comme il était nécessaire pour éviter la distorsion que la variation de l'amplitude du champ transmis en fonction de l'amplitude du signal de modulation soit linéaire, un correcteur, constitué par une tige, était alors introduit dans le guide devant le magnétron de façon à modifier comme il convenait le coefficient de transmission de celui-ci.

Ce correcteur était placé le plus près possible du magnétron de façon à ne pas diminuer la bande passante de l'ensemble. Cette méthode de correction de la linéarité de la courbe de modulation est un gros avantage de la modulation sur guides puisqu'elle est obtenue par une action mécanique simple.

CONCLUSION.

En conclusion, nous dirons que le choix d'un magnétron modulateur dépend essentiellement de l'application pour laquelle il est conçu, ce choix est d'ailleurs, comme on a pu s'en rendre compte au cours de cet exposé, extrêmement délicat, puisqu'il donne lieu à une série de compromis.

Nous n'avons fait, dans ce présent article, qu'ébaucher un problème très intéressant, mais extrêmement complexe. Nous pensons, toutefois, que l'étude du magnétron modulateur doit pouvoir apporter quelques éclaircissements au fonctionnement de cette lampe, qui a déjà intéressé tant de chercheurs.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] H. Gutton et J. Ortusi, *Modulation sur guides des ondes centimétriques* (*Onde Électrique*, août-septembre 1947); *Modulation à large bande par magnétrons* (*Onde Électrique*, octobre 1948).

[2] J. Ortusi et P. Fechner, *Détermination des caractéristiques des circuits d'adaptation d'un magnétron modulateur* (*Annales de Radioélectricité*, octobre 1949).

LES CONTACTS ÉLECTRIQUES ET LA MÉTALLURGIE DES POUDRES

PAR N'GUYEN THIEN-CHI,

Chef du Laboratoire de Chimie générale et Métallurgie,
Département de Recherches physico-chimiques et Optique électronique
de la Compagnie Générale de T. S. F.

SOMMAIRE. — *Pour mettre en lumière les riches possibilités de la métallurgie des poudres dans le domaine des contacts électriques, l'auteur insiste sur certains pseudo-alliages d'une grande importance pratique, tels que tungstène (ou molybdène)-cuivre (ou argent), argent-oxyde de cadmium (ou nickel, ou graphite, etc.). Dans un pseudo-alliage, chaque constituant conserve ses propriétés individuelles, ce qui permet de réaliser des gammes de propriétés impossibles à obtenir avec les procédés de la métallurgie classique. L'auteur expose en même temps quelques résultats acquis aux Laboratoires C. S. F., notamment en ce qui concerne la ductilité et la malléabilité de certains pseudo-alliages et la commodité qui en résulte pour la fabrication industrielle des contacts.* (C. D. U. 621.3.066.6 : 621.775.)

SUMMARY. — *To emphasize the large possibilities of powder metallurgy in the field of electric contacts, the author deals with some pseudo-alloys of the first importance such as tungsten (or molybdenum)-copper (or silver), silver-cadmium oxide (or nickel, graphite, etc.). Each constituent of a pseudo-alloy keeps its individual properties, so permitting to realize ranges of properties which would never have been obtained by way of classical metallurgy. At the same time, the author presents some results achieved in the laboratories of the C. S. F., and particulary concerning ductility and malleability of some pseudo alloys as well as the resulting convenience for the industrial design of contacts.* (U. D. C. 621.3.066.6 : 621.775.)

Introduction.

Lorsqu'on énumère les nombreuses applications de la métallurgie des poudres, il est d'usage de mentionner, en premier lieu, celles qui sont impossibles ou difficiles à réaliser par les procédés de la métallurgie ordinaire. L'une des plus intéressantes est la fabrication des contacts électriques frittés. Si certains échantillons sont apparus sur le marché il y a déjà 30 ans (ce qui montre que la technique des poudres était déjà une nécessité), par contre, les résultats les plus intéressants ne remontent qu'à la dernière guerre, partiellement dus aux exigences croissantes de l'aéronautique. De nos jours, les contacts constituent l'une des branches les plus actives de la métallurgie des poudres, tant au point de vue des recherches qu'à celui des réalisations industrielles.

Notions utiles sur les contacts électriques.

Les principales causes de détérioration d'un contact sont : l'échauffement, l'usure mécanique, l'érosion électrique due au passage de l'arc. Cette énumération indique déjà qu'il doit posséder, à un degré satisfaisant, la conductibilité, la dureté et la résistance à l'arc. Cette dernière étant un inconvénient majeur sera examinée avec quelque détail; elle implique d'ailleurs l'intervention des autres caractéristiques du contact.

Le passage de l'électricité provoque un transfert de métal d'un contact à l'autre. Il en résulte une déformation des surfaces en regard : dans certains cas, celui du tungstène par exemple, l'une se creuse d'un cratère, alors que l'autre s'augmente d'une protubérance. Ce phénomène est dû surtout à l'amorçage d'un arc, mais aussi, bien que beaucoup

plus faiblement, à l'effluve et à l'émission froide entre contacts. L'arc est donc la cause d'usure capitale. Dans l'air et en courant continu, il s'amorce pour une tension de 10 à 20 V et une intensité de 0,2 à 2 A. Pour une tension donnée, il existe donc un *courant critique* qui dépend de la nature du contact, de l'état de surface, du diélectrique interposé, de l'humidité, etc. Dans le Tableau I, on a rassemblé, pour différents métaux, les valeurs du courant critique pour des tensions comprises entre 25 et 220 V : on notera immédiatement que le courant critique est toujours nettement plus élevé pour le tungstène et le molybdène que pour l'argent et le cuivre. Il faut retenir aussi que l'intensité critique croît avec la température.

TABLEAU I.

Intensité critique d'amorçage de l'arc
(en ampères pour différentes tensions).

Materiaux.	25 V.	50 V.	110 V.	220 V.
Argent.........	1.7	1	0.6	0,25
Cuivre.........		1.3	0.9	0,5
Nickel.........		1.2	1	0.7
Molybdene.....	18	3	2	1.0
Tungstène......	12.5	4	1.8	1.4

Il est également utile de connaître la masse de matériaux transférée pendant le passage de l'arc : elle est fonction des caractéristiques électriques de l'arc et des propriétés physiques des contacts. Quantitativement, elle est proportionnelle à l'intensité de l'arc. Selon R. Holm, qui a consacré toute son activité à l'étude scientifique des contacts, la perte de matière par coulomb dépend du volume atomique du métal, de la tension caractéristique de l'arc et, fait intéressant, de la *dureté* du métal, ce qui met en lumière l'avantageuse contribution du tungstène dans nombre de matériaux pour contacts. Si M est la masse totale transférée pendant la durée de l'arc, q la quantité d'électricité débitée, on a

$$M = q\,m.$$

m étant la masse perdue par coulomb. On a les formules suivantes :

$$m = k_1 \frac{U_a}{\sqrt{H}} V_A^{2/3},$$

$$q = k_2 \frac{E I_a}{v},$$

$$I_a = \text{courant de l'arc} = I\,\frac{E - U_a}{E};$$

avec :

U_a, tension caractéristique de l'arc;

V_A, volume atomique du métal du contact $= \dfrac{A}{\text{densité}}$;

A, poids atomique;

H, dureté Brinell;

K_1, K_2, constantes:

E, f. é. m.:

v, vitesse de rupture.

On a donc

$$M = k \frac{E U_a I_a}{v \sqrt{H}} V_A^{2/3}.$$

Dans le Tableau II, on a réuni les valeurs de U_a (en volts) et celles de m (en mg : Cb) pour les métaux les plus souvent utilisés dans la fabrication des contacts. Les valeurs de m sont beaucoup plus petites pour le molybdène et le tungstène que pour l'argent.

TABLEAU II.

Pertes par transfert pendant le passage de l'arc.

Materiaux.	U_a (V).	Perte (mg : Cb).
Argent...............	11.5	0.17
Platine...............	16	0.13
Cuivre...............	12.3	0,045
Nickel...............	14	0.02
Molybdéne...........	17	0,01
Tungstene...........	10	0.07

Enfin, le Tableau III renferme les données physiques les plus intéressantes pour l'emploi de certains métaux en tant que matériaux de contacts.

TABLEAU III.

Principaux métaux pour contacts frittés avec leurs caractéristiques importantes.

Materiaux.	Densite (20°C.)	Point de fusion (°C.).	Volume atomique (cm³ : at-g).	Conductibilite thermique (20°C.) (cal : cm² : cm : °C : s).	Résistivité (μΩ : cm).
Argent.....	10.49	960	10.28	1.0	1,59 (20°C)
Cuivre.....	8,96	1 083	7.09	0.94	1,673 »
Platine....	21,45	1 773	9.102	0.17	9.83 (0°C)
Nickel.....	8.90	1 455	6.59	0.22	6,84 (20°C)
Molybdenc.	10.2	2 625	9.41	0.35	5.17 (0°C)
Tungstène.	19.3	3 410	9.53	0,48	5.5 (20°C)

Application de la métallurgie des poudres aux contacts électriques.

Il n'existe pas de contact universel propre à tous les usages. Aucun métal, ne réunit les propriétés nécessaires à la réalisation d'un contact idéal dont les exigences sont nombreuses et souvent incompa-

tibles : les plus importantes sont une grande conductibilité électrique et thermique, une dureté élevée, une inaptitude marquée au collage ou à la soudure des surfaces en regard. Il faut encore que le contact dissipe le maximum de chaleur, qu'il ne se contamine pas en surface pour que se maintienne sa résistance de contact, qu'il ne se corrode pas dans l'atmosphère de travail, qu'il résiste à l'usure mécanique et à l'érosion électrique.

Une telle énumération fait comprendre que la métallurgie ordinaire n'a pu fournir aux constructeurs d'appareillage électrique que des contacts approximatifs. La métallurgie des poudres, en rendant possibles des cas normalement irréalisables, a apporté au problème des contacts des solutions plus satisfaisantes. En règle générale, tout alliage élaboré par la métallurgie traditionnelle peut l'être par la technique des poudres. Quels que puissent être les avantages d'un tel changement de méthode, l'intérêt de la métallurgie des poudres réside en dernière analyse dans la possibilité d'associer des éléments, tous métaux ou métaux et non métaux, qu'il serait malaisé ou impossible de réunir, dans un même matériau, par le procédé classique de la fusion. On élabore ainsi des pseudo-alliages qui sont adoptés chaque jour davantage pour la fabrication des contacts.

Pseudo-alliages. — On peut classer les pseudo-alliages en deux principales catégories :

1° Association d'un corps réfractaire (tungstène, molybdène, carbures) et d'un métal très conducteur (argent, cuivre).

2° Association de l'argent, hautement conducteur, avec un corps semi-réfractaire (oxyde de cadmium, nickel, oxyde de plomb, graphite).

Tous ces matériaux, appelés pseudo-alliages, sont caractérisés par l'absence de solubilité réciproque des constituants, donc par leur inaptitude totale à former des solutions solides ou des composés définis. La simple juxtaposition des composants, rendue possible par la métallurgie des poudres, permet à chacun d'eux de conserver ses propriétés individuelles et d'apporter ainsi sa contribution propre aux caractéristiques globales du matériau final. Dans un tungstène-argent, par exemple, le tungstène sera dur, lourd, réfractaire à côté de l'argent qui sera conducteur de l'électricité et de la chaleur. En modifiant les proportions relatives des deux métaux, on fera varier les propriétés dans un sens ou dans l'autre.

Ces performances sont absolument irréalisables par fusion, ne serait-ce qu'en raison de l'inaptitude du tungstène à s'allier à l'argent et de l'énorme différence de leurs points de fusion.

Préparation. — Le plus souvent, les pseudo-alliages sont obtenus par mélange intime des constituants à l'état pulvérulent, moulage et frittage dans une atmosphère convenable. Mais on peut aussi avoir recours au procédé d'imprégnation : un cupro-tungstène, un molybdène-argent, un argent-graphite peuvent être élaborés en faisant absorber du cuivre ou de l'argent fondus à une ossature poreuse de l'autre élément.

La fabrication des matériaux de contacts par métallurgie des poudres est extrêmement délicate : on n'aboutit à des propriétés définies et constantes qu'au prix d'un contrôle rigoureux des poudres employées (pureté, granulométrie) et des techniques de fabrication (pression, température et durée de frittage, atmosphère). La dureté, la résistivité, la résistance de contact peuvent être radicalement changées si toutes les conditions ne sont pas minutieusement observées. Seul un organisme doté de riches moyens physiques, chimiques et mécaniques sera à même de mener à bien des travaux de ce genre.

Principaux exemples. — On examinera plus loin quelques pseudo-alliages très employés dans l'industrie des contacts :

1° Tungstène (ou molybdène) et cuivre (ou argent).
2° Argent et oxyde de cadmium (ou nickel, ou graphite, ou oxyde de plomb).

Ces quelques exemples seront destinés à illustrer les immenses possibilités de la métallurgie des poudres et permettront d'exposer certains résultats acquis aux Laboratoires C. S. F.

Fixation des contacts. — Ce problème, secondaire en apparence, soulève cependant de réelles difficultés. Un contact peut être soudé, brasé ou rivé à son support. La soudure à l'étain, technique facile, est à rejeter dès que le contact s'échauffe en fonctionnant au-dessus d'une certaine température. Le brasage est presque toujours d'une application difficile. Il exige une température assez élevée qui risque de détériorer les propriétés et du support et du contact (surtout quand il est mince, par formation d'un alliage avec la brasure). Il faut aussi veiller à ce que la brasure ne vienne pas contaminer la surface du contact. Enfin, il y a lieu d'éliminer l'excès de brasure autour du contact pour éviter des arcs intempestifs.

Le rivetage permet, en principe, d'éviter les précédentes difficultés. Mais encore faut-il que le matériau s'y prête par sa plasticité en formant un contact intime avec le support, sans risque de points chauds dangereux.

Contacts à base de métaux réfractaires.

Tungstène pur. — Les contacts en tungstène sont employés aujourd'hui sur une très grande échelle dans l'industrie automobile où il serait difficile de le remplacer par d'autres matériaux. Dans les magnétos, on apprécie leur résistance à la corrosion par les vapeurs d'essence et d'huile et à l'érosion par transfert de métal. Dans le régulateur de tension de la dynamo, ils permettent d'établir et de couper des courants élevés sous faible pression.

Dans tous les matériaux pour contacts où intervient le tungstène, on met à contribution ses remarquables propriétés qui en font un métal exceptionnel : points de fusion et d'ébullition extrêmement hauts, dureté et densité très élevées, propriétés mécaniques remarquables.

Le tungstène doit être pur pour que le contact dure longtemps : grâce aux procédés spéciaux de la métallurgie des poudres, on peut dire que le tungstène ainsi élaboré est le plus pur de tous les métaux industriels. La poudre, par moulage, frittage et martelage, est transformée en tiges rondes à structure longitudinale fibreuse : elles sont tronçonnées en pastilles dans lesquelles les fibres sont perpendiculaires aux faces. La texture des échantillons, c'est-à-dire la grosseur des cristaux, influe sur la durée des contacts.

Association du tungstène (ou molybdène) avec le cuivre (ou l'argent). — Dans les pseudo-alliages de ce type, les propriétés du tungstène énoncées précédemment sont complétées par la grande conductibilité électrique et thermique du cuivre ou de l'argent. On comprend qu'ils constituent des matériaux de choix pour contacts. Ils sont durs, conducteurs, résistent bien à l'arc et à l'usure mécanique et ne se corrodent pratiquement pas. Leur emploi est tout indiqué pour les applications qui mettent en jeu des courants importants et des coupures sévères : on rencontre fréquemment des pare-étincelles en molybdène-argent ou en tungstène-argent. En règle générale, l'argent convient au fonctionnement dans l'air et le cuivre à celui dans l'huile.

Cupro-tungstène. — Ces pseudo-alliages ayant déjà été étudiés dans une publication antérieure des *Annales*, on n'y reviendra pas ici. Il est toutefois intéressant de signaler qu'au-dessus de 40 % de cuivre, il est possible de soumettre un cupro-tungstène à un laminage très poussé. Les micrographies de la figure 1 sont relatives à deux métaux à 45 % de cuivre laminés l'un à 0,18 mm, l'autre à 0,06 mm d'épaisseur pour des applications très spéciales : on notera la dispersion uniforme des grains de tungstène dans la masse de cuivre.

Tungstène-argent. — La préparation, analogue à celle des cupro-tungstènes, consiste à mouler et à fritter un mélange intime des deux poudres. La technique d'imprégnation d'une charpente poreuse de métal réfractaire avec du métal conducteur fondu suppose une porosité uniforme et bien contrôlée, condition indispensable à l'obtention d'une structure homogène et constante.

Il est intéressant de présenter quelques résultats concernant un tungstène-argent à 30 % Ag.

1° Emploi d'une poudre de tungstène fine.

Tableau IV.

Pression (t : cm²).	Densité.		Dureté Brinell.		
	Fritté.	Fritté et repressé.	Fritté.	Fritté et repressé.	Repressé et recuit.
6......	12.2	14.2	74	151	132
10......	12.9	14.6	115	159	144

2° Emploi d'une poudre grossière.

Tableau V.

Pression (t : cm²).	Densité.		Dureté Brinell.		
	Fritté.	Fritté et repressé.	Fritté.	Fritté et repressé.	Repressé et recuit.
6......	13.4	14.2	92	174	164
10......	14.2	14.6	115	177	162

La comparaison des deux tableaux précédents met en évidence l'influence prépondérante de la granulométrie sur les propriétés finales. Il y a lieu d'insister une fois de plus sur la nécessité de contrôler soigneusement les matières premières utilisées.

Données numériques sur W (ou Mo) Ag. — Les propriétés sont fonction du pourcentage d'argent.

Densité (D). — En première approximation, D varie presque linéairement avec la teneur en argent, surtout dans le cas du molybdène.

Dureté Brinell (B) :

Pour < 40 % Ag :

$$B(W/Ag) > B(Mo/Ag).$$

Pour > 40 % Ag :

$$B(W/Ag) \neq B(Mo/Ag).$$

Résistivité (ρ). — Pour toutes les compositions, la résistivité de Mo/Ag est légèrement supérieure à celle de W/Ag.

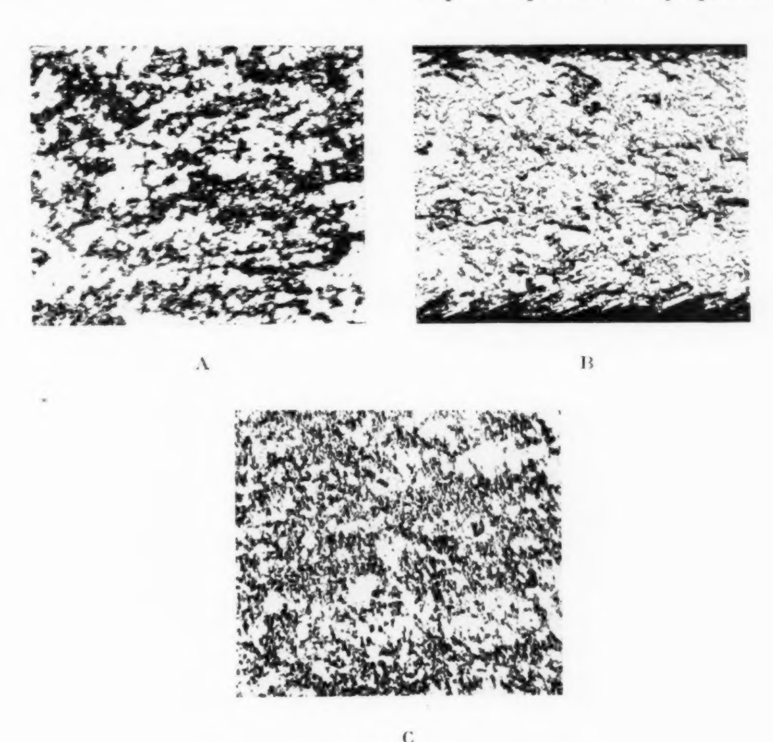


Fig. 1. — Rubans de cupro-tungstène laminé.
Épaisseur 0,18 mm : A, vue en plan; B, coupe transversale. Épaisseur 0,06 mm : C, vue en plan.

Exemples :

20 % Ag : $\rho(W/Ag) = 4\ \mu\Omega : cm$,
$\rho(Mo/Ag) = 4,2\ \mu\Omega : cm$;

40 % Ag :

$\rho(W/Ag) = 3,2\ \mu\Omega : cm$.
$\rho(Mo/Ag) = 3,7\ \mu\Omega : cm$.

Contacts en argent-oxyde de cadmium.

Généralités. — On a tendance, dans la pratique courante, à confondre les contacts en argent-oxyde de cadmium avec ceux en argent-cadmium. La différence est pourtant absolument nette quant à la nature des matériaux : dans le premier cas, on a affaire à un pseudo-alliage, c'est-à-dire un mélange; dans le second à un véritable alliage (*fig.* 2).

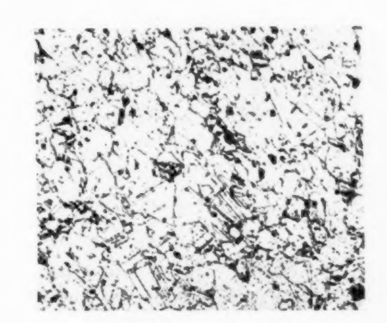


Fig. 2. — Alliage fritté de Ag Cd (3 % Cd).

L'alliage Ag-Cd est un bon matériau pour contacts destinés à travailler sous faible intensité. L'addition d'une faible quantité de cadmium à l'argent prolonge la vie du contact en réduisant les pertes par transfert et en augmentant la dureté; mais si le pourcentage est plus important, les propriétés électriques s'en ressentent et peuvent devenir inférieures à celles de l'argent seul.

L'incorporation d'oxyde de cadmium (CdO), au contraire, n'affecte que peu les propriétés électriques de l'argent. Le produit résultant donne d'excellents contacts capables d'endurer des conditions très sévères de fonctionnement grâce à quelques propriétés exceptionnelles : absence de collage ou de soudure, faible résistance de contact, haute conductibilité, aptitude à supporter des intensités élevées. Il a été largement employé pendant la dernière guerre pour l'appareillage d'avions et particulièrement pour les dispositifs de contrôle dans lesquels une sécurité absolue était indispensable. Il connaît actuellement de nombreuses applications : relais et interrupteurs de toutes sortes, commutateurs de démarrage pour moteurs, etc.

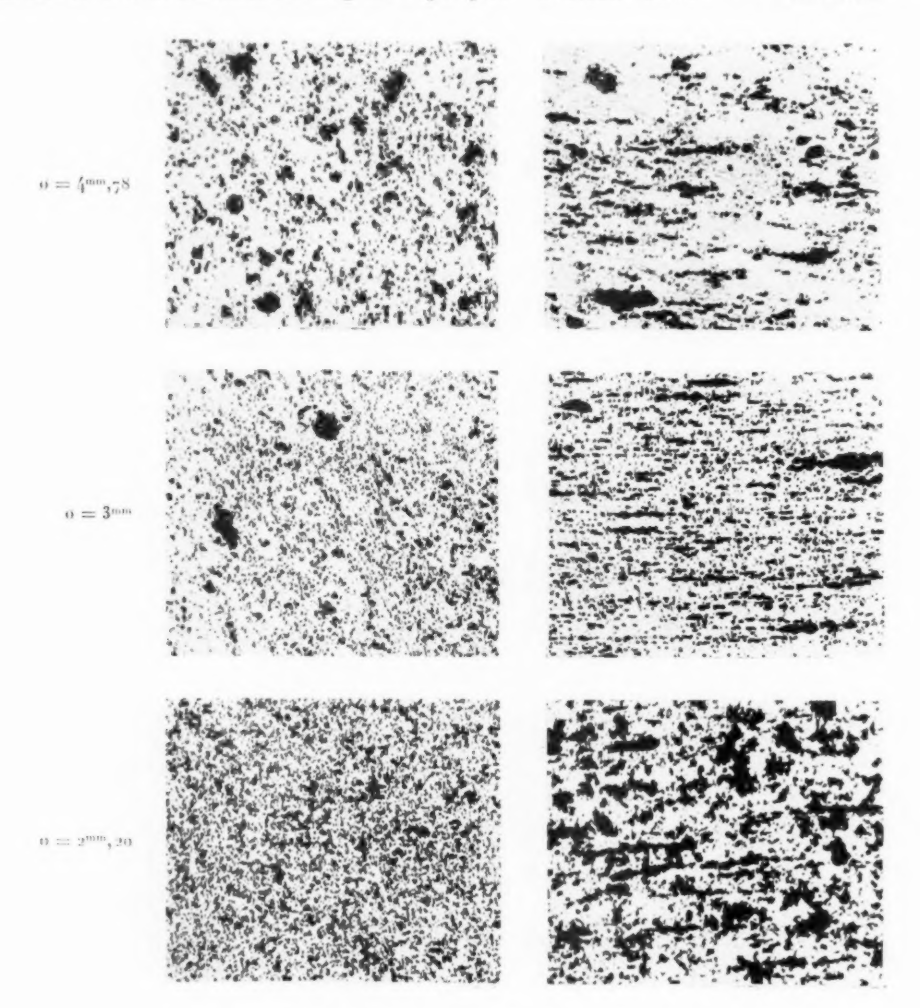


Fig. 3. — Martelage et tréfilage de ACO.91.

A gauche : coupes transversales; *A droite* : coupes longitudinales.

Aptitude aux traitements mécaniques de l'argent-oxyde de cadmium. — On étudiera une composition à 9 % de CdO, c'est-à-dire riche en élément semi-réfractaire (ACO.91).

Il est permis de croire que ce matériau, qui n'est qu'un simple mélange d'argent et d'oxyde (substance non métallique) disséminé dans la masse du métal, ne se prêtera que difficilement au martelage, au tréfilage ou au laminage. En réalité, il se laisse travailler assez aisément à condition d'avoir, après

frittage, une masse homogène et résistante, puis de combiner convenablement traitements mécaniques et recuits intermédiaires.

Tréfilage. — Partant d'un barreau de section nettement que celles-ci se sont étirées sous l'action du martelage et du tréfilage pour se disposer en chapelets suivant l'axe de la tige. Cette disposition rappelle celle de la thorine dans les filaments de tungstène employés en électronique.

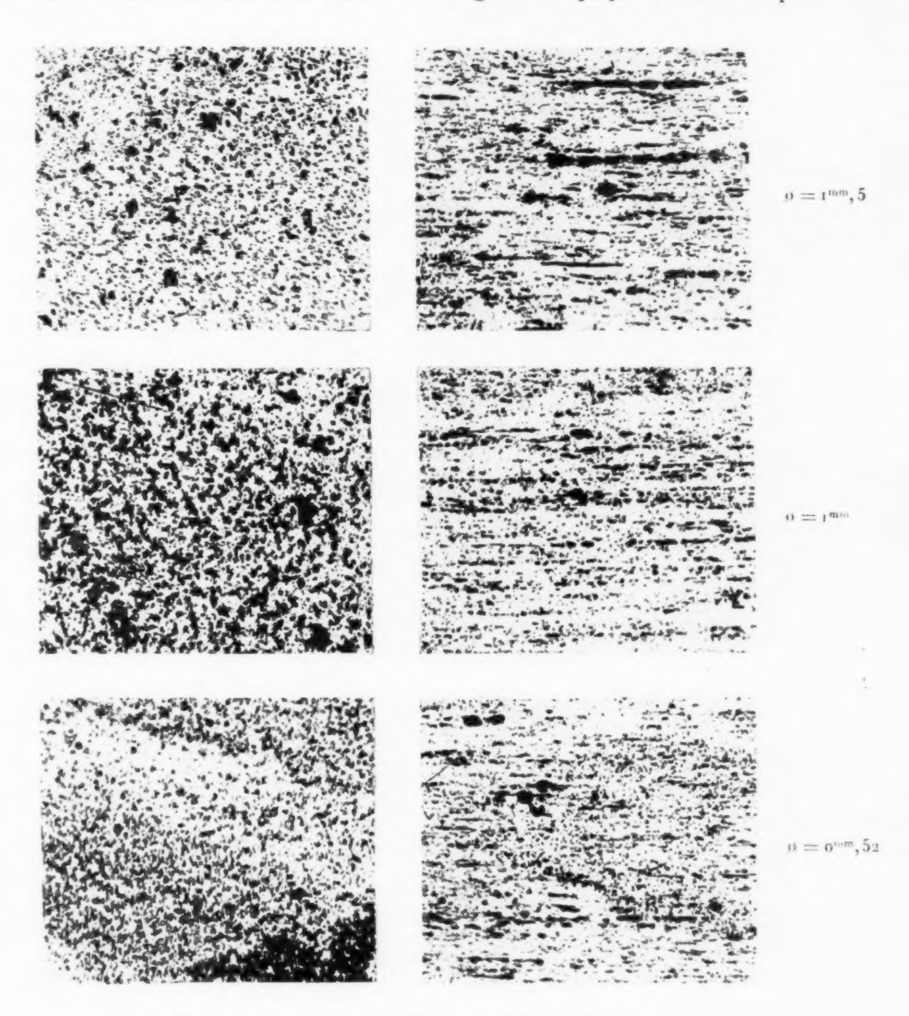


Fig. 4. — Martelage et tréfilage de ACO.91 (*suite*).

A gauche : coupes transversales; *A droite :* coupes longitudinales.

carrée, on l'a martelé, puis tréfilé pour l'amener jusqu'au diamètre de 0,52 mm. Sur les figures 3 et 4 sont représentées les micrographies relatives aux divers diamètres : les clichés de gauche correspondent aux sections transversales, ceux de droite aux coupes longitudinales (*fig.* 3 et 4). Sur les premiers on remarquera l'uniforme répartition des particules de CdO; sur les seconds, on voit

Des mesures de résistivité faites aux diamètres successifs ont permis de formuler la remarque suivante : à l'état fritté ou fritté et recomprimé sous la même pression qu'au moulage initial, la résistivité est d'environ 2,5 $\mu\Omega$: cm; ensuite, quand le diamètre décroît de 5 à 0,5 mm, elle reste pratiquement constante et égale à 2 $\mu\Omega$: cm. Cette observation pourrait paraître surprenante à pre-

mière vue, car on est en droit d'imaginer que les traitements mécaniques résorbant progressivement ou fils de tout diamètre et en bandes de toute dimension, ouvre des possibilités intéressantes à la

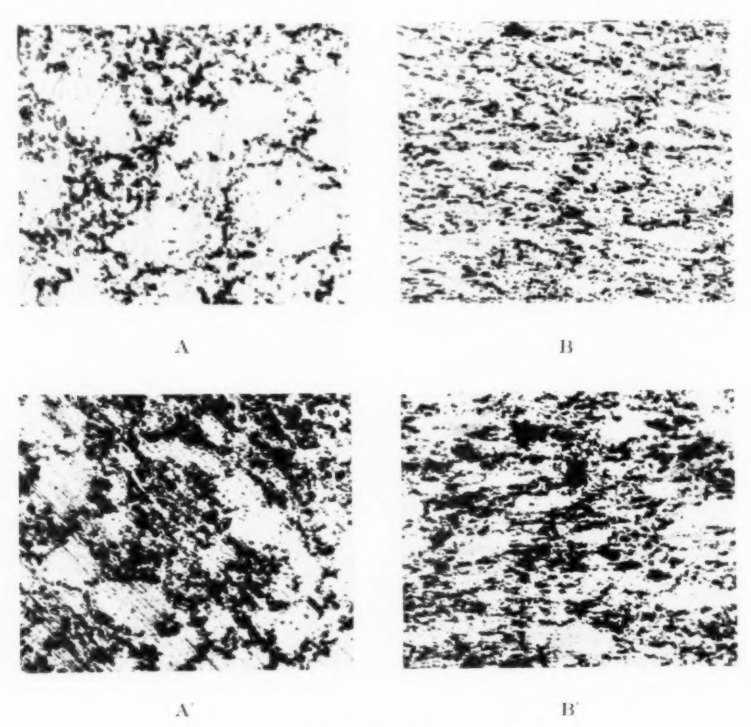


Fig. 5. — Bandes laminées de ACO.91.
AA', vues en plan; BB', coupes longitudinales; AB, épaisseur 1,5 mm; A'B', épaisseur 1 mm.

la porosité, la résistivité doit diminuer. Puisqu'il n'en est pas ainsi, il faut admettre que la masse, rendue très plastique par la prédominance de l'argent, a atteint sa porosité minima dès le premier martelage.

Laminage. — Les micrographies de la figure 5 correspondent à des épaisseurs de 1,5 à 1 mm : celles de gauche sont des vues en plan des bandes laminées, celles de droite représentent des coupes longitudinales (on observe encore l'étirement des particules d'argent et d'oxyde dans la direction de laminage).

Rivetage. — L'opération est possible avec quelques précautions. La micrographie de la figure 6 montre le rivetage d'un cylindre en ACO.91 de 3 mm de diamètre sur un anneau en laiton de 6 mm de diamètre : le contact est parfait entre les deux parties et aucune déchirure ne s'est produite.

Remarque importante. — La plasticité de l'argent-oxyde de cadmium, qui permet de l'obtenir en tiges fabrication des contacts électriques en grandes séries. Certains *grains* cylindriques n'ayant pas plus de 1 mm de diamètre, on voit mal comment on pourrait les réaliser par moulage, alors qu'en tronçonnant un fil, on en obtient rapidement un nombre

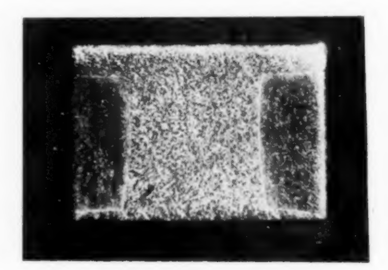


Fig. 6. — Coupe d'un rivet de ACO.91.

élevé. D'autres contacts étant des plaquettes (souvent d'assez grandes dimensions), il est naturel de les découper dans des bandes auxquelles le lami-

nage a conféré une épaisseur uniforme et des surfaces lisses.

DONNÉES NUMÉRIQUES SUR L'ARGENT-OXYDE DE CADMIUM. — *Densité.* — Elle varie de 10,5 (densité de l'argent) à environ 9,8 quand la proportion de CdO varie de 0 à 15 % en poids.

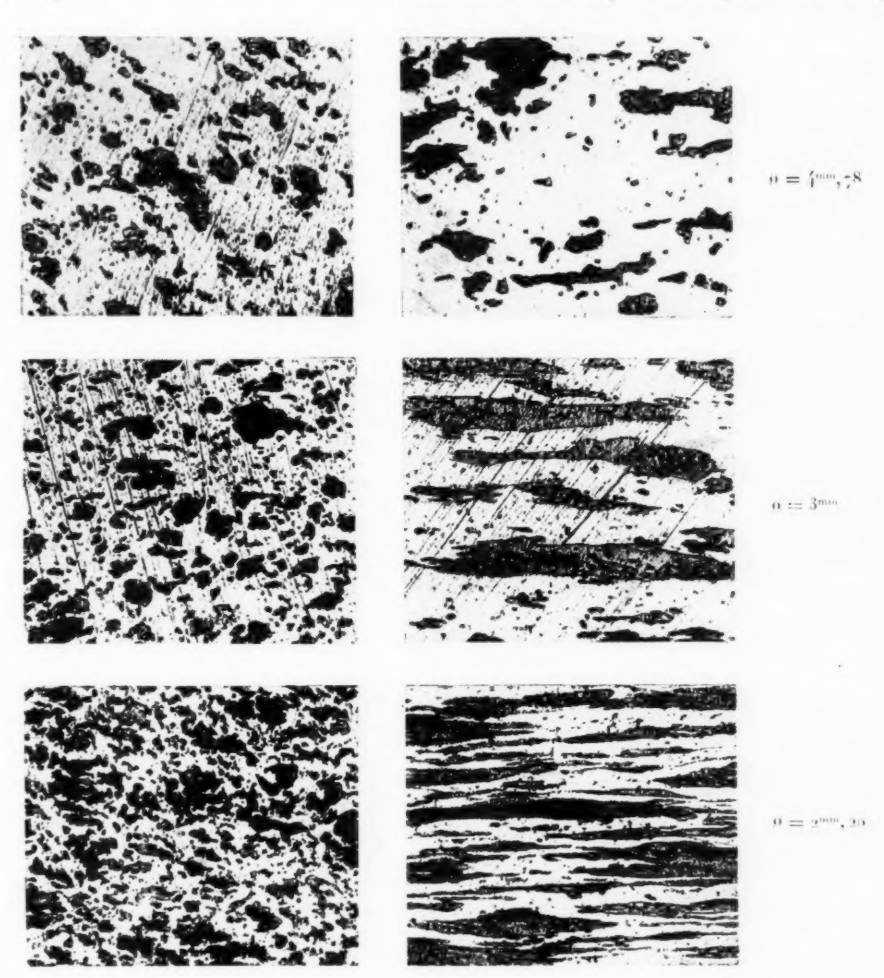


Fig. 7. — Martelage et tréfilage de AN.82.
A gauche : coupes transversales; *A droite :* coupes longitudinales.

Dureté. — Entre 5 et 10 % CdO, la dureté est approximativement 17 Rockwell F; elle croît ensuite jusque vers 40 pour 15 % de CdO.

Résistivité. — Entre 0 et 15 % CdO, elle augmente régulièrement de 1,59 μΩ : cm (argent pur) à 2,5 μΩ : cm.

Il est à remarquer que pour les mêmes pourcentages de *cadmium* (métal), les propriétés précédentes prennent des valeurs nettement plus élevées.

Contacts en argent-nickel.

AVANTAGES. — Le nickel est dur, son point de fusion est nettement plus élevé que celui de l'argent, il ne s'oxyde pratiquement pas dans les conditions ordinaires de température et d'atmosphère. Son association avec l'argent donne lieu à un matériau résistant à l'oxydation, à l'usure mécanique et à l'érosion électrique. Sa présence n'augmente que faiblement la résistivité : celle-ci, pour 5 % Ni, est équivalente à celle du cuivre. Autre point impor-

tant : la résistance de contact demeure très petite, même pour des pourcentages de nickel élevés (elle est celle de l'argent pur pour 15 % Ni). Suivant la proportion de nickel, on obtiendra soit un matériau de haute conductibilité et de faible résistance superficielle, propre à faire des contacts pour courants très élevés, soit un produit dans lequel les deux propriétés précédentes s'effacent devant la résistance accrue au passage de l'arc. Il est clair que pour certaines applications, on réalisera un moyen terme entre ces deux extrêmes. En règle générale, les contacts argent-nickel conviennent aux intensités moyennes ou très grandes, et particulièrement aux circuits fortement selfiques.

Propriétés mécaniques : ductilité et malléabilité. — L'argent-nickel n'est qu'un pseudo-alliage, la solubilité réciproque des deux éléments étant pratiquement nulle. Ils sont simplement juxtaposés dans la masse du matériau, mais en raison de leur plasticité individuelle, leur association montre une ductilité et une malléabilité étonnantes qui permettent de faire prendre à l'argent-nickel les formes et les dimensions imposées par les applications et cela plus aisément qu'avec l'argent-oxyde de cadmium.

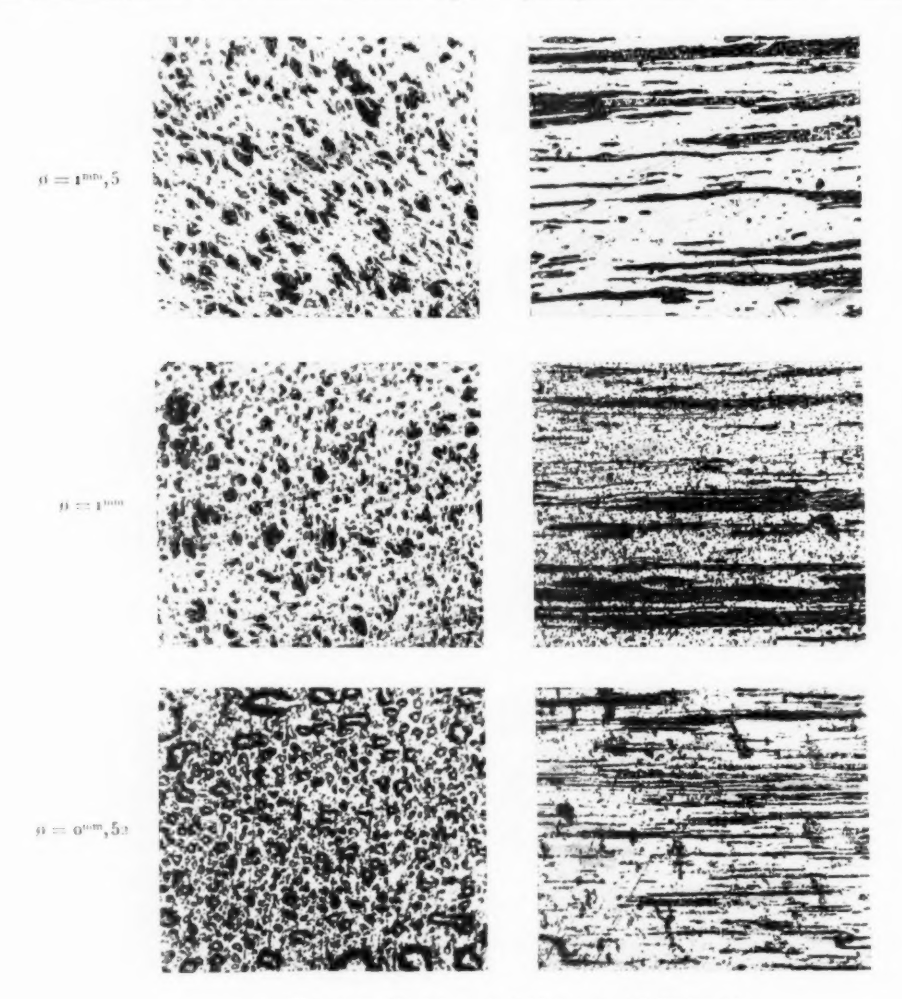


Fig. 8. — Martelage et tréfilage de AN.82 (*suite*).
A *gauche* : coupes transversales; A *droite* : coupes longitudinales.

On a déjà insisté sur l'intérêt qu'offrent de telles propriétés pour la fabrication industrielle des contacts.

A titre d'exemples, on examinera deux compositions :

a. AN.82 : 20 % Ni;

b. AN.64 : 40 % Ni.

visible sur les coupes transversales. Les coupes en long montrent, dès le début du martelage, l'allongement des îlots de nickel grâce à la plasticité de ce métal. La texture fibreuse, évidente dès que la tige atteint 2,21 mm de diamètre,

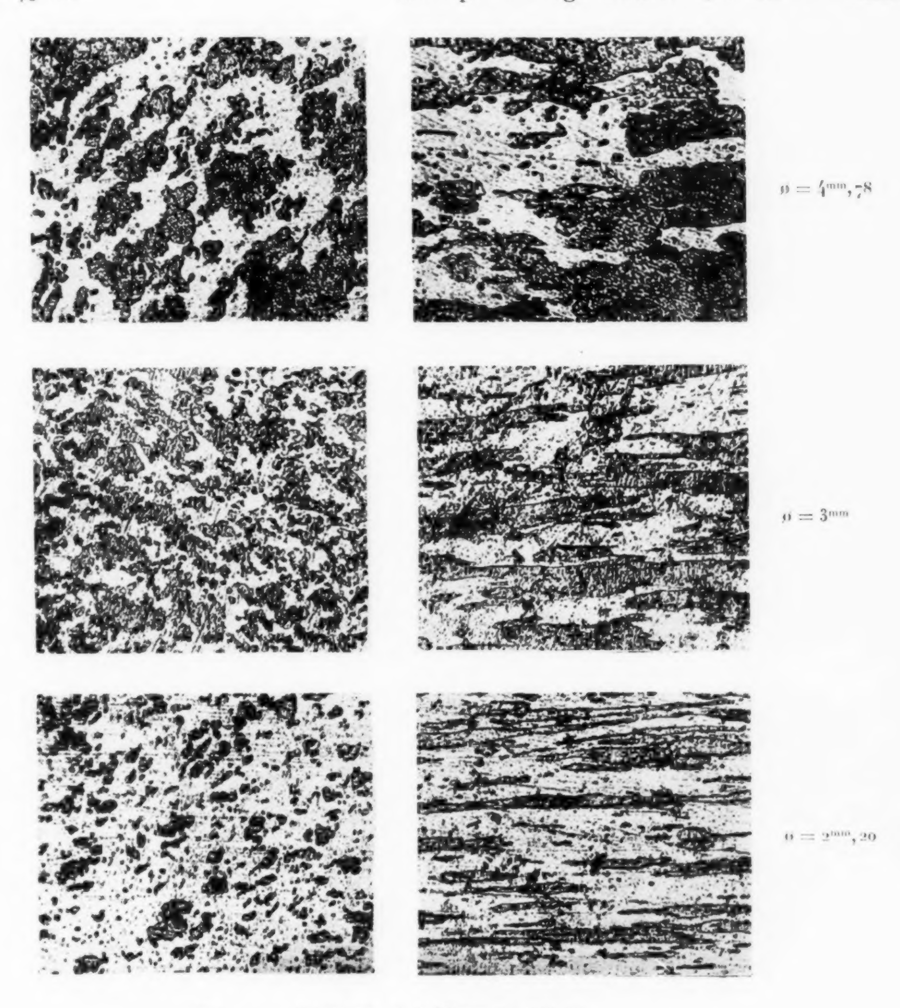


Fig. 9. — Martelage et tréfilage de AN.64.
A gauche : coupes transversales; *A droite :* coupes longitudinales.

Tréfilage. — Les barreaux frittés sont amenés jusqu'au diamètre de 0,52 mm. Les micrographies correspondant aux diamètres successifs sont représentées sur les figures 7 et 8 pour AN.82, et 9 et 10 pour AN.64 : sur toutes ces planches, les sections transversales sont à gauche, les longitudinales à droite; les plages sombres sont du nickel, les claires de l'argent.

La dispersion très uniforme du nickel est devient remarquablement nette à partir de 1,5 mm : les filets d'argent et de nickel s'alignent côte à côte parallèlement à l'axe de la tige et l'on distingue facilement AN.64, plus riche en nickel, de AN.82 d'après le nombre plus élevé de fibres sombres. Le tronçonnage des tiges et des fils donne des pastilles dans lesquelles les fibres sont perpendiculaires aux faces, disposition favorable à la conductibilité.

Les mesures de résistivité, effectuées aux diamètres successifs, ont donné les résultats suivants :

1° AN.82 :

a. à l'état fritté ou fritté et recomprimé :

$$\rho = 3,3 \ \mu\Omega : \text{cm};$$

b. à l'état fritté et recomprimé :

$$\rho = 3,7 \ \mu\Omega : \text{cm};$$

c. à l'état martelé et tréfilé, quand le diamètre décroît de 5 à 0,5 mm :

$$\rho = 2,8 \ \mu\Omega : \text{cm}.$$

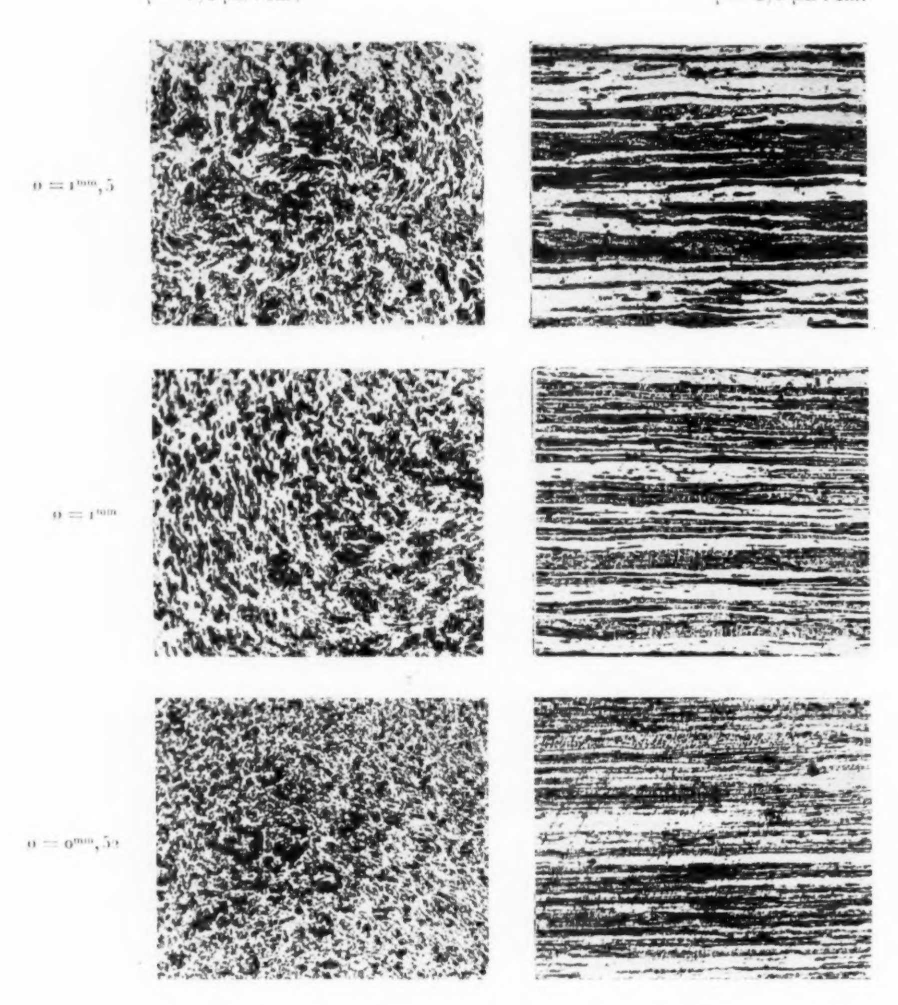


Fig. 10. — Martelage et tréfilage de AN.64 (*suite*).
A gauche : coupes transversales; *A droite :* coupes longitudinales;

b. à l'état martelé et tréfilé, quand le diamètre décroît de 5 à 0,5 mm :

$$\rho = 2,3 \ \mu\Omega : \text{cm}.$$

2° AN.64 :

a. à l'état fritté :

$$\rho = 4,1 \ \mu\Omega : \text{cm};$$

Il est à noter que AN.64, plus riche en nickel, est plus résistant que AN.82. On remarquera aussi que la résistivité reste constante tout au long du martelage et du tréfilage, comme dans le cas de l'argent-oxyde de cadmium : l'explication déjà émise s'appliquera encore ici.

Laminage. — Pourvu que le frittage se soit

effectué dans des conditions appropriées, le laminage se fait sans difficultés. Des plaquettes de 6 mm d'épaisseur ont été réduites à 1,5 mm, puis à 1 mm sans déchirures ni craquelures. Les micrographies relatives aux deux dernières épaisseurs sont rassemblées dans la figure 11 (AN.82) et la figure 12 (AN.64): l'allongement des plages métalliques dans la direction de laminage est très net.

Données numériques. — *Dureté.* — A l'état écroui, la dureté Vickers croît presque linéairement de 93 à 170 quand la teneur en nickel varie de 5 à 40 %. A l'état recuit, elle croît de 30 à 70 entre les mêmes pourcentages de nickel.

Résistivité. — Entre les limites précédentes, la résistivité oscille entre 1,59 et 2,7 $\mu\Omega$: cm.

Autres matériaux.

On citera pour mémoire l'argent-graphite et l'argent-oxyde de plomb qui sont employés pour certains usages.

Argent-graphite. — La résistance de ce matériau est excellente au collage ou à la soudure des contacts, mais la résistance superficielle croît vite avec la teneur en graphite.

Les principales applications comprennent : les interrupteurs à cadence modérée, les contacts glissants, les résistances variables, etc.

Entre 0 et 10 % de graphite, la résistivité varie de 1,59 à 2,6 $\mu\Omega$: cm.

La dureté diminue rapidement au-dessus de 4 % de graphite.

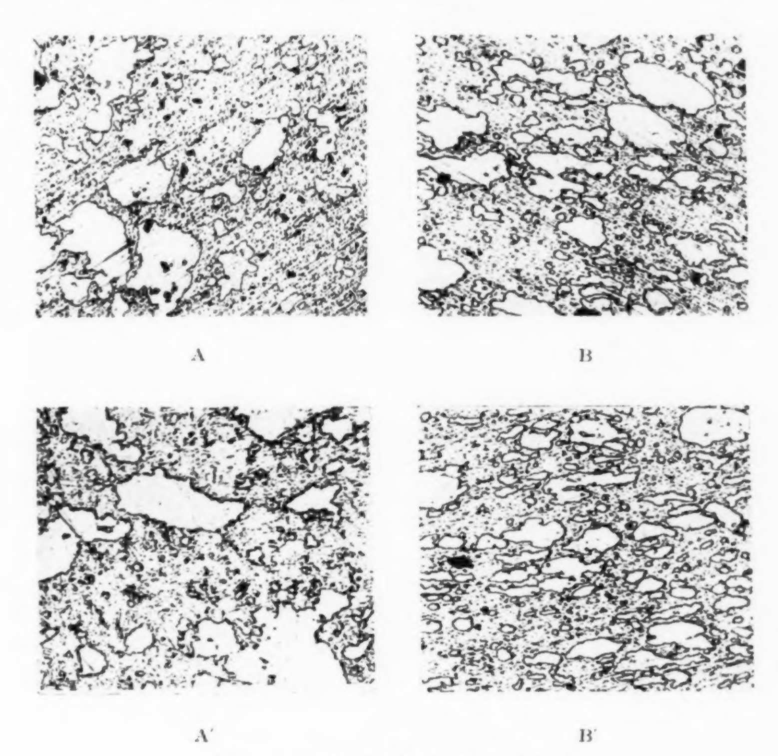


Fig. 11. — Bandes laminées de AN.82.
AA′, vues en plan; BB′, coupes longitudinales; AB, épaisseur 1,5 mm; A′B′, épaisseur 1 mm.

Argent-oxyde de plomb. — L'addition d'oxyde de plomb élève fortement la résistivité, mais n'affecte que faiblement la résistance de contact.

Ce matériau trouve ses principaux emplois dans les circuits à basse tension et à courant élevé et dans les contacts vibrants pour courant continu. On citera quelques compositions à titre d'exemples :

Argent (% en poids).	Oxyde de plomb (% en poids).	Densité.	Résistivité ($\mu\Omega$: cm).
97,5	2,5	9,8	2,3
95	5	9,7	3,2

Conclusion.

Les contacts électriques frittés constituent aujourd'hui une branche très importante de la métallurgie des poudres. Des sociétés industrielles leur consacrent une activité considérable qui se traduit par l'existence d'une étonnante variété de matériaux doués d'une gamme étendue de caractéristiques, par une normalisation poussée des conditions d'emploi, par la mise en œuvre d'essais systématiques et précis, par la création de liaisons constantes entre chercheurs et fabricants d'une part, utilisateurs de l'autre. Ce dernier point est d'une importance capitale pour une utilisation plus rationnelle des contacts. Il faut dire, en effet, qu'un constructeur se soucie, en général, assez peu des matériaux qu'il emploiera pour ses contacts. Le plus souvent, ces derniers lui sont fournis tout équipés par un autre industriel qui dispose de matériaux de toutes provenances dont il ignore presque toujours les propriétés et les conditions d'emploi. Cet état de choses engendre nécessairement des tâtonnements et des erreurs. Le constructeur aurait tout intérêt à consulter un spécialiste de contatcs, à lui communiquer des données précises : quelques modifications bénignes suffisent souvent à faciliter énormément la réalisation des contacts et surtout à doter le futur appareil d'échantillons vraiment appropriés. En métallurgie des poudres, une telle collaboration peut conduire à l'économie d'un moule spécial : il est possible, par exemple, que des contacts en rivets prévus par le constructeur puissent être remplacés par de simples pastilles tronçonnées en série dans une tige ronde, puis soudées à l'étain sur les supports.

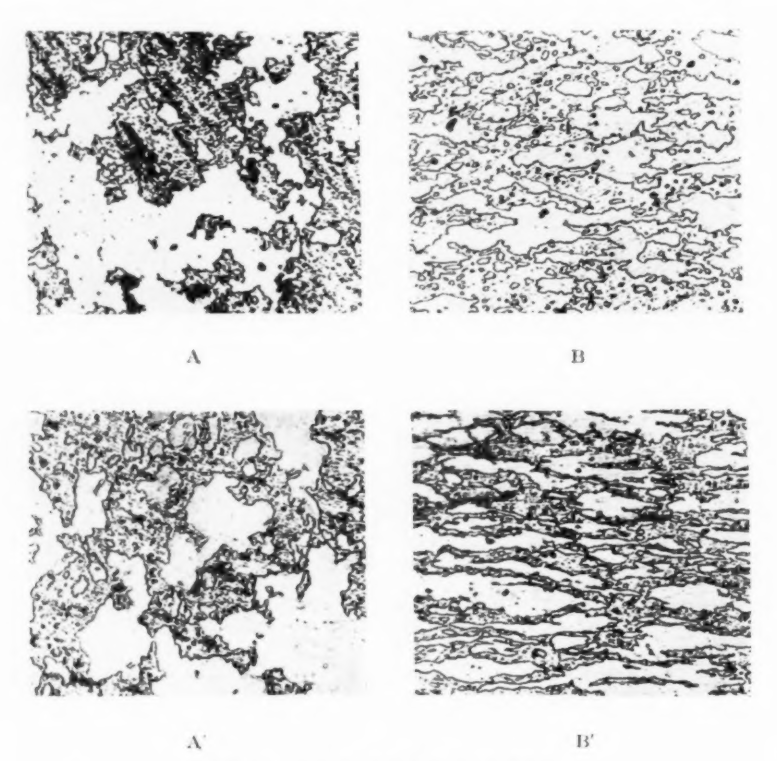


Fig. 12. — Bandes laminées de AN.64.

AA′, vues en plan; BB′, coupes longitudinales; AB, épaisseur 1,5 mm; A′B′, épaisseur 1 mm.

Le métallurgiste des poudres dispose d'un certain nombre de matériaux pour contacts dont il connaît les propriétés et qu'il peut produire sous des formes dépendant des moules existants. Son ambition serait de dresser un catalogue assez riche pour que chaque utilisateur y trouve son compte, mais, même dans ce cas, une consultation serait toujours avantageuse pour chaque parti.

BIBLIOGRAPHIE.

Metals Handbook (*The American Society for Metals*, 1948).

H. H. HAUSNER et P. W. BLACKBURN, *Powder Metallurgy* (*The American Society for Metals*, p. 470).

E. I. LARSEN, *Metals Technology*, janvier 1945, p. 31.

NGUYEN THIEN-CHI, *Annales de Radioélectricité*, t. IV, n° 17, juillet 1949, p. 233.

MÉTHODES D'INTERPRÉTATION DES DIAGRAMMES DE DIFFRACTION ÉLECTRONIQUE

Par H. BILDÉ,

Département des Recherches physico-chimiques et d'Optique électronique de la Compagnie Générale de T. S. F.

Sommaire. — *La méthode d'analyse par la diffraction des électrons repose sur la loi de de Broglie et la vérifie* [1]. *Le faisceau d'électrons se comporte comme un faisceau de rayons X et peut donc se diffracter en frappant un cristal. Cet article rappellera donc quelques notions de Radiocristallographie, mais insiste surtout sur quelques points qui caractérisent cette technique et en font une méthode d'analyse très utile spécialement en ce qui concerne les corps amorphes, les gaz et surtout les couches superficielles, qui jouent un si grand rôle dans tous les problèmes de la Physique actuelle.* (C. D. U. 537.533.72.)

Summary. — *The method of electrons diffraction analysis is based on de Broglie's law and verifies it* [1]. *The electron beam is acting like an X-ray beam, and may thus be diffracted when falling onto a crystal. This paper will thus recall a few notions of Radiocrystallography, but especially stresses a few points characterizing this technique and rendering it a very useful method of analysis, especially for amorphous bodies, gases and mainly the superficial layers, which play so large a part in all the problems of modern physics.*

A. — CONSIDÉRATIONS GÉNÉRALES.

1. Calcul de la longueur d'onde associée.

La Mécanique ondulatoire nous apprend qu'à tout électron animé d'une vitesse v, on peut associer une radiation de longueur d'onde λ donnée par

$$\lambda = \frac{h}{mv},$$

où m est la masse de l'électron :

$$m = 9.1.10^{-28}\ \mathrm{g}$$

et h la constante de Planck :

$$h = 6.55.10^{-27}\ \mathrm{C.\ G.\ S.}$$

Soit E la différence de potentiel qui accélère les électrons, on a

$$Ee = \frac{1}{2}mv^2,$$

e, charge de l'électron $= 4{,}8.10^{-10}$ u. e. s. C. G. S.; d'où

$$v = \sqrt{\frac{2Ee}{m}}.$$

On pourra donc exprimer la longueur d'onde associée à un faisceau d'électrons en fonction de la tension qui l'accélère en écrivant

$$\lambda = \frac{h}{m\sqrt{\frac{2Ee}{m}}}, \qquad \text{d'où} \qquad \lambda = \sqrt{\frac{150}{E}};$$

où E est exprimé en volts et λ en angstroems.

L'expérience montre que les tensions d'accélération les mieux adaptées à la diffraction des électrons sont supérieures à 20 kV. Pour cette gamme de tensions, la loi de la relativité intervient, car la masse m de l'électron en mouvement n'est plus égale à celle qu'il a au repos.

On sait que

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},$$

où c est la vitesse de la lumière et v celle de l'électron, m_0, sa masse au repos; d'où

$$\lambda = \frac{h\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}{m_0 v},$$

d'autre part

$$Ee = (m - m_0)c^2,$$

d'où

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2 m_0 e E \left(1 + \frac{eE}{2 m_0 c^2}\right)}},$$

d'où

$$\lambda = \sqrt{\frac{150}{E(1 + 9{,}8 . 10^{-7} E)}} \quad (\text{Å}),$$

E étant exprimé en volts.

Désormais, nous désignerons par E' la quantité $E(1 + 9{,}8 . 10^{-7} E)$ et nous substituerons au faisceau d'électrons une radiation de longueur d'onde

$$\lambda = \sqrt{\frac{150}{E'}}.$$

Voyons quel est l'ordre de grandeur de cette longueur d'onde :

pour $E' = 30$ kV, c'est-à-dire $E \neq 29$ kV, on a

$$\lambda \# 0{,}07 \text{ Å};$$

pour $E' = 60$ kV, c'est-à-dire $E \neq 57$ kV, on a

$$\lambda \# 0{,}05 \text{ Å}.$$

On constate donc que les longueurs d'onde associées à des faisceaux d'électrons aussi rapides sont au moins une dizaine de fois plus courtes que celles utilisées dans la Radiocristallographie. De ce fait, nous tirons déjà une conséquence très importante :

La loi de Bragg qui régit les phénomènes de diffraction dans les cristaux et que nous étudierons plus loin s'écrit

$$\lambda = 2 d \sin\theta,$$

dans laquelle d désigne la distance entre deux plans d'atomes consécutifs d'une même famille du cristal étudié (pratiquement toujours supérieur à 1 Å) et θ, le demi-angle du faisceau diffracté avec le faisceau incident.

Donc

$$\sin\theta \leqq \frac{0{,}08}{2}, \qquad \text{d'où} \qquad \theta \leqq \frac{4}{100}, \qquad \text{soit } 2^{\circ},5.$$

On voit donc que les phénomènes de diffraction les plus intéressants se produisent à des distances angulaires très faibles du faisceau incident. On pourra prendre pour 2θ une valeur maximum de 6°.

2. Description très sommaire d'un appareil à diffraction d'électrons.

Nous prendrons comme exemple l'appareil industriel réalisé à la Compagnie Générale de T. S. F.

La figure 1 représente une coupe schématique de cet appareil. Un filament F de tungstène en épingle à cheveux est porté à haute température grâce à

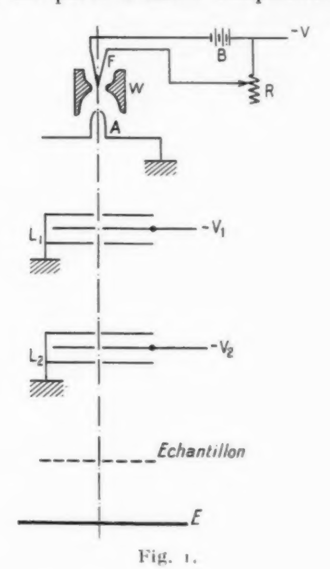


Fig. 1.

un courant de chauffage fourni par une batterie d'accumulateurs B (de façon à assurer un chauffage constant) et réglé par le rhéostat R. Ce filament est également porté à un potentiel négatif élevé pouvant varier de 20 à 60 kV par rapport à la terre et fourni par un générateur stabilisé.

Le filament est entouré d'un cylindre de Wehnelt W qui, porté à un potentiel légèrement plus négatif que le filament permet de focaliser le faisceau d'électrons sur un petit orifice de 6/100e percé dans l'anode A reliée à la terre.

A la sortie de ce générateur d'électrons, nous obtenons un faisceau légèrement divergent d'électrons monocinétiques. Ce faisceau traverse un système focalisateur à deux lentilles L_1 et L_2 qui

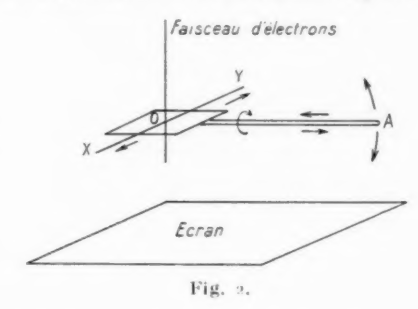


Fig. 2.

permet de former, de l'orifice de l'anode, une image très fine en un point de l'axe de l'appareil situé au delà de la lentille L_2.

Un écran fluorescent E placé perpendiculairement à ce faisceau permet d'observer les phénomènes de diffraction et une plaque sensible peut se substituer à lui pour l'enregistrement.

Entre l'écran et la lentille L_2 est situé l'objet à étudier que l'on déplacera sous le faisceau au moyen de mouvements appropriés commandés de l'extérieur (*fig.* 2) :

Deux translations perpendiculaires dans un plan parallèle à l'écran, une rotation autour d'un axe xy passant par le faisceau et parallèle à l'écran et une rotation sur elle-même de la tige OA qui porte l'objet.

3. Diffraction d'un faisceau d'électrons par un atome.

Nous allons d'abord imaginer que l'objet est un atome seul et étudier, dans ce cas, la diffusion du faisceau d'électrons.

Une partie des électrons arrivant sur l'atome subit des chocs élastiques, c'est-à-dire sans changement de l'énergie interne de la molécule : c'est ce que l'on appelle la diffusion cohérente; une autre partie est diffusée inélastiquement : c'est la diffusion incohérente, qui n'intervient pas dans les phénomènes de diffraction, mais est la cause du fond continu apparaissant sur les clichés.

Pour l'étude de la diffusion cohérente, nous supposerons que la radiation incidente est de la forme $\sin \omega t$ (amplitude prise pour unité); la radiation diffusée élastiquement sera, à la distance L de l'atome :

$$\frac{f(\theta)}{L} \sin \omega t,$$

$f(\theta)$ étant une fonction de θ à déterminer.

Le calcul fait par de nombreux auteurs et, en particulier, par M. Rouault [2] montre que

$$(1) \qquad f(\theta) = \frac{e^2 m}{2 h^2} \frac{Z - F_x(s)}{s^2}, \qquad \text{avec} \quad s = \frac{\sin \theta}{\lambda};$$

où Z est le nombre atomique et $F_x(s)$, le facteur de diffusion de l'atome considéré pour les rayons X.

Le Tableau I représente les valeurs de la fonction $F_x(s)$ et permet de calculer

$$\frac{\frac{f(\theta)}{\frac{e^2 m}{2 h^2}}}{} = F_e(s)$$

pour différentes valeurs de s et de Z.

L'amplitude de l'onde diffusée sera donc

$$A_e = \frac{1}{L} \frac{e^2 m}{2 h^2} \frac{Z - F_x(s)}{s^2}.$$

Les conséquences de ce résultat sont d'une très grande importance :

1° la théorie de la diffusion des rayons X par un atome [3] montre que, si θ augmente, $F_x(s)$ tend vers zéro : donc $f(\theta)$ décroît rapidement, puisque, d'autre part, s^2 augmente. On peut donc prévoir que l'intensité des diagrammes de diffraction électronique sera très rapidement décroissante avec l'angle;

2° l'amplitude de l'onde X diffusée par un atome est

$$A_x = \frac{1}{L} \frac{e^2}{mc^2} F_x(s) \sqrt{\frac{1 + \cos^2 2\theta}{2}},$$

si l'amplitude incidente est prise pour unité.

Si donc on établit une comparaison entre les intensités des ondes diffusées par un atome dans le cas des électrons et des rayons X, on voit que le rapport de ces intensités

$$\left(\frac{A_e}{A_x}\right)^2 = \left(\frac{e^2 m}{2 h^2}\right)^2 \left(\frac{mc^2}{e^2}\right)^2 \left(\frac{Z - F_x}{F_x}\right)^2 \frac{1}{s^4 \left(\frac{1 + \cos^2 2\theta}{2}\right)}$$

est de l'ordre de 10^6 pour des valeurs de s de l'ordre de $\frac{1}{2}$.

Pratiquement avec un tube X à radiocristallographie fonctionnant avec 40 kV, 5 mA et une anticathode de cuivre, il faut une demi-heure de pose en moyenne pour obtenir un diagramme de diffraction intense d'un corps de masse atomique moyenne. Avec un diffracteur à électrons, un débit de 10 μA avec la même tension suffit pour obtenir, en quelques secondes, le même diagramme.

Il est donc normal que les phénomènes de diffraction électronique soient visibles sur l'écran fluorescent, ce qui facilite le réglage de l'appareil et de l'objet.

3° D'autre part, une grande partie de l'énergie incidente étant diffractée, l'absorption par la matière est beaucoup plus grande pour les électrons que pour les rayons X. Ceux-ci pénètreront profondément dans la matière à étudier et donneront un résultat affectant une épaisseur assez considérable de l'échantillon; les électrons, eux, ne traverseront, comme on a pu le mesurer, que quelques couches moléculaires et permettront donc de faire l'étude des problèmes superficiels ou de lames minces.

4° Enfin, le Tableau I montre que si les électrons sont assez rapides et les angles θ pas trop faibles, $F_x(s)$ est petit devant Z; donc l'influence des couches électroniques de l'atome est faible devant

TABLEAU I. — *Facteurs de diffusion atomique.*

[D'après COMPTON et ALLISON, *X Rays in theory and experiment*, p. 781 et R. W. JAMES and G. W. BRINDLEY, *Some numerical calculations of atomic scattering factors* (*Phil. Mag.*, t. 12, 1931, p. 81, 112 et 729).]

$s = \frac{\sin\theta}{\lambda}$ (Å^{-1}).....	0.	0.1.	0.2.	0.3.	0.4.	0.5.	0.6.	0.7.	0.8.	0.9.	1,0.	1,1.
$d = \frac{\lambda}{2\sin\theta}$ (Å)........	–	5.	2,5.	1,67.	1.25.	1.	0.834.	0.714.	0.625.	0,556.	0.5.	0.455.
Z. Symboles.												
1. H............	1.0	0,81	0,48	0,25	0.13	0,07	0,04	0.03	0.02	0.01	0.00	0,00
2. He............	2,0	1,88	1,46	1,05	0,75	0,52	0,35	0,24	0,18	0,14	0,11	0,09
3. Li⁺..........	2.0	1,96	1,8	1,5	1,3	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,3
3. Li neutre.....	3,0	2,2	1,8	1,5	1,3	1,0	0,8	0,6	0,5	0,4	0,3	0,3
4. Be⁺².........	2,0	2,0	1,9	1,7	1,6	1,4	1,2	1,0	0,9	0,7	0,6	0,5
4. Be neutre....	4,0	2,9	1,9	1,7	1,6	1,4	1,2	1,0	0,9	0,7	0,6	0,5
5. B⁺³..........	2,0	2,0	1,9	1,8	1,7	1,6	1,4	1,3	1,2	1,0	0,9	0,7
5. B neutre.....	5,0	3,5	2,4	1,9	1,7	1,5	1,4	1,2	1,2	1,0	0,9	0,7
6. C.............	6,0	4,6	3,0	2,2	1,9	1,7	1,6	1,4	1,3	1,2	1,0	0,9
7. N⁺⁵..........	2,0	2,0	2,0	1,9	1,9	1,8	1,7	1,6	1,5	1,4	1,3	1.16
7. N⁺³..........	4,0	3,7	3,0	2,4	2,0	1,8	1,65	1,55	1,5	1,4	1,3	1.15
7. N neutre.....	7,0	5,8	4,2	3,0	2,3	1,9	1,65	1,55	1,5	1,4	1,3	1,15
8. O neutre.....	8,0	7,1	5,3	3,9	2,9	2,2	1,8	1,6	1,5	1,4	1,35	1,25
8. O⁻²..........	10,0	8,0	5,5	3,8	2,7	2,1	1,8	1,5	1,5	1,4	1,35	1,25
9. F⁻...........	10,0	8,7	6,7	4,8	3,5	2,8	2,2	1,9	1,7	1,55	1,5	1,35
9. F neutre.....	9,0	7,8	6,2	4,45	3,35	2,65	2,15	1,9	1,7	1,6	1,5	1,35
10 Ne...........	10,0	9,3	7,5	5,8	4,4	3,4	2,65	2,2	1,9	1,65	1,55	1,5
11. Na⁺..........	10,0	9,5	8,2	6,7	5,25	4,05	3,2	2,65	2,25	1,95	1,75	1,6
12. Mg⁺²........	10,0	9,75	8,6	7,25	6,05	4,8	3,85	3,15	2,55	2,2	2,0	1,8
12. Mg..........	12,0	10,5	8,6	7,22	6,05	4,8	3,85	3,15	2,55	2,2	2,0	1,8
13. Al⁺³........	10,0	9,7	8,9	7,8	6,65	5,5	4,45	3,65	3,1	2,65	2,3	2,0
13. Al⁺²........	11,0	10,3	9,0	7,75	6,6	5,5	4,5	3,7	3,1	2,65	2,3	2,0
13. Al⁺.........	12,0	10,9	9,0	7,75	6,6	5,5	4,5	3,7	3,1	2,65	2,3	2,0
13. Al...........	13,0	11,0	8,95	7,75	6,6	5,5	4,5	3,7	3,1	2,65	2,3	2,0
14. Si⁺⁴........	10,0	9,75	9,15	8,25	7,15	6,05	5,05	4,2	3,4	2,95	2,6	2,3
14. Si⁺²........	12,0	11,1	9,55	8,2	7,15	6,05	5,05	4,2	3,4	2,95	2,6	2,3
14. Si...........	14,0	11,35	9,4	8,2	7,15	6,1	5,1	4,2	3,4	2,95	2,6	2,3
15. P⁺⁵..........	10,0	9,8	9,25	8,45	7,5	6,55	5,65	4,8	4,05	3,4	3,0	2,6
15. P⁻³..........	18,0	12,7	9,8	8,4	7,45	6,5	5,65	4,85	4,05	3,4	3,0	2,6
15. P neutre.....	15,0	12,4	10,0	8,45	7,45	6,5	5,65	4,8	4,05	3,4	3,0	2,6
16. S⁺⁶..........	10,0	9,85	9,4	8,7	7,85	6,85	6,05	5,25	4,5	3,9	3,35	2,9
16. S⁻²..........	18,0	14,3	10,7	8,9	7,85	6,85	6	5,25	4,5	3,9	3,35	2,9
16. S neutre.....	16,0	13,6	10,7	8,95	7,85	6,85	6,0	5,25	4,5	3,9	3,35	2,9
17. Cl...........	17,0	14,6	11,3	9,25	8,05	7,25	6,5	5,75	5,05	4,4	3,85	3,35
17. Cl⁻..........	18,0	15,2	11,5	9,3	8,05	7,25	6,5	5,75	5,05	4,4	3,85	3,35
18. A............	18,0	15,9	12,6	10,4	8,7	7,8	7,0	6,2	5,4	4,7	4,1	3,6
19. K⁺...........	18,0	14,5	13,3	10,8	8,85	7,75	7,05	6,44	5,9	5,3	4,8	4,2
20. Ca⁺².........	18,0	16,8	14,0	11,5	9,3	8,1	7,35	6,7	6,2	5,7	5,1	4,6
21. Sc⁺³.........	18,0	16,7	14,0	11,4	9,4	8,3	7,6	6,9	6,4	5,8	5,35	4,75
22. Ti⁺⁴.........	18,0	17,0	14,4	11,9	9,9	8,5	7,85	7,3	6,7	6,15	5,65	5,05
22. Ti⁺².........	20,0	18,7	15,5	12,5	10,1	8,5	7,8	7,25	6,7	6,15	5,65	5,05
29. Cu⁺..........	28,0	27,0	24,0	20,7	17,3	14,0	11,3	9,4	8,0	7,3	7,0	6,7
29. Cu...........	29,0	25,8	21,4	17,8	15,2	13,2	11,7	10,2	9,1	8,1	7,3	6,7
36. Kr...........	36,0	33,0	28,0	24,2	21,2	18,9	16,7	14,4	12,3	10,6	9,2	8,3
37. Rb⁺..........	36,0	33,6	28,7	24,6	21,4	18,9	16,7	14,6	12,8	11,2	9,9	8,9
37. Rb...........	37,0	33,4	28,2	23,6	20,4	17,9	15,9	14,0	12,4	11,2	10,2	9,9
54. Xe...........	54,0	50	43	37	32	28	25	23	20	18	17	15
74. W............	74	68	61	53	47	42	37	–	–	–	–	–
80. Hg...........	80	75	66	58	50	45	41	36	33	30	28	26

celle du noyau représenté par le terme en Z. En conséquence, des éléments légers tels que l'hydrogène, pratiquement indécelables aux rayons X, pourront être détectés grâce à la diffraction des électrons. Pour l'étude des gaz par exemple dont nous parlerons plus loin, l'étude par diffraction d'électrons s'est montrée beaucoup plus efficace que celle faite par rayons X.

4. Diffraction d'un faisceau d'électrons par une rangée d'atomes.

Nous allons supposer maintenant, comme l'a fait le Professeur Finch [4], que l'atome unique est remplacé par une rangée d'atomes identiques et

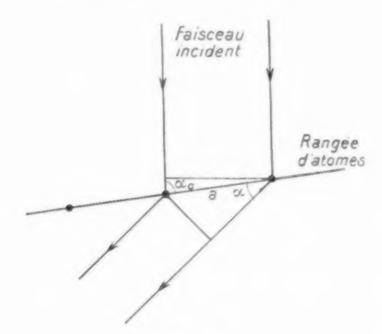


Fig. 3.

équidistants séparés par la distance a. Supposons qu'une onde vienne frapper cette rangée. La figure 3 montre que la différence de marche entre les vibrations issues de deux atomes consécutifs est $a(\cos\alpha - \cos\alpha_0)$.

En appelant α_0, l'angle du faisceau incident avec la rangée, α, l'angle du faisceau diffracté avec celle-ci, la différence de phase est donc

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}\, a(\cos\alpha - \cos\alpha_0).$$

Ces vibrations s'ajoutent, si la différence de phase est un multiple entier de 2π, c'est-à-dire si

$$(2) \qquad \boxed{a(\cos\alpha - \cos\alpha_0) = h\lambda.}$$

où h est un entier positif, négatif ou nul.

Si cette condition, que l'on peut appeler la *condition de Laue* pour le renforcement des rayons diffractés par cette rangée d'atomes, est réalisée, ces rayons sont situés sur une famille de cônes ayant pour axe la rangée et pour demi-angles au sommet les angles α, solutions de l'équation (2).

Ces cônes coupent le plan du film suivant des coniques appelées *zones de Laue* dont la nature dépend de l'inclinaison du réseau sur le faisceau direct.

L'Optique classique nous permet de calculer l'intensité de ces zones de Laue, puisque nous sommes en présence d'un réseau.

On obtient

$$I = \frac{f^2(\theta)}{L^2}\,\frac{\sin^2 h\pi M_1}{\sin^2 h\pi},$$

où M_1 désigne le nombre d'atomes de la rangée baignés par le faisceau d'électrons.

On sait également que cette fonction I de h présente des maxima et des minima définis de la façon suivante :

1° on aura $I = 0$, si $h\pi M_1$ est égal à un multiple entier positif, négatif ou nul de π, c'est-à-dire si h est multiple de $\frac{1}{M_1}$.

2° I sera maximum :

a. si h est un nombre entier (ces maxima sont appelés maxima principaux), la valeur de I est alors $\frac{f^2(\theta)}{L^2} M_1^2$, cas de la formule (2);

b. si $h\pi M_1 = \frac{\pi}{2} + h'\pi$ (h' nombre entier) (ce sont les maxima secondaires), on a alors

$$h = \frac{3}{2M_1},\quad \frac{5}{2M_1},\quad \dots,\quad 1 - \frac{3}{2M_1},\quad 1 + \frac{3}{2M_1},\quad \dots.$$

Ces maxima secondaires sont beaucoup moins

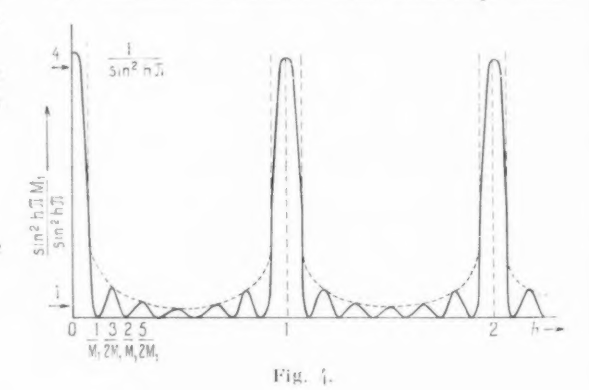


Fig. 4.

intenses que les maxima principaux, sauf dans certains cas particuliers que nous étudierons plus loin (p. 386).

Les variations de la fonction $I(h)$ sont représentées sur la figure 4.

Dans la pratique, deux cas particuliers sont intéressants : ceux où la rangée est perpendiculaire ou parallèle au faisceau d'électrons.

Premier cas. — La rangée est perpendiculaire ou presque au faisceau (*fig.* 5). Dans ce cas, les intersections des cônes de diffraction avec le plan du

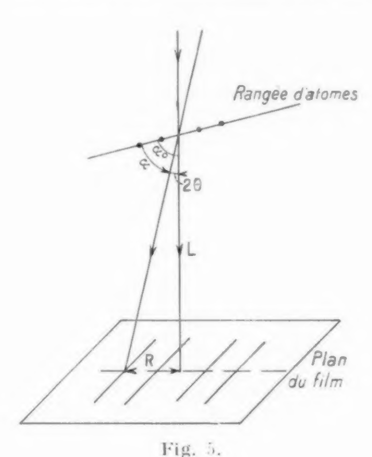


Fig. 5.

film seront des hyperboles très aplaties puisque l'angle des faisceaux diffracté et incident 2θ est faible. On obtiendra pratiquement des droites parallèles.

Calculons la distance R de l'une d'elles, correspondant à une valeur entière de h, au centre du cliché, qui est la trace sur l'écran du faisceau direct.

On a

$$R = L\,\mathrm{tg}\,2\theta \qquad \text{ou} \qquad R = 2L\theta$$

(L étant la distance de la rangée au film).

D'autre part, on a

$$2\theta = \alpha_0 - \alpha.$$

La condition de Laue (2) devient

$$a[\cos(\alpha_0 - 2\theta) - \cos\alpha_0] = h\lambda.$$

d'où

$$a(\cos\alpha_0 \cos 2\theta + \sin\alpha_0 \sin 2\theta - \cos\alpha_0) = h\lambda.$$

Or 2θ étant faible,

$$\cos 2\theta \# 1, \qquad \sin 2\theta \# 2\theta,$$

d'où

$$a \sin\alpha_0 \times 2\theta = h\lambda.$$

Si l'on remplace 2θ par $\frac{R}{L}$, on obtient

$$a \sin\alpha_0 \frac{R}{L} = h\lambda.$$

d'où

$$\boxed{R = \frac{h\lambda L}{a \sin\alpha_0}.}$$

Les zones de Laue correspondant à cette rangée perpendiculaire ou presque au faisceau direct sont donc des bandes droites parallèles, équidistantes et perpendiculaires à la rangée ; la distance entre deux zones successives est donc

$$\boxed{\frac{\lambda L}{a \sin\alpha_0}.}$$

Si $\alpha_0 = 90°$, c'est-à-dire si la rangée est exactement perpendiculaire au faisceau, l'équidistance devient

$$\frac{\lambda L}{a}$$

Calculons la largeur de cette zone de Laue.

Pour cela, on voit en examinant la figure 4 qu'il suffit de calculer les distances R_1 et R_2 au centre du cliché des minima entourant le maximum d'abscisse h et de chercher leur différence.

On a

$$R_1 = \frac{\left(h + \frac{1}{M_1}\right)\lambda L}{a \sin\alpha_0} \qquad \text{et} \qquad R_2 = \frac{\left(h - \frac{1}{M_1}\right)\lambda L}{a \sin\alpha_0},$$

d'où la largeur de la zone

$$\boxed{m = R_1 - R_2 = \frac{\lambda L}{a M_1 \sin\alpha_0},}$$

qui est inversement proportionnelle au nombre d'atomes M_1 ayant participé à la diffraction.

Deuxième cas. — La rangée d'atomes est maintenant en ligne avec le faisceau direct (*fig.* 6). Dans

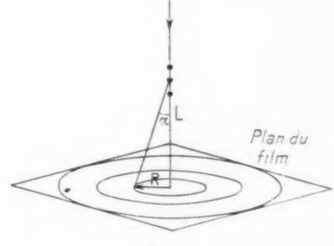


Fig. 6.

ce cas, les intersections des cônes de diffraction avec le plan du film sont des cercles. Calculons le rayon R de l'un d'eux, correspondant à une valeur entière de h.

On a

$$R = L\,\mathrm{tg}\,2\theta \qquad \text{ou} \qquad R = 2L\theta.$$

D'autre part,

$$\alpha_0 = 0, \qquad \alpha = 2\theta.$$

La condition de Laue (2) devient

$$a(\cos 2\theta - 1) = h\lambda,$$

d'où

$$\cos 2\theta - 1 = \frac{h\lambda}{a} \qquad \text{ou} \qquad 2\sin^2\theta = \frac{h\lambda}{a}.$$

Or θ est faible; donc

$$2\theta^2 = \frac{h\lambda}{a}.$$

Si l'on remplace θ par $\frac{R}{L}$,

$$\frac{2R^2}{L^2} = \frac{h\lambda}{a},$$

d'où

$$\boxed{R = L\sqrt{\frac{h\lambda}{2a}}.}$$

Les zones de Laue correspondant à cette rangée parallèle au faisceau direct sont donc des cercles dont les rayons sont proportionnels aux racines des nombres entiers.

Calculons la largeur de cette zone de Laue.

Pour cela, on voit en examinant la figure 4 qu'il suffit de calculer les rayons R_1 et R_2 des minima entourant le maximum d'abscisse h et de faire leur différence.

On a

$$R_1 = L\sqrt{\frac{\left(h + \frac{1}{M_1}\right)\lambda}{2a}} \qquad \text{et} \qquad R_2 = L\sqrt{\frac{\left(h - \frac{1}{M_1}\right)\lambda}{2a}},$$

d'où l'on tire, tous calculs faits, la largeur de la zone

$$m = R_1 - R_2 = \frac{L}{M_1}\sqrt{\frac{2\lambda}{ah}}.$$

On constate ainsi que les largeurs de ces zones décroissent lorsque h augmente, c'est-à-dire au fur et à mesure que l'on s'éloigne du centre. Elles sont aussi inversement proportionnelles au nombre d'atomes M_1 ayant participé à la diffraction.

5. Diffraction par un cristal.

Ayant étudié la diffraction d'un faisceau d'électrons par un réseau linéaire formé d'une rangée d'atomes, nous pouvons considérer le cas de la diffraction par un cristal, c'est-à-dire par un réseau à trois dimensions.

En généralisant, on peut dire que les figures de diffraction seront situées à l'intersection des trois zones de Laue définies par les trois conditions relatives aux trois directions du cristal **a**, **b**, **c**, d'équidistance a, b, c, soit

$$a(\cos\alpha - \cos\alpha_0) = h\lambda,$$
$$b(\cos\beta - \cos\beta_0) = k\lambda,$$
$$c(\cos\gamma - \cos\gamma_0) = l\lambda;$$

où h, k, l sont trois entiers; α, β, γ, les angles du faisceau diffracté avec les directions **a**, **b**, **c** et α_0, β_0, γ_0 les angles du faisceau incident avec ces mêmes directions.

Lorsque ces conditions sont réalisées, on obtient donc une figure de diffraction, dont l'intensité est

$$I = \frac{f^2(\theta)}{L^2}\,\frac{\sin^2 M_1 h\pi}{\sin^2 h\pi} \times \frac{\sin^2 M_2 k\pi}{\sin^2 k\pi} \times \frac{\sin^2 M_3 l\pi}{\sin^2 l\pi}$$

si M_1, M_2, M_3 sont les nombres d'atomes qui ont participé à la diffraction dans les trois directions **a**, **b**, **c**.

Réseau réciproque. — Pour compléter cette étude de la diffraction d'un faisceau d'électrons par un monocristal, il est bon d'introduire maintenant la notion du réseau réciproque qui sera très utile dans la suite de cet exposé et qui permet de donner, de la loi de Bragg, déjà citée, une démonstration rapide et élégante.

On définit ce réseau réciproque de la façon suivante :

Soit trois vecteurs **A**, **B**, **C**, tels que

$$\mathbf{a}.\mathbf{A} = \mathbf{b}.\mathbf{B} = \mathbf{c}.\mathbf{C} = 1$$

et

$$\mathbf{a}.\mathbf{B} = \mathbf{a}.\mathbf{C} = \mathbf{b}.\mathbf{A} = \mathbf{b}.\mathbf{C} = \mathbf{c}.\mathbf{A} = \mathbf{c}.\mathbf{B} = 0.$$

On porte ces trois vecteurs **A**, **B**, **C**, à partir d'une origine quelconque et le réseau réciproque sera construit sur ces vecteurs.

Ces relations vectorielles montrent que **A** est perpendiculaire à **b** et **c**, et que $|A| = \frac{1}{a'}$. De même pour **B** et **C**, a' désignant la projection de **a** sur **A**.

Considérons maintenant le réseau **a**, **b** et **c** et un plan réticulaire dont les indices de Miller sont h, k, l [5] (*fig.* 7).

Menons la perpendiculaire ON à ce plan; la distance ON est égale à la distance interréticulaire d_{hkl} de la famille h, k, l.

Soit **n** le vecteur unité porté par cette direction ON.

On a

$$\mathbf{a}.\mathbf{n} = h \times d_{hkl}, \qquad \mathbf{b}.\mathbf{n} = k \times d_{hkl}, \qquad \mathbf{c}.\mathbf{n} = l \times d_{hkl};$$

d'où

$$(\mathbf{a}.\mathbf{n}).\mathbf{A} = dh\,\mathbf{A}, \qquad (\mathbf{b}.\mathbf{n}).\mathbf{B} = dk\,\mathbf{B}, \qquad (\mathbf{c}.\mathbf{n}).\mathbf{C} = dl\,\mathbf{C}.$$

Donc, puisque

$$(\mathbf{a}.\mathbf{n}).\mathbf{A} + (\mathbf{b}.\mathbf{n}).\mathbf{B} + (\mathbf{c}.\mathbf{n}).\mathbf{C} = \mathbf{n},$$
$$\mathbf{n} = dh\,\mathbf{A} + dk\,\mathbf{B} + dl\,\mathbf{C}.$$

d'où

$$\frac{\mathbf{n}}{d} = h\mathbf{A} + k\mathbf{B} + l\mathbf{C}.$$

Donc, si l'on trace un vecteur sur ON de longueur $\frac{1}{d}$, il a son extrémité en un point de coordonnées h, k, l, du réseau réciproque.

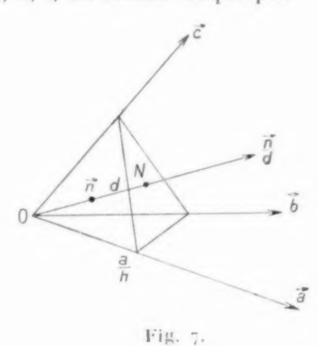


Fig. 7.

Loi de Bragg. — Écrivons maintenant les conditions de Laue en Géométrie vectorielle :

On a

$$a(\cos\alpha - \cos\alpha_0) = h\lambda,$$

qui peut s'écrire

$$\mathbf{a}.(\mathbf{s} - \mathbf{s}_0) = h\lambda;$$

où $\mathbf{s}$ et $\mathbf{s}_0$ sont des vecteurs unités parallèles respectivement aux faisceaux diffracté et incident.

De même, on obtient

$$\mathbf{b}.(\mathbf{s} - \mathbf{s}_0) = k\lambda, \qquad \mathbf{c}.(\mathbf{s} - \mathbf{s}_0) = l\lambda.$$

Or

$$\mathbf{s} - \mathbf{s}_0 = [(\mathbf{s} - \mathbf{s}_0).\mathbf{a}].\mathbf{A} + [(\mathbf{s} - \mathbf{s}_0).\mathbf{b}].\mathbf{B} + [(\mathbf{s} - \mathbf{s}_0).\mathbf{c}].\mathbf{C}.$$

D'où l'on déduit

$$\mathbf{s} - \mathbf{s}_0 = h\lambda\mathbf{A} + k\lambda\mathbf{B} + l\lambda\mathbf{C}.$$

et, puisque

$$\frac{\mathbf{n}}{d} = h\mathbf{A} + k\mathbf{B} + l\mathbf{C},$$

on obtient

(3) $$\boxed{\mathbf{s} - \mathbf{s}_0 = \frac{\lambda\mathbf{n}}{d}.}$$

La figure 8 montre que $\mathbf{s} - \mathbf{s}_0 = 2\sin\theta$.

D'où

$$2\sin\theta = \frac{\lambda}{d}.$$

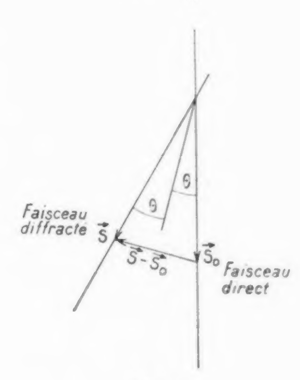


Fig. 8.

D'où

$$\boxed{\lambda = 2d\sin\theta}$$

qui est la loi de Bragg.

Sphère d'Ewald. — D'autre part, la formule (3) peut s'écrire

$$\frac{\mathbf{s} - \mathbf{s}_0}{\lambda} = \frac{\mathbf{n}}{d}$$

ou

(4) $$\frac{\mathbf{s}}{\lambda} - \frac{\mathbf{s}_0}{\lambda} = \frac{\mathbf{n}}{d}.$$

Considérons la figure 9 : si nous décrivons une sphère qui a pour centre ω, origine commune des vecteurs $\frac{\mathbf{s}}{\lambda}$ et $\frac{\mathbf{s}_0}{\lambda}$ et pour rayon $\frac{1}{\lambda}$ cette sphère passe

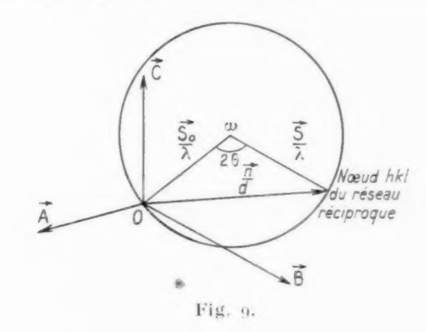


Fig. 9.

par les extrémités de ces vecteurs. Il y aura figure de diffraction lorsque la relation (4) sera vérifiée, c'est-à-dire lorsque cette sphère passera par l'extrémité du vecteur $\frac{\mathbf{n}}{d}$. Or, cette extrémité est un point

du réseau réciproque de coordonnées h, k, l; donc les faisceaux diffractés passeront par le point ω et par les points de cette sphère, appelée sphère d'Ewald, où se trouveront des points du réseau réciproque.

Pour les rayons X, ces intersections seront peu nombreuses, d'où la nécessité de faire tourner le monocristal pendant la pose.

Pour les électrons, au contraire, λ et θ étant faibles, la sphère peut être assimilée à un plan passant par O et perpendiculaire au faisceau direct $\mathbf{s}_0$. La figure de diffraction obtenue sur le film qui est parallèle à ce plan sera donc tout simplement une homothétie du plan du réseau réciproque perpendiculaire au faisceau. Nous reviendrons plus loin sur cette notion très importante.

6. **Diffraction par un corps polycristallin.**

Après cette étude de la diffraction des électrons par un monocristal, considérons un cas très important dans la pratique, celui où l'échantillon à étudier

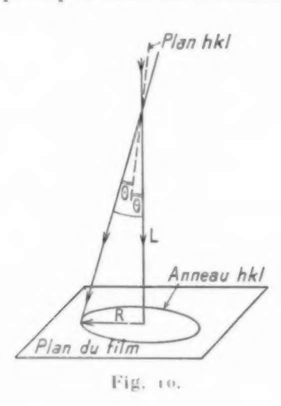


Fig. 10.

est microcristallisé, c'est-à-dire formé d'un assemblage de cristaux plus ou moins gros, mais petits par rapport à la dimension du faisceau arrivant sur l'échantillon.

Ce faisceau frappe alors à la fois plusieurs de ces cristaux et les méthodes précédentes doivent être complétées en vue de l'étude de ce cas très important.

Ces petits cristaux sont en général en complet désordre, c'est-à-dire qu'une famille de plans h, k, l peut occuper, dans l'ensemble de ces cristaux, toutes les positions possibles par rapport au faisceau. Parmi ces plans (h, k, l), il s'en trouvera un nombre assez considérable qui feront avec ce faisceau direct l'angle θ lié à la distance interréticulaire d_{hkl} et à λ par la relation de Bragg : il y aura alors diffraction suivant l'angle 2θ (*fig.* 10); mais tous ces plans h, k, l faisant l'angle θ avec le faisceau direct sont tangents à un cône ayant pour axe le faisceau et pour demi-angle au sommet θ. Donc les faisceaux diffractés par ces plans seront situés sur un cône de même axe et de demi-angle au sommet 2θ. Ces cônes coupent le plan du film suivant des cercles dont le rayon R est donné par

$$\frac{R}{L} = 2\theta.$$

Or

$$\lambda = 2d \sin\theta.$$

Comme θ est faible, on peut écrire

$$\frac{R}{L} = \frac{\lambda}{d},$$

d'où

$$(5) \qquad \boxed{R = \frac{\lambda L}{d}.}$$

On obtient un diagramme analogue à un spectre de rayons X obtenu par la méthode de Debye-Scherrer.

7. **Intensité des figures de diffraction.**

Nous avons jusqu'à présent supposé que le réseau cristallin de l'objet était simple. Dans le cas général, la maille contient plusieurs atomes différents : c'est le réseau avec base. On démontre que la position des figures de diffraction ne change pas [6] car ce réseau peut être considéré comme engendré par l'enchevêtrement d'un certain nombre de réseaux simples se déduisant les uns des autres par des translations.

Seules les intensités diffèrent.

Considérons un cristal avec base dont la maille contient n atomes. La position d'un atome A_i est repérée par ses coordonnées par rapport aux axes $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{c}$, soient $x_i\mathbf{a}$, $y_i\mathbf{b}$, $z_i\mathbf{c}$ et son facteur de diffusion atomique sera $f_i(\theta)$.

Si la relation de Bragg est vérifiée pour une famille de plans h, k, l, un angle θ_0 et une longueur d'onde λ, les ondes diffusées par tous les atomes homologues à A_i dans le cristal seront en phase et l'onde résultante aura pour amplitude $\frac{N f_i(\theta_0)}{L}$ si N est le nombre de mailles contenues dans la portion de cristal baignée par le faisceau. Mais entre cette onde et l'onde résultante correspondant à une autre série d'atomes homologues de la maille, on aura une différence de phase.

Le calcul montre que l'onde diffractée par A_i et ses N homologues est [7] :

$$\frac{N f_i}{L} e^{-2\pi j(hx_i + ky_i + lz_i)}, \qquad \text{où} \quad j = \sqrt{-1}.$$

donc l'onde diffractée par le cristal sera la somme de ces ondes correspondant aux n atomes de la maille A_1 A_2, ..., A_n.

Donc

$$\frac{N}{L}\sum_1^n f_i e^{-2\pi j(hx_i+ky_i+lz_i)} = \frac{N}{L} F_{hkl}.$$

F_{hkl} s'appelle facteur de structure pour la réflexion d'indices h, k, l.

On a

$$F_{hkl} = \sum_1^n f_i e^{-2\pi j(hx_i+ky_i+lz_i)},$$

ou encore

$$F_{hkl} = \sum_1^n f_i \cos 2\pi(hx_i+ky_i+lz_i) + j\sum_1^n f_i \sin 2\pi(hx_i+ky_i+lz_i).$$

L'intensité d'un faisceau diffracté par les plans h, k, l sera proportionnelle à F^2_{hkl}, c'est-à-dire à

$$\left[\sum_1^n f_i \cos 2\pi(hx_i+ky_i+lz_i)\right]^2 + \left[\sum_1^n f_i \sin 2\pi(hx_i+ky_i+lz_i)\right]^2.$$

Exemple d'application de ce calcul. — Considérons le cas du réseau cubique à faces centrées dans lequel les sommets et les milieux de chaque face du cube sont occupés par des atomes identiques (*fig.* 11).

Les coordonnées des quatre atomes de la maille sont

$$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{matrix}$$

On a donc

$$F^2_{hkl} = f^2\left[\cos 2\pi(0) + \cos 2\pi\left(\frac{h+k}{2}\right) + \cos 2\pi\left(\frac{k+l}{2}\right) + \cos 2\pi\left(\frac{l+h}{2}\right)\right]^2 + f^2\left[\sin(0) + \sin 2\pi\left(\frac{h+k}{2}\right) + \sin 2\pi\left(\frac{k+l}{2}\right) + \sin 2\pi\left(\frac{l+h}{2}\right)\right]^2,$$

où f désigne le facteur de diffusion atomique d'un des atomes, les termes en sinus sont tous nuls quels que soient h, k et l.

Pour les termes en cosinus, si h, k et l sont tous pairs ou tous impairs, chaque cosinus est égal à 1, donc

$$F^2_{hkl} = 16 f^2.$$

quand h, k, l sont de parité mixte, la somme des termes en cosinus est nulle, donc $F^2_{hkl} = 0$.

On voit la très grande importance de ce facteur de structure qui peut différencier complètement les

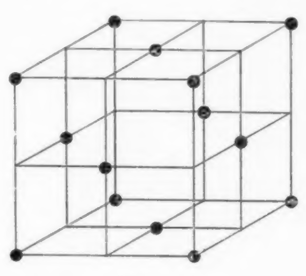


Fig. 11.

diagrammes de deux corps appartenant cependant au même système cristallin et permet de les distinguer.

B. — MÉTHODES EXPÉRIMENTALES.

Connaissant l'aspect et l'intensité des figures de diffraction obtenues lorsqu'un faisceau d'électrons vient frapper un corps cristallisé, nous allons voir maintenant quels sont les procédés pratiques qui nous permettent d'obtenir ces figures dans les meilleures conditions possibles d'interprétation.

1. Mesure des constantes de l'appareil.

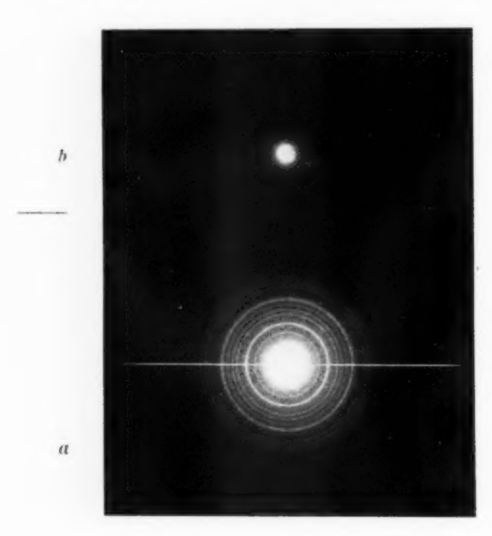
Une remarque importante est à faire dès le début de ce Chapitre : les formules fondamentales établies dans l'étude théorique qui précède contiennent toujours le produit λL de la longueur d'onde λ de la radiation par la distance L de l'échantillon au film. Il est donc nécessaire avant tout de connaître ce produit avec précision.

Pour cela, deux méthodes peuvent être utilisées :

1.1. Méthode de l'échantillon de référence. — Elle consiste à placer à la même distance du film que l'échantillon à étudier un corps dont la structure cristalline est connue. On enregistre

d'abord sur le film le diagramme du corps inconnu, puis on déplace ce film pour enregistrer ensuite le diagramme du corps connu.

La figure 12 représente ainsi le diagramme du carbonate de calcium accompagné du spectre de référence de l'oxyde de zinc. Il suffit de mesurer les rayons R_1, R_2, ..., R_n des anneaux de ce spectre. Si d_1, d_2, d_3, ..., d_n sont les distances interréticulaires des familles de plans correspondant à ces anneaux, on a, d'après la formule (5) :



a, diagramme de carbonate de calcium ;
b, diagramme de l'oxyde de zinc.

Fig. 12.

$$R_1 = \frac{\lambda L}{d_1},$$

$$R_2 = \frac{\lambda L}{d_2},$$

$$R_3 = \frac{\lambda L}{d_3},$$

. . . .

$$R_n = \frac{\lambda L}{d_n}.$$

De ces n équations, on peut déduire des valeurs du produit λL qui doivent être très voisines. On peut atteindre, avec ce procédé, une précision de l'ordre de 2.10^{-3} : c'est un véritable étalonnage du film en distances interréticulaires. Une méthode analogue de mesure d'une haute tension a été préconisée par J. J. Trillat [8].

1.2. Méthode dite du balayage. — Deux plaques planes parallèles et symétriques par rapport au faisceau ont été disposées dans l'appareil à diffraction entre le système focalisateur et l'objet. Une différence de potentiel sinusoïdale à 600 périodes

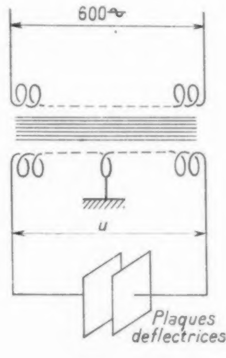


Fig. 13.

bien stabilisée en amplitude est appliquée à ces deux plaques de façon symétrique par rapport à la terre (*fig.* 13) pendant un temps de l'ordre de $1/50^{e}$ de seconde. De cette façon, en l'absence d'échantillon devant le faisceau, celui-ci décrit une droite dont la longueur permet de déterminer la tension d'accélération des électrons connaissant la tension de déflection.

On a en effet

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{2} \frac{u}{E'} \frac{l}{d},$$

α étant le demi-angle de déflection (*fig.* 14);

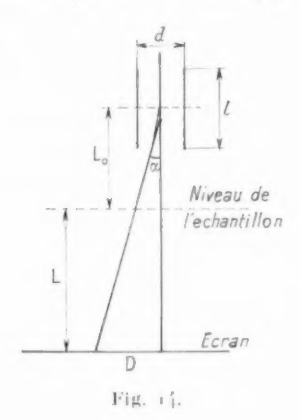


Fig. 14.

u, la différence de potentiel de crête appliquée aux plaques;
E', la tension accélératrice, compte tenu de la relativité;
l, la longueur des plaques déflectrices;
d, leur distance.

On voit que, par ce procédé, on peut déterminer la valeur de E', donc la longueur d'onde associée au faisceau

$$\lambda = \sqrt{\frac{150}{E'}}.$$

On peut encore écrire

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{D}{L + L_0},$$

D étant la demi-longueur de balayage;
L, la distance échantillon film;
L_0, la distance entre le centre des plaques déflectrices et l'objet (*fig.* 14).

On a donc

$$\frac{D}{L + L_0} = \frac{1}{2}\frac{u}{E'}\frac{l}{d},$$

ou encore

$$(6) \qquad \frac{D}{L + L_0} = \frac{1}{2}\frac{u\lambda^2}{150}\frac{l}{d}.$$

Précision de la méthode. — D sera mesurée sur le cliché avec une précision de l'ordre de 1/200e seulement à cause de la présence des deux demi-cercles qui terminent le trait de balayage et dont la mesure est assez délicate.

u sera évaluée par une lecture à 1/200e sur un voltmètre alternatif dont les indications u' sont proportionnelles à la tension de crête.

On posera

$$K = \frac{300\,d}{l(L + L_0)K'},$$

où K' est un facteur de proportionnalité tenant compte de la sensibilité du voltmètre et des aberrations du système déflecteur.

Ce rapport K dont la valeur dépend uniquement de la conception de l'appareil sera déterminé par un étalonnage préalable effectué avec le diagramme d'un corps connu dont la distance au film aura été soigneusement repérée. On atteint facilement

$$\frac{\Delta K}{K} = \frac{1}{100}.$$

On pourra alors écrire, d'après la formule (6),

$$(7) \qquad \lambda = \sqrt{\frac{KD}{u'}},$$

d'où l'on peut déduire l'erreur relative commise sur λ :

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{2}\frac{\Delta D}{D} + \frac{1}{2}\frac{\Delta u}{u} + \frac{1}{2}\frac{\Delta K}{K},$$

d'où

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{400} + \frac{1}{400} + \frac{1}{200}$$

ou

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{100} \quad \text{ou} \quad 10.10^{-3}.$$

La précision est moins bonne que celle obtenue avec un échantillon de référence; de plus, on doit tenir compte de l'erreur commise sur L qu'il faut mesurer avec une règle graduée par exemple. Nous verrons cependant qu'il y a des cas où cette erreur sur L devient prépondérante et où l'on peut donc appliquer cette méthode du balayage pour obtenir un ordre de grandeur du produit λL.

L'avantage de cette méthode est la simplicité de mise en œuvre puisqu'elle ne nécessite aucun réglage; l'appareil que nous utilisons a été conçu de telle sorte qu'une simple action sur un commutateur permet, après l'escamotage de l'échantillon, l'enregistrement automatique du balayage avec un temps de pose déterminé une fois pour toutes. La figure 15 représente un cliché d'oxyde tungstique accompagné du trait de balayage.

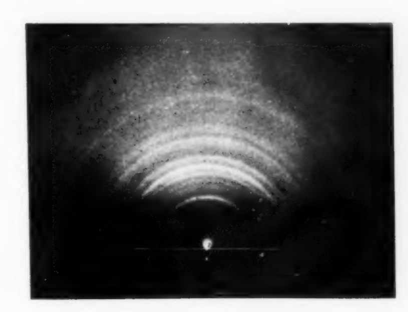


Fig. 15.

Méthode pratique pour le calcul de λ. — La détermination de λ au moyen de l'équation (7) est facilitée en utilisant les logarithmes; on a, en effet,

$$\log\lambda = \frac{1}{2}\log K + \frac{1}{2}\log D - \frac{1}{2}\log u'.$$

On construira sur du papier logarithmique des axes rectangulaires d'abscisse u' et d'ordonnée y, donnée par

$$\log y = \frac{1}{2}\log K - \frac{1}{2}\log u'.$$

Sur ce graphique, on tracera une droite de pente $-\frac{1}{2}$ et ayant pour ordonnée à l'origine la valeur $\frac{1}{2}\log K$ (*fig.* 16).

Ensuite sur une règle de papier, on choisira une

origine O et à partir de celle-ci on portera avec la même échelle logarithmique que y, un vecteur $\overrightarrow{O\Lambda}$ de longueur $\frac{1}{2}\log D$. Enfin, il suffira de déplacer

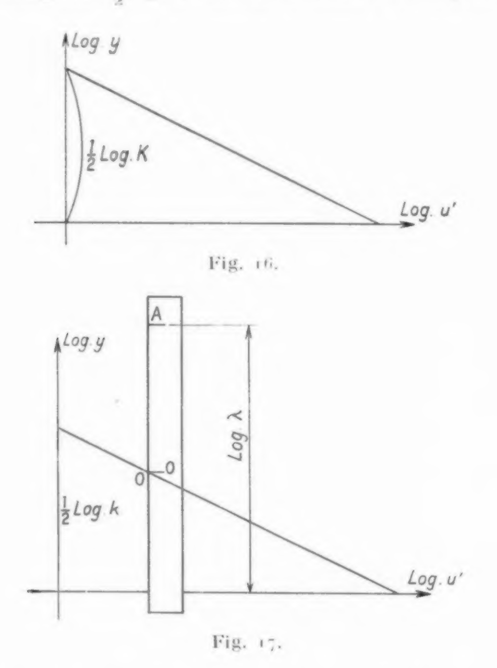


Fig. 16.

Fig. 17.

cette règle parallèlement à l'axe y de façon que l'origine décrive la droite tracée et que le vecteur $\overrightarrow{O\Lambda}$ soit du même sens que l'axe y; lorsque l'intersection du bord de la règle avec l'axe u' indiquera une abscisse égale à la valeur lue sur le voltmètre, l'ordonnée du point Λ donnera la valeur de $\log \lambda$ (*fig.* 17).

Il suffit, si l'on change en K_1 la valeur du rapport K par une modification de l'appareil de tracer une droite parallèle à la première dont l'ordonnée à l'origine sera $\frac{1}{2}\log K_1$.

La présence du trait de balayage permet également de mieux définir le centre du diagramme qu'il est quelquefois difficile de déterminer (diagrammes par réflexion en particulier).

Suivant les dimensions et la forme de l'échantillon à étudier, deux méthodes peuvent être utilisées pour son étude.

2. Méthode par transmission.

Comme son nom l'indique, cette méthode consiste à faire traverser l'échantillon par le faisceau d'électrons; comme nous avons vu que la pénétration de ceux-ci est extrêmement faible, cette méthode ne pourra s'appliquer qu'à des films très minces, ce qui limite son application. Par contre, l'interprétation des résultats est aisée et précise.

Il est nécessaire, pour utiliser cette méthode, de régler le système focalisateur de l'appareil de façon à former une image de très petites dimensions de la source d'électrons sur le plan de l'écran fluorescent. Ceci permet de diminuer dans de très grandes proportions, la largeur des figures de diffraction, donc d'augmenter la précision des mesures faites sur celles-ci. La figure 18 montre la disposition de l'objet et la marche du faisceau d'électrons.

On aura intérêt d'autre part, pour mesurer le produit λL, à utiliser un échantillon de référence examiné également par transmission. Les deux objets seront placés sur un même plan parallèle à l'écran et une simple translation permettra de passer de l'un à l'autre.

2.1. Étude des monocristaux. — *a. Aspect des diagrammes.* — Considérons un monocristal de très faible épaisseur (de l'ordre d'une centaine d'angstrœms) : par exemple une feuille de mica obtenue par clivage. Disposons-le de façon que ses grandes dimensions soient dans un plan perpendiculaire au faisceau direct.

Considérons une rangée d'atomes d'équidistance a et située dans ce plan. A cette rangée, correspondront des zones de Laue droites, parallèles et distantes

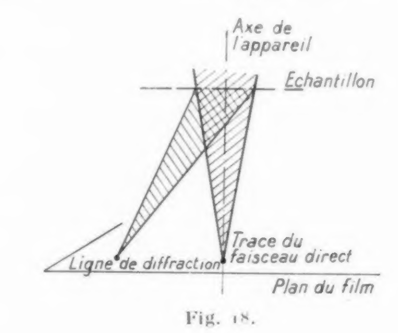


Fig. 18.

de $\frac{\lambda L}{a}$. De même, à une rangée d'atomes d'équidistance b perpendiculaire à la première et toujours dans le même plan, correspondront des zones de Laue droites, parallèles, distantes de $\frac{\lambda L}{b}$ et perpendiculaires aux premières.

Les largeurs de ces zones, égales respectivement à $\frac{2\lambda L}{M_1 a}$ et $\frac{2\lambda L}{M_2 b}$, seront très faibles car, dans les rangées considérées, les nombres M_1 et M_2 d'atomes

ayant participé à la diffraction sont très grands : la largeur du faisceau direct au niveau de l'échan-

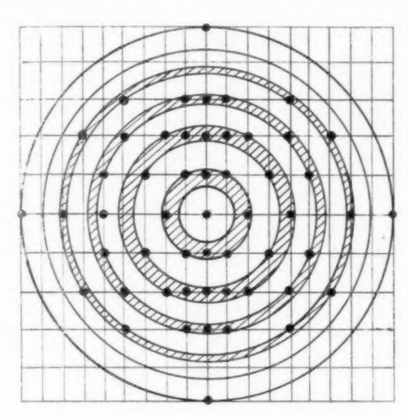


Fig. 19.

tillon est de l'ordre de quelques dixièmes de millimètre et la distance des atomes, de l'ordre de quelques angstrœms. On dit qu'alors les conditions de Laue sont serrées.

Enfin, aux rangées d'atomes parallèles au faisceau direct correspondront des zones de Laue circulaires de rayons : $R = L\sqrt{\frac{2h\lambda}{a}}$ et de largeur $\frac{L}{M_3}\sqrt{\frac{2\lambda}{ah}}$; or, dans cette direction, le nombre M_3 d'atomes ayant participé à la diffraction est relativement faible puisque l'épaisseur du cristal est très petite, donc les zones seront larges : la condition de Laue est lâche.

La figure 19 représente l'ensemble de ces zones de Laue droites ou circulaires. Les figures de diffrac-

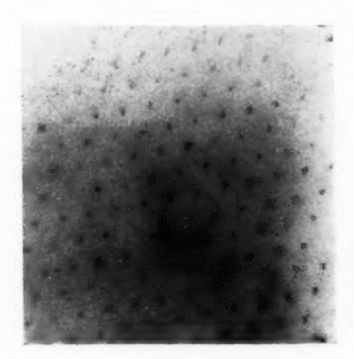


Fig. 20.

tion vont se trouver dans les régions où les trois zones de Laue se coupent, c'est-à-dire pour lesquelles les trois conditions de Laue sont satisfaites. Tout se passe dans le cas d'une lame très mince comme si la diffraction était obtenue à partir d'un réseau à deux dimensions. La figure 20 représente le diagramme obtenu avec une feuille de mica finement clivée.

Si l'épaisseur du cristal augmente, la condition de Laue relative à cette dimension se resserre; donc certaines taches disparaissent; pour des épaisseurs plus grandes encore, les taches deviennent très rares et font place à des phénomènes de diffusion secondaire dont nous parlerons plus loin.

b. Mesures. — Nous avons vu plus haut (A, § 5) que le diagramme obtenu sur l'écran était une figure homothétique du plan du réseau réciproque perpendiculaire au faisceau direct. Le rapport d'homothétie est le produit λL puisque la distance d'une tache au centre du cliché est donnée par $R = \frac{\lambda L}{d}$

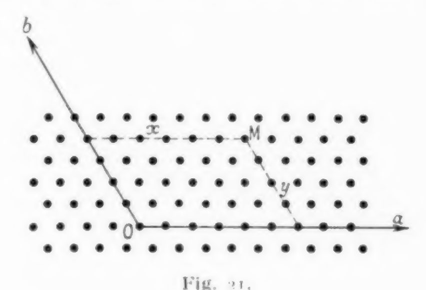


Fig. 21.

et que le point correspondant du réseau réciproque est distant de l'origine de $\frac{1}{d}$.

Le dépouillement du cliché sera donc facile : la position des taches nous indiquera d'abord l'orientation des axes **a** et **b** (*fig.* 21). Si x et y sont les coordonnées d'une tache par rapport à ces axes, on aura

$$x = \frac{h\lambda L}{a}, \qquad y = \frac{k\lambda L}{b};$$

h et k, nombres entiers;
a et b, équidistances des atomes le long des axes **a** et **b**.

La distance entre deux taches successives de même abscisse sera $\frac{\lambda L}{b}$ et la distance entre deux taches successives de même ordonnée, $\frac{\lambda L}{a}$, on peut donc facilement déterminer a, b, puis h et k.

2.2. Étude des corps polycristallins. — La méthode par transmission peut s'appliquer à une

couche polycristalline déposée par un moyen quelconque sur un support facilement soluble ou sur un liquide. Le film une fois isolé est recueilli sur une grille et traversé perpendiculairement par le faisceau. Elle s'applique également aux fumées recueillies sur grille, aux poudres que l'on peut disperser sur une pellicule très mince et dont on veut connaître l'état de surface des grains.

On obtiendra alors une figure de diffraction analogue à un diagramme Debye-Scherrer par rayons X et la mesure des diamètres des anneaux nous donnera, par la relation $R = \frac{\lambda L}{d}$, les distances interréticulaires des plans qui ont donné naissance à ces anneaux (*fig.* 10 et 12).

2.3. Étude de la précision. — Il est intéressant de comparer les précisions obtenues dans les mesures de d avec un diagramme X et un diagramme de diffraction électronique.

Reprenons la formule

$$R = \frac{\lambda L}{d}.$$

Nous avons vu que l'on peut déterminer, grâce à la méthode de l'échantillon de référence, le produit λL avec une précision de l'ordre de 2.10^{-3}.

D'autre part, le diamètre $2R$ de l'anneau peut être mesuré dans le cas d'un corps donnant des anneaux fins (dimensions des cristaux de l'ordre de quelques centaines d'angstrœms) en commettant une erreur absolue de l'ordre de 1/20e de millimètre (cette erreur peut être abaissée à 1/100e de millimètre, lorsque le diagramme supporte l'examen au microscope optique, grâce à l'intensité de ses raies).

Supposons

$$L = 300 \text{ mm}. \qquad \lambda = 0{,}06 \text{ Å}. \qquad d = 3 \text{ Å}.$$

On a

$$R = 6 \text{ mm}.$$

Or

$$\frac{\Delta d}{d} = \frac{\Delta(\lambda L)}{\lambda L} + \frac{\Delta R}{R},$$

d'où, pour une erreur de pointé de 1/20e de millimètre sur le diamètre :

$$\frac{\Delta d}{d} = \frac{2}{10^3} + \frac{\frac{1}{20}}{12}, \qquad \text{d'où} \qquad \frac{\Delta d}{d} \# 6.10^{-3}.$$

et, pour une erreur de pointé de 1/100e de millimètre sur le diamètre :

$$\frac{\Delta d}{d} \# 3.10^{-3}.$$

On voit que l'on peut obtenir une précision comparable à celle d'un diagramme X pour la détermination de *d*.

Ce résultat peut s'expliquer par les considérations suivantes : d'une part, la faible valeur de la longueur d'onde diminue la précision de la mesure de $2R$, puisque les raies sont plus près du centre. Par contre, leur finesse, pour des cristaux de mêmes dimensions est beaucoup moins grande pour les rayons X que pour les électrons, que l'on peut focaliser en un point de très petites dimensions sur le plan du film : la précision sur la mesure de $2R$ en sera augmentée. Finalement, celle-ci reste du même ordre que dans un diagramme Debye-Scherrer de rayons X.

3. **Méthode par réflexion.**

Nous avons vu que le champ d'application de la méthode par transmission était assez réduit du fait de l'épaisseur que doivent avoir les échantillons.

La méthode dite *par réflexion*, au contraire, peut s'appliquer à des objets massifs dont les dimensions, qui peuvent atteindre plusieurs centimètres, ne sont limitées que par celles de l'orifice à travers lequel on les introduit dans l'appareil.

Il suffit simplement que cet objet présente une surface à peu près plane de 0,5 cm² environ. Le faisceau vient frapper cette surface sur une incidence très faible, inférieure au degré, puisque l'angle de diffraction θ doit être faible.

Il est à noter que l'on peut également, par cette méthode, étudier la surface des grains d'une poudre en agglomérant celle-ci à sec sous pression pour en faire une pastille de quelques millimètres d'épaisseur.

3.1. Réglage de la distance échantillon-film et précision des mesures. — La figure 22 montre la position de l'objet dans l'appareil; on voit que la distance échantillon-film est mal définie du fait que le faisceau frappe l'échantillon en des points dont les distances au film peuvent différer de 10 mm, ce qui entraîne une erreur assez considérable dans l'évaluation du produit λL, donc dans l'interprétation.

Pour remédier à cet inconvénient, il faut, quand cela ne risque pas de l'altérer, déposer sur la surface à étudier, une couche très mince d'un corps connu (par exemple, du graphite colloïdal en suspension dans l'eau), de façon que son spectre se superpose à celui que l'on veut analyser. On peut encore disposer sur le même plan que l'échantillon une surface connue et enregistrer à côté l'un de l'autre sur le même cliché les deux diagrammes. La pré-

cision des mesures reste correcte, à condition que l'axe du faisceau vienne bien frapper les deux échantillons à la même distance du film.

Enfin, lorsque aucun de ces deux procédés ne peut

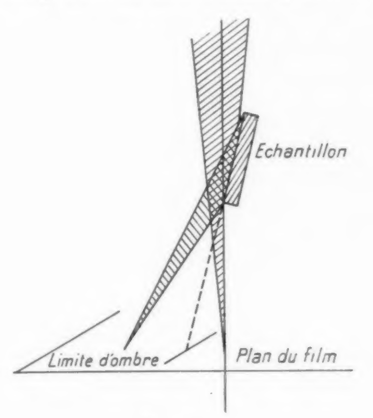


Fig. 22.

être appliqué, il n'est pas nécessaire d'utiliser la méthode de l'échantillon de référence puisque sa distance au film ne peut être comparée exactement à celle du corps inconnu. La précision qu'on obtiendrait sur la mesure de λ serait surabondante, puisque L n'est connue qu'à quelques millimètres près. On peut se contenter alors d'utiliser la méthode du balayage, dont la précision est suffisante. Nous verrons dans la dernière partie (Chap. C) comment on procède dans ce cas à l'analyse du diagramme.

3.2. Charges prises par les échantillons. — La surface de l'échantillon au contact du faisceau est beaucoup plus grande dans le cas de la réflexion

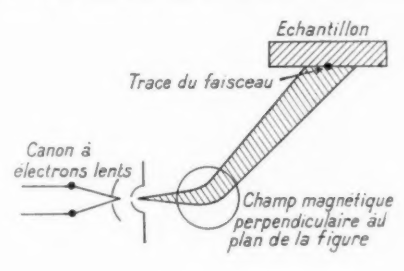


Fig. 23.

que dans le cas de la transmission. Si cette surface est isolante, elle se chargera, ce qui entraînera une déviation du faisceau et la perturbation du diagramme.

Nous avons, à la suite de nombreux auteurs, utilisé un canon à électrons lents qui, dirigé sur l'échantillon dans une direction perpendiculaire à celle du faisceau direct, ionise les gaz résiduels de l'appareil et permet l'évacuation des charges de la surface [9].

Un inconvénient de ce procédé réside dans le fait que l'évaporation du filament de tungstène, servant de source d'électrons, provoque un dépôt sur la surface à étudier, dépôt qui masque progressivement le diagramme.

On a pu remédier à ce défaut de la façon suivante : le faisceau d'électrons lents est dévié sur l'échantillon par un champ magnétique. Il est alors facile de recueillir les ions de tungstène dans un puits, le champ magnétique n'ayant pas une influence sensible sur leurs trajectoires. La surface à étudier n'est donc plus souillée. La figure 23 représente une coupe de l'appareil perpendiculaire au faisceau au niveau de l'échantillon et montre la disposition de ce *tromblon* à électrons.

3.3. Influence de la surface étudiée. — Considérons maintenant l'influence de la géométrie de la surface de l'échantillon sur l'aspect des diagrammes :

a. La surface est rugueuse, c'est-à-dire qu'elle est formée de pics pointus et fins (surface passée au papier émeri ou brute de tour, ou surface d'une poudre agglomérée).

On est alors ramené à un diagramme de transmission à travers ces pics. On reconnaît facilement ces diagrammes dits de *fausse réflexion* par le fait que les figures de diffraction ont le même aspect que celles obtenues par transmission (*fig.* 24 et 25).

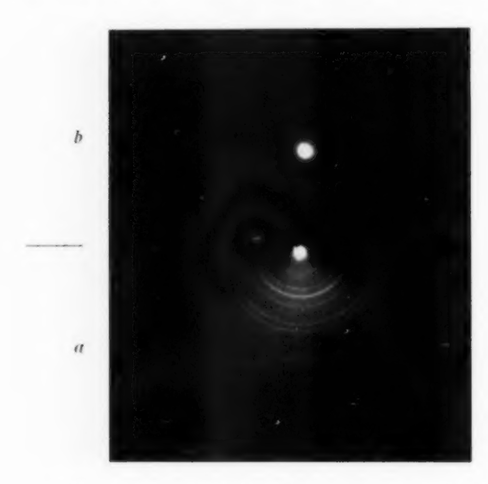
Cependant, seule une moitié du diagramme apparaît, l'autre moitié étant masquée par l'échantillon. Le dépouillement est identique à celui des diagrammes par transmission, aussi bien pour les monocristaux que les corps microcristallisés.

b. La surface est lisse à l'échelle atomique (par exemple plan de clivage d'un cristal).

Dans ce cas, les zones de Laue correspondant aux rangées d'atomes perpendiculaires au faisceau et parallèles à la face examinée seront des bandes droites, fines et perpendiculaires à la surface de l'échantillon car, dans ces rangées, le nombre d'atomes qui participent à la diffraction est grand. Aux rangées d'atomes perpendiculaires au faisceau et à la surface correspondent, au contraire, des zones de Laue droites, larges et parallèles à la surface, puisque le nombre d'atomes participant à la diffraction est très faible, vu la pénétration des électrons et l'incidence du faisceau. Enfin, aux

rangées parallèles ou presque au faisceau correspondent des zones de Laue circulaires assez larges, puisque, dans cette direction également, la pénétration est faible.

Les figures de diffraction vont se trouver dans les régions où les trois zones de Laue se coupent, c'est-à-dire pour lesquelles les trois conditions de



a, diagramme de Fe^3O^4 ; *b*, diagramme d'oxyde de zinc.
Fig. 24.



Fig. 25. — Diagramme d'un monocristal de quartz.

Laue sont satisfaites (*fig.* 26). Ces diagrammes de *vraie réflexion* se caractérisent donc par un ensemble de taches allongées, dans la direction perpendiculaire à la surface, d'une quantité qui permet de calculer la profondeur à laquelle ont pénétré les électrons.

Pratiquement, on se trouve souvent en présence d'une surface faiblement ondulée qui correspond à un cas intermédiaire (par exemple après polissage électrolytique de l'échantillon [10]). Les diagrammes obtenus sont analogues à ceux de vraie réflexion.

Il est difficile de déterminer la limite entre les deux cas extrêmes, car dès que les aspérités ne sont plus transparentes aux électrons sur une profondeur suffisamment grande, le nombre d'atomes partici-

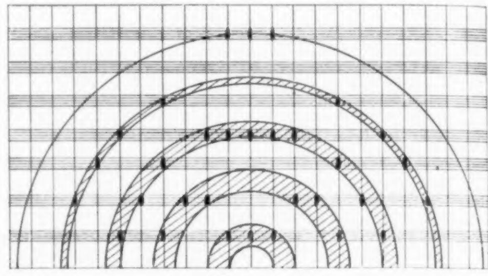


Fig. 26.

pant à la diffraction diminue dans la direction perpendiculaire à la surface et les zones de Laue correspondantes s'élargissent.

La figure 27 représente, par exemple, le diagramme obtenu sur le plan 100 d'un cristal de ClNa sur lequel on remarque l'allongement des taches perpendiculairement à l'échantillon.

3.4. Étude particulière des monocristaux. Réfraction. Potentiel interne. — Dans le cas d'une surface rugueuse, nous avons vu que l'interprétation n'offrait pas de difficulté particulière.

En revanche, dans le cas de la vraie réflexion, un autre phénomène vient compliquer l'étude des diagrammes : lorsque le faisceau franchit la surface sous une incidence faible, la réfraction qu'il subit

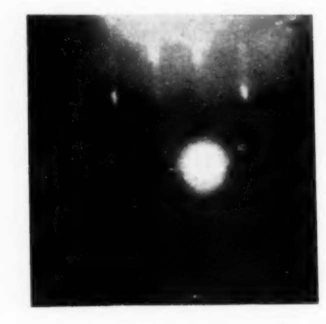


Fig. 27.

du fait du potentiel interne du cristal, devient très importante et il s'ensuit un déplacement des taches de diffraction dans la direction perpendiculaire à la surface de l'échantillon.

Ce fait permet lorsque le cristal a une structure déterminée de calculer son potentiel interne V_0.

Soit λ' la longueur d'onde à l'intérieur de l'échantillon :

$$\lambda' = \frac{h}{\sqrt{2me(E + V_0)}}.$$

A l'extérieur, nous aurons

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meE}} \qquad (\textit{voir} \text{ Partie A, § I}).$$

L'indice de réfraction est donc

$$(8) \qquad \mu = \frac{\lambda}{\lambda'} = \left(1 + \frac{V_0}{E}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Les angles θ' et θ, que fait le faisceau avec la surface de l'échantillon à l'intérieur et à l'extérieur du cristal respectivement, sont liés par la relation

$$\frac{\cos\theta}{\cos\theta'} = \mu \quad (\textit{fig. } 28),$$

qui, combinée à la loi de Bragg et à la formule (8) donne, tous calculs faits

$$(9) \qquad V_0 = -E\sin^2\theta + \frac{150h^2}{4a^2},$$

où a est l'équidistance dans la direction du cristal perpendiculaire à la surface et h, l'ordre de diffraction. Cette relation permet de calculer V_0 connaissant a et h. Cependant, étant donné le déplacement important des taches, il est difficile de leur affecter un indice.

Pour éliminer cette difficulté, on peut procéder de la façon suivante : la distance réelle R d'une zone de Laue, parallèle à la surface, au centre du cliché est exprimée en fonction de R_0, distance au centre de la même zone, s'il n'y avait pas de réfraction.

L'équation (8) donne

$$\sin^2\theta = -\frac{V_0}{E} + \frac{h^2\lambda^2}{4a^2}.$$

Or

$$\sin\theta = \frac{R}{2L} \qquad \text{et} \qquad \lambda = \sqrt{\frac{150}{E}};$$

d'où

$$R^2 = \lambda^2 L^2\left(\frac{h^2}{a^2} - \frac{4V_0}{150}\right)$$

ou

$$R^2 = h^2 R_0^2 - \frac{4\lambda^2 L^2 V_0}{150}.$$

On construira ensuite sur un graphique les droites $R^2 = f(V_0)$ pour différentes valeurs entières de h (*fig.* 29).

On marquera, d'autre part, sur une règle en papier, avec la même échelle que l'axe R^2 du graphique, les valeurs expérimentales trouvées pour R^2. Enfin, on déplacera la règle en papier sur le faisceau des droites de façon que son origine se déplace le long de l'axe V_0 et qu'elle reste parallèle à l'axe R^2. Les intersections du bord de la règle avec les droites

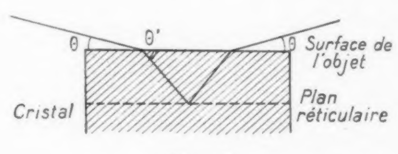


Fig. 28.

donneront les valeurs de h à affecter aux zones de Laue parallèles à la surface, déplacées par la réfraction et l'intersection avec l'axe V_0 donnera la valeur du potentiel interne du cristal.

Pour les zones de Laue perpendiculaires à la surface, le dépouillement se fera par la méthode déjà indiquée pour la transmission.

On voit donc que non seulement l'identification des taches peut être menée à bien, mais qu'en même temps la diffraction des électrons permet de déterminer le potentiel interne d'un cristal.

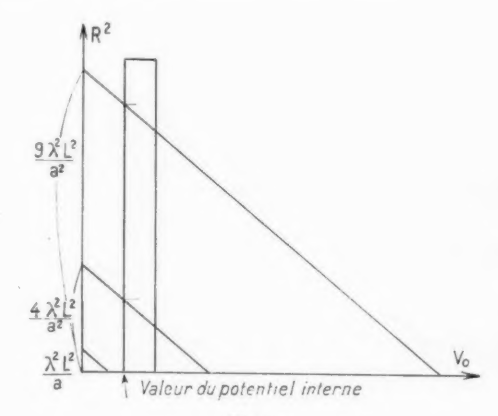


Fig. 29.

3.5. Étude d'un corps microcristallisé, focalisation des diagrammes. — Quand on examine un échantillon polycristallin par diffraction d'électrons, on focalise généralement le faisceau d'électrons dans le plan du film : ce réglage donne des raies de diffraction fines quand le faisceau est normal au plan de l'échantillon; s'il ne l'est pas, par exemple dans l'étude par réflexion, la focalisation des raies n'a plus lieu dans le plan du film; nous allons

montrer comment on peut y remédier en faisant varier la convergence du faisceau.

Soit E l'échantillon et OZ l'axe de révolution du faisceau d'électrons qui coupe cet échantillon en O (*fig.* 30). α est l'angle de OZ avec E. ω_0 est le demi-angle d'ouverture du faisceau. D' est la distance **OA** de l'échantillon au point de focalisation A, l'axe OZ est orienté positivement dans la direction de propagation des électrons et l'on trace, dans un plan perpendiculaire à l'échantillon, un axe OX tel qu'une rotation de $+\frac{\pi}{2}$ de OZ l'amène en coïncidence avec OX. Considérons le plan P perpendiculaire à OZ à la distance z de O. Soit N la trace de OZ sur ce plan.

Si nous décomposons le faisceau en une série de faisceaux de plus petites dimensions, chacun de ces *rayons* électroniques se diffractera pour donner un cône de demi-angle 2θ ayant pour axe le rayon incident et pour sommet le point où ce rayon a coupé la surface de l'échantillon.

Nous ne considérerons d'abord que les cônes issus de points situés dans le plan de la figure 30 (plan contenant l'axe OZ et perpendiculaire au plan de l'échantillon). Soit NQ et NM′ les rayons des anneaux de diffraction correspondant aux cônes de sommets O et M (AM étant un rayon faisant l'angle ω avec le rayon central). Appelons R_0 la distance **NQ** R la distance **NM**′, et ΔR la distance **QM**′.

Comme θ et ω_0 sont petits et $|\alpha| > |\omega|$, on a

$$(10) \qquad \Delta R = -\frac{2\theta\omega D'}{\operatorname{tg}\alpha - \omega} + \omega(D' - z).$$

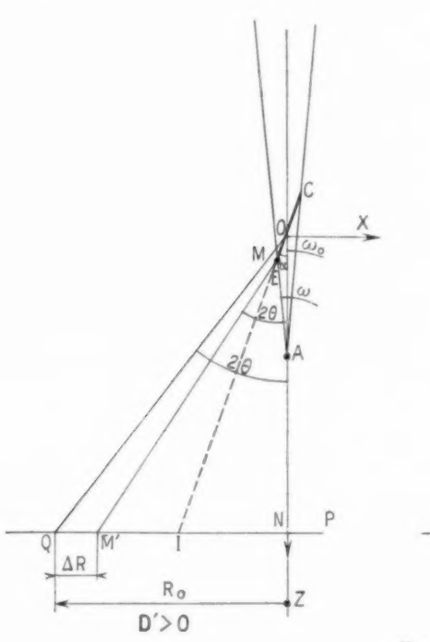
Pour que cette quantité puisse s'annuler, il faut que :

si $D' > 0$, on ait

$$2\theta < \operatorname{tg}\alpha - \omega;$$

si $D' < 0$, on ait

$$2\theta > \operatorname{tg}\alpha - \omega.$$



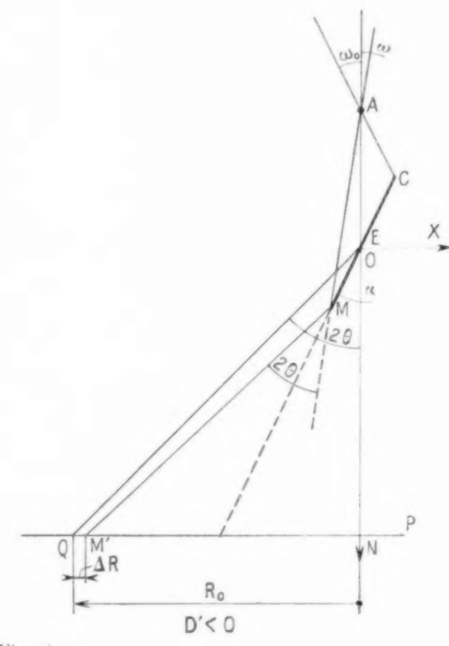


Fig. 30.

c'est-à-dire que, pour focaliser dans le plan P, il faut que le faisceau d'électrons soit convergent au niveau de l'échantillon dans le cas de la transmission et divergent dans le cas de la réflexion.

Pour que ΔR soit nul pour une valeur donnée de θ dans tout l'intervalle de variation $(-\omega_0, +\omega_0)$, il faudrait que l'échantillon E ne soit pas plan, mais parabolique. En pratique, comme θ et ω_0 sont petits, ΔR reste très faible avec un échantillon plan. En effet :

Pour $\alpha = 1/50$ rad,

$$\omega_0 = 10^{-3}\ \text{rad}, \qquad D' = -100\ \text{mm}, \qquad 2\theta = 1/30\ \text{rad},$$

et en prenant pour la distance du plan de focalisation du faisceau

$$(11) \qquad z = D' - \frac{2\theta D' \operatorname{tg}\alpha}{(\operatorname{tg}\alpha)^2 - \omega_0^2} \sim D' - \frac{2\theta D'}{\alpha} = 66{,}7\ \text{mm}.$$

qui correspond au minimum de ΔR, la largeur de la raie L est obtenue en remplaçant z par sa valeur et ω par ω_0 dans l'équation (10).

On a

$$L = |\Delta R|_{\omega=\omega_0} = \frac{2\theta\omega_0^2 D'}{\alpha(\alpha-\omega_0)} \simeq 10^{-2} \text{ mm}.$$

Quand on fait varier 2θ, la valeur de z donnant la meilleure finesse de raie ne reste pas constante. Pratiquement pour obtenir une bonne focalisation de tous les anneaux h, k, l, on peut disposer un diaphragme, tournant avec l'échantillon pendant la pose et ne laissant passer que la raie qui est focalisée pour l'angle α correspondant [l'équation (11) montre, en effet, que pour une valeur donnée de z, θ est proportionnel à α].

Pour la transmission, on voit que, si $\alpha = 90°$, $\Delta R = \omega(D' - z)$, donc la focalisation aura lieu pour $D' = z$, c'est-à-dire le point de convergence du faisceau sur le plan du film. Si $\alpha \neq 90°$, le faisceau doit toujours être convergent au niveau de l'échantillon, mais

$$D' = z\left(\frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\alpha - 2\theta}\right).$$

Si nous examinons dans le cas de la réflexion la largeur de la raie dans le plan du film en dehors de la trace du plan xOz, on voit qu'il y a élargissement de la raie en dehors de cette direction, la section du faisceau par le plan de l'échantillon se présentant sous la forme d'une ellipse très allongée suivant OC. On voit sur la figure 31, qui représente une raie de diffraction dans le plan du film, que les taches données par les différents cristaux touchés par les électrons se répartissent à l'intérieur d'une couronne limitée par deux arcs de cercle; dans le cas d'un faisceau divergent, ces deux arcs sont tangents au point de focalisation.

D'autre part, le fait que le faisceau a une certaine largeur $2y$, au niveau de l'échantillon suivant l'axe perpendiculaire au plan de la figure 30, entraîne un élargissement

$$\delta = \frac{y^2}{2R} = \frac{(D'\omega_0)^2}{4\theta z}$$

de la raie dans la direction de focalisation, cet élargissement se faisant vers le centre du diagramme.

En prenant les données de l'exemple précédent, on a

$$\delta = \frac{10^4 \cdot 10^{-6}}{2\frac{1}{30}\cdot 66.7} \simeq 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ mm},$$

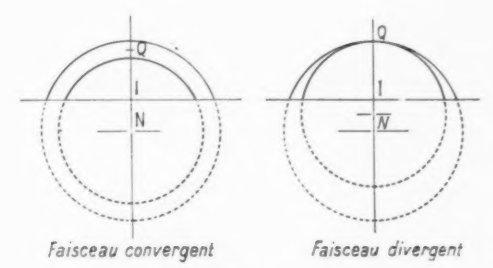


Fig. 31.

donc l'élargissement total de la raie est au maximum

$$|\Delta R| + \delta \simeq 12,5 \cdot 10^{-3} \text{ mm}.$$

Dans le cas d'un faisceau convergent avec focalisation sur le film, on aurait

$$2|\Delta R|_{\omega=\omega_0} = \frac{4\theta\omega_0 D'}{\alpha} = 330 \cdot 10^{-3} \text{ mm}.$$

Nous avons effectué des mesures sur des diagrammes de diffraction en réflexion et transmission par l'oxyde de zinc préparé de façon identique de manière à ne pas modifier l'aspect des raies dû à la cristallisation du corps. Nous avons obtenu les résultats indiqués au Tableau II qui confirment la théorie que nous venons d'exposer.

TABLEAU II.

h, k, l, indices de Miller de la raie; L, largeur de la raie ou du spot sur diagramme par transmission; L', largeur de la raie ou du spot sur diagramme par réflexion; ΔL, élargissement de la raie dû à la réflexion; R_0, rayon de la raie.

		L' (μ).			$\Delta L = L' - L$ (μ).			
h, k, l.	L (μ).	$D' = +300$.	$D' = -1100$.	$D' = -250$.	$D' = +300$.	$D' = -1100$.	$D' = -250$.	R_0 (mm).
Spot central	72	72	600	1 500	–	–	–	0
100	100	180	150	180	80	50	80	6,7
002	40	180	90	120	140	50	80	7,25
101	100	240	150	180	140	50	80	7,6
102	80	240	180	120	160	100	40	9,9
110	80	300	180	120	220	100	40	11,7
103	80	300	240	180	220	160	40	12,9

Le cliché pris avec $D' = -1{,}100$ correspond à une focalisation entre le spot central et la raie 100; celui pris avec $D' = -250$ correspond à une focalisation entre les raies 101 et 102.

4. Diagrammes de lignes de Kikuchi.

Lorsque l'on étudie expérimentalement la diffraction des électrons par un monocristal aussi bien par transmission que par réflexion, on obtient dans certaines conditions des diagrammes qui ne peuvent être interprétés par la méthode des zones de Laue.



Fig. 32.

Ces phénomènes sont dus à des diffusions secondaires des électrons à l'intérieur du cristal et sont caractérisés par la présence sur le cliché de paires de lignes parallèles blanches et noires. Ces lignes, appelées lignes de Kikuchi du nom du savant japonais qui en a donné le premier l'explication, apparaissent à des distances au centre du cliché plus grandes que celles auxquelles se produisent les phénomènes de diffraction étudiés jusqu'à présent et lorsque les plans réticulaires considérés sont bien parallèles, c'est-à-dire lorsque le cristal ne présente pas la moindre distorsion.

On obtient ces diagrammes de lignes de Kikuchi par réflexion, ou encore par transmission, lorsque l'épaisseur du cristal augmente à tel point que la condition de Laue relative à cette direction est serrée et que les taches ont pratiquement disparu (*voir* Chap. B, § 2 *a*). La figure 32 représente par exemple un diagramme de lignes de Kikuchi obtenu par réflexion avec un cristal de fluorine.

4.1. Explication du phénomène. — Considérons la figure 33 qui représente une famille de plans réticulaires baignés par le faisceau d'électrons et faisant, avec lui, l'angle Φ. Le rayon IC donne naissance à des rayons diffusés situés sur un cône de demi-ouverture $90°-\theta$ et ayant pour axe la normale à la famille de plans; les deux nappes de ce cône coupent le film suivant deux hyperboles très aplaties assimilables à deux droites parallèles puisque l'angle θ est faible.

Considérons deux faisceaux diffractés particuliers sur ce cône : un sur chaque nappe : F_1 d'intensité I_1 du même côté du plan réticulaire CI que le faisceau direct, et F_2 d'intensité I_2 de l'autre côté. L'intensité diffractée décroissant rapidement avec la distance angulaire au faisceau direct, on aura $I_1 > I_2$. S'il n'y avait pas de réflexions de F_1 et F_2 sur la famille de plans réticulaires, ils devraient couper le plan du film en B et A respectivement et leurs intensités correspondraient à celle du fond continu environnant. Mais si F_1 et F_2 se réfléchissent sur les

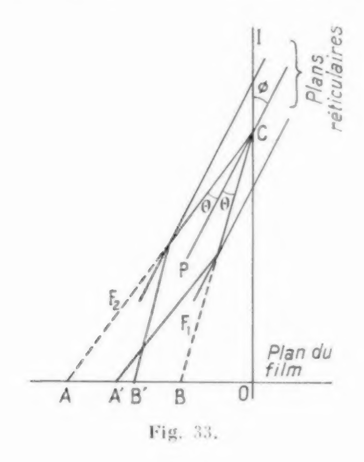


Fig. 33.

autres plans réticulaires de la famille, ils couperont le film respectivement en A′ et B′. Les distances AA′ et BB′ sont de l'ordre de grandeur des distances interréticulaires, donc très petites vis-à-vis de AB : pratiquement, tout se passe comme si F_1 et F_2 étaient intervertis. Il s'ensuit que nous aurons, en A, une augmentation d'intensité proportionnelle à $I_1 - I_2$ et en B une diminution égale.

Donc la ligne droite engendrée par F_1, c'est-à-dire la plus éloignée du centre du cliché apparaîtra plus intense que le fond continu et la ligne engendrée par F_2, c'est-à-dire la plus près du centre appa-

raîtra moins intense. Ceci explique qu'une droite de la paire paraît blanche sur fond noir et l'autre noire sur fond blanc.

Si l'on porte en abscisse sur un graphique la distance d'un point du diagramme à son centre, mesurée perpendiculairement à une paire de lignes, et en ordonnée, l'intensité du cliché en ce point, on obtient une courbe de la forme représentée sur la figure 34;

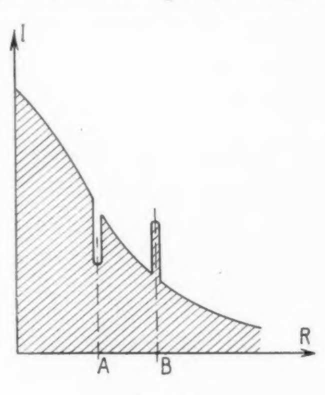


Fig. 34.

la distance AB est l'écartement entre les deux lignes de la paire. On comprend en examinant cette figure que les lignes de Kikuchi soient intenses même pour des angles Φ de plusieurs dizaines de degrés puisque l'intensité d'un point près du centre est *déplacée* vers la périphérie.

On remarquera que souvent au même plan réticulaire h, k, l correspondent plusieurs paires de lignes parallèles ayant la même médiane et qui sont dues à des diffractions sur des plans d'indices nh, nk, nl, n désignant un nombre entier positif. Tout se passe comme si une radiation de longueur d'onde $n\lambda$ se diffractait sur les plans d'indice h, k, l; n est appelé *ordre de diffraction*.

4.2. Interprétation des diagrammes. — De nombreux auteurs ont étudié ces diagrammes de lignes de Kikuchi.

En particulier, le Docteur Wilman a publié plusieurs articles [11] dans lesquels il développe des méthodes d'interprétation; l'une d'elles permet, à partir du diagramme de lignes, de déterminer le réseau réciproque du cristal ainsi que son orientation et les indices des lignes. Nous en exposerons rapidement le principe :

La figure 35 représente une coupe de l'échantillon et de l'appareil à diffraction par un plan passant par le faisceau direct et perpendiculaire à un plan réticulaire h, k, l dont la trace est OP; PP' est celle du film, OO_1 la perpendiculaire abaissée de O sur le film. Elle représente le faisceau direct qui donne naissance aux cônes de diffraction dont les sections par le plan de figure sont OK_1 et OK_2. Les points K_1 et K_2 sont donc les traces des lignes de Kikuchi correspondantes qui sont perpendiculaires au plan de coupe.

Si l'on mène en O la perpendiculaire OP' au plan h, k, l et que l'on porte sur cette droite à partir de O une longueur $\frac{1}{d_{hkl}}$, on obtient le rayon vecteur $\vec{R}$ du point du réseau réciproque correspondant au plan réticulaire considéré.

Pour définir la position de ce point et celle de son symétrique par rapport à O, il suffit de connaître la direction et la grandeur $|R|\cos\Phi$ de la projection de $\vec{R}$ sur le plan Q passant par O et parallèle au film, ainsi que la cote $|R|\sin\Phi$ du point du réseau réciproque par rapport à ce plan. Cette cote sera positive si elle est mesurée à partir du plan dans la direction $\overrightarrow{OO_1}$ et négative si elle est mesurée dans la direction $\overrightarrow{O_1O}$.

Ces grandeurs $R\cos\Phi$ et $R\sin\Phi$ peuvent être facilement mesurées à partir de L, distance échan-

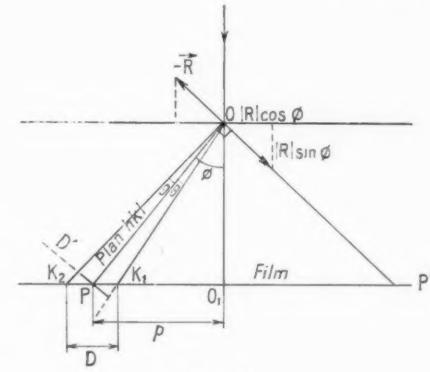


Fig. 35.

tillon film, de p, longueur de la perpendiculaire menée de O_1 à la médiane à la paire de lignes et de $D = K_1K_2$, séparation des deux lignes, mesurée le long de O_1P.

On a, en effet

$$|R| = \frac{\frac{1}{d_{hkl}}}{n},$$

où n désigne l'ordre de diffraction, d'où

$$|R| = \frac{2\sin\theta}{\lambda} \approx \frac{2\theta}{\lambda},$$

l'angle θ de Bragg étant faible.

Or

$$2\theta = \frac{D'}{OP} = \frac{D'}{\frac{L}{\cos\Phi}},$$

Φ étant l'angle du plan avec le faisceau, D' la longueur interceptée par les droites OK_1 et OK_2 sur la perpendiculaire à OP menée par P; d'où

$$|R| = \frac{D' \sin\Phi}{\lambda L}$$

ou

$$|R| = \frac{D \cos^2\Phi}{\lambda L} \qquad \text{ou} \qquad |R| \cos\Phi = \frac{D \cos^3\Phi}{\lambda L}.$$

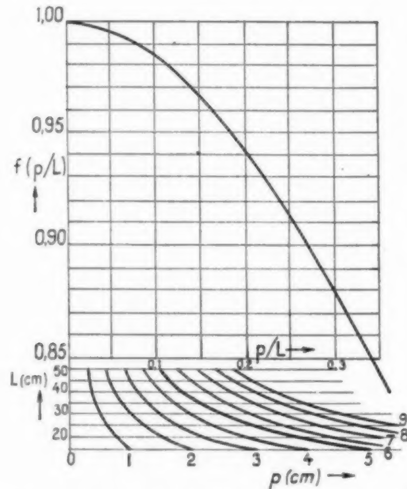


Fig. 36. — D'après H. Wilman, *The interpretation and application of electron diffraction « Kikuchi-Line » Patterns* (*Proc. Phys. Soc.*, vol. 61, 1948, fig. 4 *a*, p. 348).

Or, dans le triangle OO_1P,

$$\cos\Phi = \frac{L}{(L^2 + p^2)^{\frac{1}{2}}},$$

$$\sin\Phi = \frac{p}{(L^2 + p^2)^{\frac{1}{2}}} \qquad \text{et} \qquad \operatorname{tg}\Phi = \frac{p}{L};$$

d'où

$$|R| \cos\Phi = \frac{D}{\lambda L} \cdot \frac{L^3}{(L^2 + p^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{D}{\lambda L} f\left(\frac{p}{L}\right)$$

et

$$|R| \sin\Phi = |R| \cos\Phi \operatorname{tg}\Phi = \frac{p}{L} |R| \cos\Phi = \frac{D}{\lambda L} \frac{p}{L} f\left(\frac{p}{L}\right).$$

Un réseau de courbes reproduit en figure 36 et établi par H. Wilman permet de déterminer $f\left(\frac{p}{L}\right)$ pour les valeurs de p et L que l'on rencontre pratiquement.

Pour représenter le point du réseau réciproque correspondant au plan h, k, l considéré, on choisira sur une feuille de papier une origine O à partir de laquelle on portera, avec une échelle convenable, un rayon vecteur $\overrightarrow{OA}$ égal à $\lambda L\,|R|\cos\Phi$, dans une direction quelconque autour de O; la cote $\lambda L\,|R|\sin\Phi$ sera indiquée à côté du point A. On fera de même pour les autres paires de lignes de Kikuchi, de telle sorte que les angles entre les rayons vecteurs $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$, etc. soient égaux aux angles des perpendiculaires aux paires de lignes correspondantes.

On obtiendra ainsi une *projection cotée* du réseau réciproque.

On peut également calculer d_{khl} en fonction de D, p et L de la façon suivante :

Dans les triangles OPK_1 et OPK_2, on a

$$PK_2 = \frac{L' \sin\theta}{\cos(\Phi + \theta)} \qquad (L' \text{ étant la distance OP})$$

et

$$PK_1 = \frac{L' \sin\theta}{\cos(\Phi - \theta)},$$

d'où

$$D = PK_1 + PK_2 = \frac{L' \sin 2\theta \cos\Phi}{\cos^2\Phi - \sin^2\theta},$$

si θ est faible,

$$D = \frac{L' \sin 2\theta}{\cos\Phi}$$

ou encore, puisque $\frac{L}{\cos\Phi} = L'$,

$$D = \frac{2L \sin\theta}{\cos^2\Phi}.$$

Or

$$\lambda = 2d \sin\theta,$$

d'où

$$\boxed{D = \frac{\lambda L}{d \cos^2\Phi}.}$$

Cette expression est vraie à 0,5 % près, même pour $\Phi = 20^\circ$ avec

$$\theta = 4^\circ, \qquad L = 22 \text{ cm}, \qquad p = 7,7 \text{ cm}, \qquad D = 3 \text{ cm}.$$

Enfin, la bissectrice OP n'est pas exactement la médiane du triangle OK_1K_2; calculons la différence $PK_2 - PK_1$ par rapport à D.

On a

$$\frac{PK_2 - PK_1}{D} = \frac{L' \sin\theta}{D}\left[\frac{1}{\cos(\Phi + \theta)} - \frac{1}{\cos(\Phi - \theta)}\right]$$

ou

$$\frac{2L' \sin^2\theta \sin\Phi}{D(\cos^2\Phi - \sin^2\theta)} = \operatorname{tg}\theta \operatorname{tg}\Phi.$$

puisque

$$D = \frac{L' \sin 2\theta \cos\Phi}{\cos^2\Phi - \sin^2\theta};$$

d'où

$$\frac{PK_2 - PK_1}{D} = \frac{p}{L} \operatorname{tg}\theta \simeq \frac{D' p}{2L(L^2 + p^2)^{\frac{1}{2}}},$$

puisque

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{D' \cos\Phi}{2L} \qquad \text{et} \qquad \cos\Phi = \frac{L}{(p^2 + L^2)^{\frac{1}{2}}}.$$

Donc, même si $\theta = 6^o$ et $\frac{p}{L} = 0{,}3$, le point P, qui n'est autre que la trace du plan *h*, *k*, *l* sur le film, n'est déplacé que de $0{,}015\,D$ du milieu de K_1K_2 (écart qui peut être négligé dans la plupart des cas).

On tire de ce résultat une conséquence très importante qui permet d'obtenir une interprétation immédiate du diagramme dans le cas où l'on ne juge pas utile de faire la construction du réseau réciproque, qui nécessite un travail plus considérable.

En effet, nous venons de voir que la médiane d'une paire de lignes de Kikuchi représente pratiquement la trace d'un plan *h*, *k*, *l* du cristal sur le film et l'écart entre ces deux lignes donne immédiatement, par la formule $D = \frac{\lambda L}{d \cos 2\Phi}$, la distance interréticulaire de cette famille de plans *h*, *k*, *l*, puisque $\cos\Phi$ est déterminé par la position de la médiane et de l'échantillon (triangle OPO_1).

L'article du Docteur Wilman donne encore beaucoup de renseignements précieux pour le dépouillement pratique de ces diagrammes :

Notons, en particulier :

a. Méthode et courbes pour l'évaluation de D lorsque le pied de la perpendiculaire issue de O_1 à la paire de lignes ne tombe pas sur l'enregistrement (l'écartement de cette paire d'hyperboles très aplaties n'est pas exactement le même à leurs sommets K_1 et K_2 qu'en un autre point).

b. Précautions à prendre suivant que l'on interprète le *négatif* original ou un *positif*.

c. Étude de la précision des résultats.

d. Usage de réglettes graduées permettant d'obtenir immédiatement $\lambda L / R \cos\Phi$ et $\lambda L / R \sin\Phi$, par simple mesure sur les clichés.

Enfin, la construction du réseau réciproque peut être faite même si le produit λL n'est pas connu, puisqu'il s'agit d'une figure homothétique.

La connaissance de λL entraîne celle des longueurs des axes du cristal *a*, *b* et *c*.

Ce simple aperçu montre cependant toute l'efficacité de cette méthode d'étude des monocristaux dont nous verrons plus loin des applications aussi bien pour les couches minces que pour les échantillons massifs.

C. — APPLICATIONS.

Il n'est pas dans notre intention d'examiner ici tous les résultats particuliers qui ont été ou peuvent être obtenus par la diffraction des électrons, mais simplement d'indiquer les méthodes qui permettent de résoudre les problèmes fondamentaux auxquels se ramènent tous les autres.

Ce qu'il ne faut pas perdre de vue en abordant ce Chapitre, c'est le caractère essentiellement superficiel de la diffraction électronique. On peut résumer l'ensemble de ses applications en disant qu'elle est à l'étude des surfaces, ce que les rayons X sont à l'étude de la matière en profondeur. C'est dire combien est vaste le champ d'application de cette méthode.

Il serait maladroit de chercher à résoudre tous les problèmes de cristallographie par les électrons alors que les rayons X sont un instrument de travail moins coûteux et plus simple. Les deux techniques se complètent utilement, mais ne se concurrencent pas.

1. Étude d'une couche polycristalline.

1.1. IDENTIFICATION DES CRISTAUX PAR LA MÉTHODE D'ANALOGIE. — Cette question se pose très fréquemment dans beaucoup de problèmes de Chimie et de Physique relatifs aux phénomènes superficiels.

Il peut s'agir, par exemple, de trouver la nature d'un produit formé à la surface de grains d'une poudre ou d'un dépôt sur un support.

Cette méthode d'identification est basée sur le fait qu'il existe une classification des corps cristallisés en fonction des distances interréticulaires des trois anneaux de diffraction les plus intenses de leurs diagrammes X [12].

Pratiquement, deux cas peuvent se présenter :

a. Le diagramme de l'échantillon peut être comparé à celui d'un corps connu dont la distance au film est la même (méthode par transmission ou certains cas de la méthode par réflexion).

Nous avons vu que, dans ces cas, le produit λL peut être déterminé avec précision.

Il suffit alors de calculer les distances interréticulaires correspondant aux anneaux de diffraction (ainsi qu'il est montré plus haut) et d'évaluer leurs intensités, soit à l'œil, soit grâce à un enregistrement microphotométrique.

Après avoir repéré les trois anneaux les plus intenses, on cherchera, dans la classification, le corps dont le diagramme est identique à celui étudié, tant au point de vue intensités que distances interréticulaires.

Cette recherche est simple et analogue à celle faite pour un diagramme de rayons X. Cependant, la documentation actuelle, quoique importante, est encore fort incomplète et, d'autre part, le problème se complique lorsque l'on est en présence d'un mélange de deux ou plusieurs corps.

Enfin, il faut bien noter, qu'étant donnés ces difficultés et le nombre infini de composés pouvant se former à la surface d'un corps inconnu sous l'action d'un agent mal défini, il est très difficile,

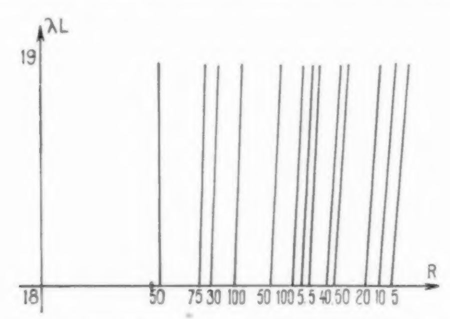


Fig. 37. — Le nombre placé sous chaque droite du faisceau indique l'intensité de la raie correspondante du spectre $Al^2O^3\alpha$, la raie la plus intense étant affectée de la valeur arbitraire 100.

sans aucun renseignement préalable, d'identifier ce ou ces composés.

En revanche, la méthode donnera de très bons résultats, dans l'étude des effets d'un traitement de surface sur un échantillon déterminé, ce qui lui donne déjà un champ d'application très vaste et résout la majorité des problèmes pratiques.

b. Dans certains diagrammes par réflexion, il peut arriver que la distance L de l'échantillon au film ne puisse être comparée exactement à celle de l'échantillon de référence. Nous avons vu que, dans ce cas, le produit λL n'était pas connu avec précision, à cause de l'erreur commise sur L et qu'alors la méthode par balayage pouvait suffire à donner un ordre de grandeur de ce produit (*voir* p. 364).

Le calcul des distances interréticulaires sera entaché d'erreurs, l'identification de la couche superficielle pourra être faussée.

On peut remédier à cet inconvénient grave lorsque la recherche du composé formé est limitée à quelques corps (cas très fréquent d'ailleurs dans la pratique). La méthode indiquée est la suivante :

On trace deux axes rectangulaires d'abscisse R (rayon des anneaux de diffraction) et d'ordonnée λL. L'échelle des abscisses sera prise de telle sorte que 1/10e de millimètre sur le cliché soit représenté par une longueur de l'ordre du millimètre.

Ensuite, on trace un faisceau de droites $\lambda L = Rd$ issues de l'origine et ayant pour pentes respectives les distances interréticulaires du corps dont on veut vérifier la présence dans la surface étudiée. La figure 37 représente l'abaque pour la recherche de $Al^2O^3\alpha$.

En outre, sur une règle de papier, on porte, avec la même échelle que l'axe R, des abscisses représentant les rayons des anneaux du diagramme à analyser. On déplace la règle de papier sur le graphique de façon qu'elle reste parallèle à l'axe R et que son origine décrive l'axe λL autour d'une valeur approximative $\lambda_0 L_0$ et dans un intervalle $\Delta(\lambda L)$ égal à la limite supérieure de l'erreur absolue que l'on a pu commettre dans la détermination de ce produit. Si l'on obtient dans cette région du graphique une coïncidence entre les traits tracés sur la règle et les droites du faisceau et si les intensités du diagramme inconnu correspondent à celle du diagramme connu, on est parvenu à identifier le composé formé en surface.

Sinon, il faut chercher à vérifier la présence d'un autre corps, et ainsi de suite. On peut d'ailleurs porter ensemble sur ce même graphique les diagrammes de deux ou trois corps connus.

Un autre avantage de cette méthode réside dans le fait que le centre du diagramme de réflexion n'a pas besoin d'être connu avec une grande précision (il arrive, en effet, malgré la présence du trait de balayage qui doit indiquer le centre du cliché, que celui-ci soit très légèrement décalé dans un sens ou dans l'autre à cause de légères charges résiduelles à la surface de l'échantillon).

Pour cela, il suffira de déplacer légèrement la réglette de papier dans une direction parallèle à l'axe R, de façon que l'origine ne soit plus exactement sur l'axe λL. Pratiquement, nous avons pu constater que cette méthode était d'un emploi facile et permettait de vérifier rapidement la présence ou l'absence d'un produit donné dans des cas où les déterminations de l'origine et de λL étaient entachées d'erreurs relativement importantes.

1.2. Détermination du réseau. — Il s'agit maintenant de chercher à quel système cristallin appartient la couche polycristalline étudiée. La méthode est identique à celle utilisée en Radiocristallographie.

On ne procédera plus par comparaison avec un diagramme connu, mais en *essayant* successivement chaque système.

1° *Essai du système cubique.* — On a alors

$$d = \frac{a}{\sqrt{h^2+k^2+l^2}} \qquad \text{et} \qquad d = \frac{\lambda L}{R},$$

d'où l'on tire

$$R = \frac{\lambda L}{a}\sqrt{h^2+k^2+l^2}.$$

Il suffit alors de tracer sur un graphique d'abscisse $\frac{\lambda L}{a}$ et d'ordonnée R, des droites de pentes $\sqrt{1}$, $\sqrt{2}$, ..., $\sqrt{h^2+k^2+l^2}$. Sur une règle en papier, on porte, à partir d'une origine O, les valeurs R des rayons des anneaux mesurés sur le cliché (*fig.* 38).

On déplace la règle sur le graphique de façon que son origine décrive l'axe $\frac{\lambda L}{a}$ et qu'elle reste parallèle à l'axe R. Si l'on obtient une coïncidence entre les droites du graphique et les points marqués sur la règle, le corps étudié appartient au système cubique et l'intersection du bord de la règle avec l'axe $\frac{\lambda L}{a}$ permet de déterminer a, si λL est connu. Sinon, il reste une certaine indétermination du paramètre.

2° *Essai des systèmes quadratique, hexagonal et rhomboédrique (qui se ramène d'ailleurs à ce dernier).* — Hull [13] a construit des abaques semi-logarithmiques, utilisées pour les diagrammes de rayons X, dont l'abscisse est $\log d$ et l'ordonnée $\frac{c}{a}$. Sur ces graphiques, sont tracées des courbes correspondant aux différentes valeurs de h, k et l.

Or, pour les électrons, on a

$$d = \frac{\lambda L}{R} \qquad \text{ou} \qquad \log d = \log \lambda L + \log \frac{1}{R}.$$

Il suffira donc de marquer sur une réglette les valeurs expérimentales de $\log \frac{1}{R}$ et de déplacer la réglette sur l'abaque parallèlement à l'axe $\log d$ pour vérifier par coïncidence si le système cristallin de l'échantillon est quadratique, hexagonal ou rhomboédrique.

L'intersection du bord de la réglette avec l'axe $\frac{c}{a}$ donnera la valeur de ce rapport.

Si λL est connu, on pourra déterminer a en le calculant d'après la valeur d'une distance interréticulaire quelconque puisque

$$\frac{1}{R} = \frac{a}{\lambda L}\,\frac{1}{\sqrt{f(h,k)+l^2\frac{a^2}{c^2}}},$$

$f(h, k)$ étant une fonction de k et de h qui dépend du système *essayé.*

Si λL n'est pas connu avec précision, le système est déterminé, mais a ne sera connu qu'approximativement.

3° *Essai du système orthorhombique ou système à trois paramètres a, b et c.* — Hull a construit également des abaques pour résoudre ce problème, mais l'utilisation en est beaucoup plus délicate, puisqu'il existe un réseau de courbes $\frac{a}{b} = f(\log d)$ pour chaque valeur du rapport $\frac{c}{b}$ égale à $\frac{n}{10}$ (n variant de 7 à 15). Si le réseau cherché ne correspond à aucune de ces

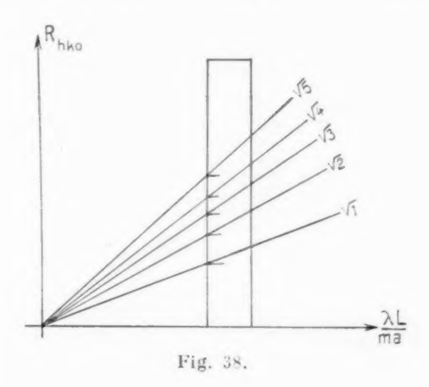


Fig. 38.

valeurs de $\frac{c}{b}$, les résultats sont très approximatifs.

La méthode appliquée sera la même, b ne sera connu avec précision que si λL l'est également.

4° Enfin, pour les systèmes mono ou tricliniques, il n'existe pas de méthode permettant, à partir d'un simple diagramme de raies du genre Debye-Scherrer, de choisir lequel des deux systèmes est celui du corps étudié et *a fortiori* quels sont les paramètres de ce système.

Il arrive fréquemment au cours de la détermination du réseau cristallin d'une couche superficielle que toutes les distances interréticulaires calculées pour cet échantillon coïncident très bien avec seulement un certain nombre de celles du réseau *essayé.*

Ceci s'explique par le fait que la maille du cristal étudié n'est pas simple et que, par le jeu du facteur de structure, certaines raies disparaissent de son diagramme (*voir* p. 362). Dans le cas du système cubique, il est facile d'établir une liste des raies devant apparaître pour chaque type de réseau (Tableau III).

Une fois effectuée la détermination du réseau d'un échantillon, on peut l'identifier en utilisant les don-

nées de la Cristallographie en particulier le *Strukturbericht* [14] et actuellement *Acta Cristallographica* [15] qui donnent pour chaque corps étudié le système cristallin et les dimensions des paramètres.

Cette recherche du système cristallin d'un échantillon microcristallisé montre l'analogie parfaite entre



Fig. 39.

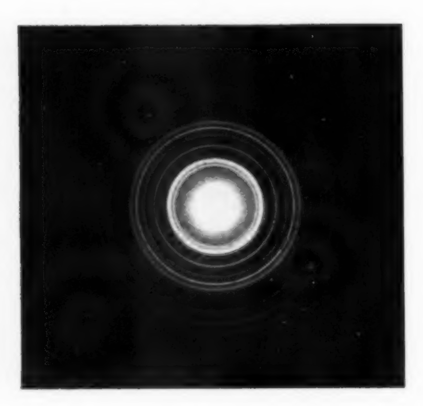


Fig. 40.

les méthodes d'interprétation des diagrammes de diffraction d'électrons et de rayons X. Cependant, le résultat trouvé grâce aux électrons affecte une couche superficielle d'une minceur telle que sa présence n'aurait pas pu être indiquée par un diagramme X.

Avant d'aller plus loin dans l'étude d'une couche polycristalline, une remarque est à faire en ce qui concerne ces méthodes d'identification et de recherche du réseau cristallin.

Comme pour l'étude des diagrammes X, la connaissance des raies les plus proches du centre est indispensable si l'on veut mener à bien le dépouillement d'un cliché de diffraction d'électrons. Or il arrive, pour des mailles de grandes dimensions, que ces raies correspondent à des distances interréticulaires supérieures à 5 ou 10 Å ou même beaucoup plus. La longueur d'onde de la radiation associée au faisceau d'électrons étant très faible, on voit, d'après la relation fondamentale $R = \frac{\lambda L}{d}$ que les rayons de ces anneaux seront très petits et que ceux-ci ne pourront être discernés du halo entourant la trace du faisceau direct; par exemple pour $\lambda = 0{,}06$ Å, $d = 10$ Å et $L = 300$ mm, on a

$$R = 1{,}8 \text{ mm}.$$

Cette difficulté peut être en partie surmontée en utilisant une tension d'accélération plus faible, partant, une longueur d'onde plus grande. Cependant, ce remède n'est, en général, pas suffisant puisque λ est inversement proportionnel à la racine carrée de la tension : il est alors utile de prévoir entre l'échantillon et l'écran fluorescent une lentille supplémentaire servant à agrandir le diagramme une dizaine de fois.

De cette façon, même l'étude des grosses molécules peut être envisagée par diffraction d'électrons.

Les figures 39 et 40 montrent respectivement les diagrammes obtenus avec de l'oxyde de zinc par transmission avec et sans action de la lentille supplémentaire. On voit, dans le cliché 39, que la première raie du diagramme, correspondant à une distance interréticulaire de 2,81 Å, est située encore très loin du centre. On peut, par ce procédé, déceler des raies correspondant à des intervalles de plans réticulaires de plusieurs dizaines d'angstrœms.

Une autre utilisation de la lentille supplémentaire est de pouvoir faire varier la surface de l'échantillon baignée par le faisceau en déplaçant le point de convergence de celui-ci le long de l'axe de l'appareil (*fig.* 1). La focalisation du faisceau sur le film sera réalisée, après son passage sur l'échantillon, grâce à cette lentille. Cette variation de la surface de l'échantillon participant à la diffraction est très importante puisqu'elle permet de faire varier, comme nous l'avons vu, la largeur des zones de Laue correspondant aux rangées perpendiculaires au faisceau. Enfin, on peut obtenir le diagramme d'un seul cristal faisant partie d'un agglomérat en focalisant le faisceau très légèrement au-dessus ou au-dessous de lui.

1.3. Détermination de l'orientation des cristaux dans une couche polycristalline. — Ces

TABLEAU III.

$h^2+k^2+l^2$.	Systèmes cubiques. Simple.	Centré.	A faces centrées.	Diamant.	$h.\ k.\ l.$
1	—				100
2	—	—			110
3	—		—	—	111
4	—	—	—		200
5	—				210
6	—	—			211
8	—	—	—	—	220
9	—				221
10	—	—			310
11	—		—	—	311
12	—	—	—		322
13	—				330
14	—	—			331
16	—	—	—	—	400
17	—				410
18	—	—			
19	—		—	—	
20	—	—	—		
21	—				
22	—	—			
24	—	—	—	—	
25	—				
26	—	—			
27	—		—	—	
29	—				
30	—	—			
32	—	—	—	—	
33	—				
34	—	—			
35	—		—	—	
36	—	—	—		
38	—	—			
40	—	—	—	—	
42	—	—			
43	—		—	—	
44	—	—	—		
46	—	—			
48	—	—	—	—	
50	—	—			
51	—		—	—	
52	—	—	—		
54	—	—			
56	—	—	—	—	
58	—	—			
59	—		—	—	
62	—	—			
64	—	—	—	—	
66	—	—			
67	—		—	—	
68	—	—			

couches déposées ou formées sur un support présentent très souvent une orientation privilégiée de leurs cristaux qui influe sur leurs propriétés et dont l'étude est donc très importante.

Il ne faut pas perdre de vue que le diagramme d'un corps polycristallin présentant un axe d'orientation privilégiée, c'est-à-dire dont tous les cristaux ont un axe cristallographique commun, est analogue à celui que l'on obtiendrait par rotation autour de cet axe du même échantillon sous forme monocristalline.

1° Nous envisagerons d'abord un cas simple : celui où l'axe d'orientation xy est parallèle au faisceau.

Considérons le cristal unique tournant autour

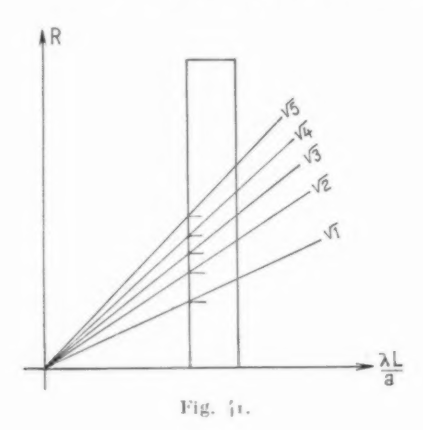


Fig. 41.

de xy, *équivalent* à l'échantillon étudié. Les points du réseau réciproque qui sont situés dans un plan passant par l'origine et perpendiculaire au faisceau, c'est-à-dire dans le plan auquel on a assimilé la sphère d'Ewald, y resteront pendant la rotation et engendreront des anneaux de diffraction.

Si l'une des données qui caractérisent le diagramme (axe d'orientation ou réseau) est connue, l'autre peut être facilement déterminée.

Étudions en détail le cas très fréquent où l'axe cristallographique commun aux cristaux de l'échantillon est l'axe $\vec{c}$: les diffractions h, k, o apparaîtront seules et tout se passe comme si l'on avait affaire à un système cristallin de symétrie plus élevée, puisque le paramètre c n'intervient plus dans la position des anneaux. Dans ces conditions, on pourra vérifier, avec un seul abaque, si le diagramme coïncide avec celui d'un corps des systèmes cubique, quadratique, hexagonal ou rhomboédrique (qui se ramène au précédent).

En effet, pour tous ces systèmes on peut écrire

$$d_{hko} = \frac{ma}{\sqrt{n}}, \qquad \text{d'où} \qquad R_{hko} = \frac{\lambda L \sqrt{n}}{ma}$$

si R_{hko} est le rayon d'un anneau, n étant un nombre entier positif; m un facteur de proportionnalité égale à 1 pour le cubique et le quadratique et à $\frac{\sqrt{3}}{2}$ pour l'hexagonal.

On tracera donc un faisceau de droites d'abscisses $\frac{\lambda L}{ma}$, d'ordonnée R_{hko} et de pentes $\sqrt{1}$, $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, ...; on repérera les valeurs expérimentales de R_{hko} sur une règle en papier que l'on déplacera parallèlement à l'axe R, l'origine décrivant l'axe $\frac{\lambda L}{ma}$ (*fig.* 41). Si la coïncidence peut être obtenue, le corps appartient donc à l'un des systèmes envisagés. Le choix entre ceux-ci dépendra des valeurs de n affectées aux droites coïncidant avec les traits de la réglette, puisque, pour le cubique et le quadratique $n = h^2 + k^2$ et pour l'hexagonal

$$n = h^2 + k^2 + hk.$$

Si h et k prennent toutes valeurs positives entières possibles à partir de 1, n prendra des valeurs différentes suivant ces deux cas.

L'intersection du bord de la réglette avec l'axe des abscisses donnera la valeur de $\frac{\lambda L}{ma}$; si λL est connu, la valeur de ma sera donc déterminée et a pourra être calculé. Un seul doute subsistera : à savoir si le corps appartient aux systèmes cubique ou quadratique de même paramètre a.

Si l'échantillon étudié n'appartient à aucun de ces systèmes, nous chercherons sa coïncidence avec le système orthorhombique.

Nous allons voir que, dans ce cas particulier d'orientation, ce choix peut se faire très simplement en utilisant les abaques de Hull dont on a déjà parlé (*voir* p. 379) établies pour le système quadratique.

En effet, pour l'orthorhombique :

$$d_{hko} = \frac{a}{\sqrt{h^2 + k^2 \frac{a^2}{b^2}}}.$$

On procédera comme il a été vu plus haut (*voir* p. 379).

Soient h_1, k_1, l_1 les indices des lignes de l'abaque coïncidant avec les raies du diagramme. Celles-ci seront identifiées en posant

$$l = o, \qquad k = l_1 \qquad \text{et} \qquad h^2 = k_1^2 + h_1^2.$$

Il suffira de remplacer la valeur de $\frac{c}{a}$ lue sur l'abaque par $\frac{b}{a}$. Si λL est connu, a et b pourront donc être calculés à partir d'une des raies du diagramme.

Si la coïncidence ne peut être établie avec ces abaques, il ne reste plus que les systèmes monoclinique ou triclinique auquel puisse appartenir l'échantillon.

Si celui-ci appartient à un système à symétrie peu élevée, on voit qu'il est avantageux, lorsque cela est possible, de l'obtenir sous forme d'une pellicule mince qui présente un axe d'orientation perpendiculaire à son plan et parallèle à l'axe $\vec{c}$; on peut l'examiner alors par transmission et déterminer facilement son système. Seule, la valeur du paramètre c reste inconnue, mais nous allons voir comment, en orientant différemment cette pellicule par rapport au faisceau, on peut combler cette lacune.

Inversement, si la structure de l'échantillon est connue à l'avance, et si l'on constate l'absence de certaines raies sur le diagramme, on peut, après détermination des indices de celles que l'on observe, en déduire quel est l'axe commun aux microcristaux.

Les clichés 42 et 43 représentent respectivement les clichés obtenus par transmission avec des échantillons polycristallins d'argile et de paraffine; le premier appartenait au système hexagonal et le deuxième au système orthorhombique; il nous a été facile de constater par comparaison avec les différents abaques que seules les diffractions h, k, o apparaissaient pour ces deux diagrammes; on en a donc déduit que les microcristaux de ces deux échantillons avaient leurs axes c parallèles au faisceau, donc perpendiculaires aux pellicules traversées par les électrons.

2° Envisageons maintenant le cas où l'axe d'orientation est incliné sur le faisceau d'électrons. Répétons le raisonnement établi au paragraphe précédent : considérons un monocristal tournant autour d'un axe xy correspondant à l'axe d'orientation de l'échantillon polycristallin.

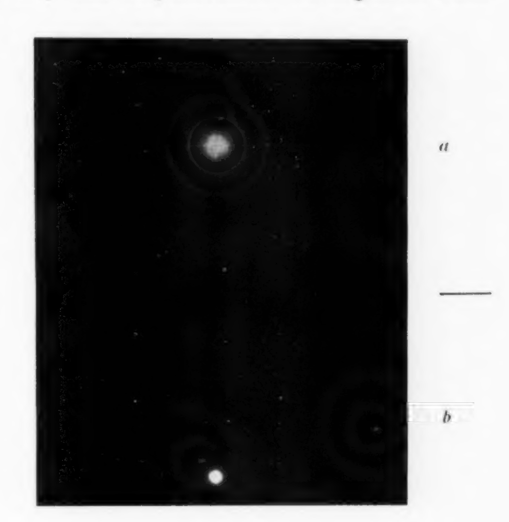
A cause des faibles valeurs de l'angle de Bragg θ, les plans réticulaires ne diffracteront, au cours de leur rotation autour de l'axe xy, que lorsqu'ils seront parallèles ou presque au faisceau; on voit que ces plans n'engendreront plus des anneaux complets, mais quelques taches disposées sur l'emplacement des anneaux Debye-Scherrer normaux. En réalité, d'ailleurs, à cause des écarts d'orientation entre les cristaux, ces taches seront des arcs de cercle.

Des considérations de géométrie élémentaire nous permettent de calculer l'azimut δ d'un de ces arcs situés sur l'anneau h, k, l par rapport à la projection sur le cliché de l'axe d'orientation.

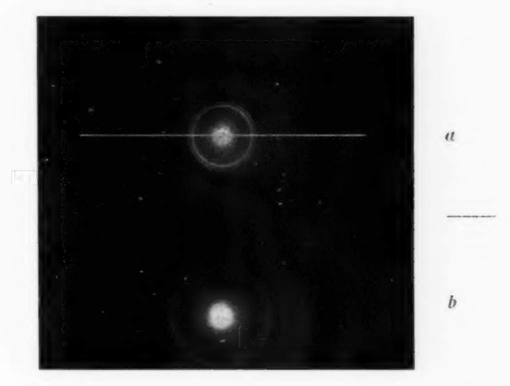
On démontre que

$$\cos\delta = \frac{\pm\cos\beta - \cos\alpha\sin\theta}{\sin\alpha\cos\theta},$$

où α et β sont respectivement les angles de l'axe



a, diagramme de la montmorillonite;
b, diagramme d'oxyde de zinc.
Fig. 42.



a, diagramme de paraffine; *b*, diagramme d'oxyde de zinc.
Fig. 43.

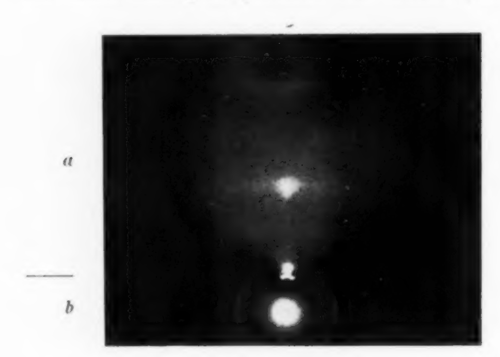
d'orientation avec le faisceau et la normale au plan h, k, l; θ est l'angle de Bragg.

Cette formule peut se réduire, puisque θ est petit, à

$$\cos\delta = \pm\frac{\cos\beta}{\sin\alpha}.$$

Enfin, si l'on considère les rangées d'atomes parallèles à l'axe de rotation xy du monocristal

équivalent, elles conserveront la même direction pendant la rotation, ainsi que leurs cônes de diffraction. Donc toutes les figures du cliché apparaîtront sur les intersections de ces cônes avec l'écran qui, comme on l'a vu dans la première partie de cet exposé, ne sont autres que les zones de Laue correspondant à ces rangées. On sait que ces zones sont pratiquement des droites parallèles



a, diagramme de paraffine; *b*, diagramme d'oxyde de zinc.
Fig. 44.

et équidistantes, séparées l'une de l'autre de la quantité $\frac{\lambda L}{c' \sin \alpha}$, où c' est l'équidistance le long de ces rangées, c'est-à-dire le long de l'axe de rotation (ou d'orientation) et α l'angle de cet axe avec le faisceau.

Les largeurs de ces zones sont données par $\frac{2\lambda L}{M_0 c' \sin \alpha}$, où M_0 est le nombre d'atomes diffractant dans la rangée.

Il s'ensuit que les arcs de cercle formés sur l'écran seront à l'intersection des anneaux *h, k, l* normaux avec les *lignes de couche* correspondant à l'axe d'orientation.

La figure 44 représente ainsi le diagramme obtenu avec une couche monomoléculaire de paraffine déposée sur un support bien poli et examinée par réflexion.

Dans ce cas particulier, l'axe d'orientation est l'axe *c* et est perpendiculaire à la surface de la couche de paraffine; donc $\alpha \# 90°$ et l'équidistance le long de cet axe est égale à celle des atomes de carbone le long de la chaîne de l'hydrocarbure, équidistance qui peut donc être calculée par une simple mesure sur le diagramme.

Le cliché représenté par cette figure est d'un type très fréquent dans la pratique. En effet, les cristaux d'une couche s'orientent très fréquemment perpendiculairement au support sur lequel ils sont déposés. Si l'ensemble est étudié par réflexion, l'axe d'orientation sera à peu près perpendiculaire au faisceau et les distances entre les lignes de couche donnent directement l'équidistance des atomes le long de cet axe. De même, l'azimut d'un arc d'un anneau *h, k, l* est égal à l'angle que fait la normale au plan réticulaire correspondant avec l'axe d'orientation puisque, $\sin \alpha$ étant égal à 1,

$$\boxed{\cos \delta = \pm \cos \beta.}$$

Voyons donc en détail l'interprétation d'un cliché de ce genre : nous supposerons que l'axe $\vec{c}$ est perpendiculaire à la couche étudiée et au faisceau et que les axes $\vec{a}$ et $\vec{b}$ sont normaux à $\vec{c}$, c'est-à-dire dans le plan de la couche.

La figure 45 schématise le cliché obtenu et représente un arc *h, k, l* apparaissant dans la zone de Laue relative à $\vec{c}$ et d'ordre *l*.

Soit OY la projection de l'axe $\vec{c}$ sur le diagramme, *R*, le rayon de l'arc, *q*, la distance de la zone au centre du cliché et *p*, la distance du centre de l'arc à OY.

On a

$$R^2 = p^2 + q^2 \quad \text{dans le triangle OAB.}$$

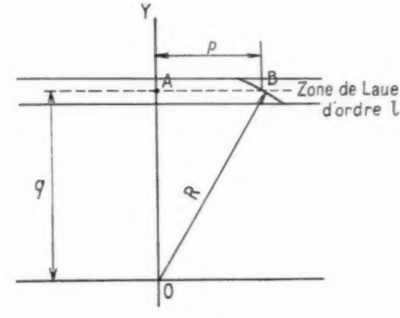


Fig. 45.

Or

$$R = \frac{\lambda L}{d_{hkl}} \qquad \text{et} \qquad q = \frac{\lambda L l}{c}$$

(distance au centre de la zone d'ordre *l*).

D'où

$$p^2 = \frac{\lambda^2 L^2}{d^2_{hkl}} - \frac{\lambda^2 L^2}{\frac{c^2}{l^2}}.$$

Or, dans le cas le plus général (réseau orthorhombique) :

$$d_{hkl} = \frac{1}{\sqrt{\frac{h^2}{a^2} + \frac{k^2}{b^2} + \frac{l^2}{c^2}}},$$

donc

$$p^2 = \lambda^2 L^2 \left(\frac{h^2}{a^2} + \frac{k^2}{b^2} + \frac{l^2}{c^2} - \frac{l^2}{c^2} \right),$$

d'où

$$p = \lambda L \sqrt{\frac{h^2}{a^2} + \frac{k^2}{b^2}}.$$

Or

$$d_{hk0} = \frac{1}{\sqrt{\frac{h^2}{a^2} + \frac{k^2}{b^2}}}, \qquad \text{d'où} \qquad p = \frac{\lambda L}{d_{hk0}},$$

donc tout se passe comme si p était le rayon d'un anneau h, k, o ayant pour centre le point A. Il s'ensuit que le dépouillement du cliché sera facile puisque l'on pourra utiliser les méthodes de recherche du réseau cristallin utilisées déjà lorsque l'axe d'orientation est parallèle au faisceau.

Ainsi non seulement, même pour l'orthorhombique, a et b pourront être facilement calculés, mais encore la longueur de l'axe c.

Inversement, lorsque la structure de l'échantillon sera connue, on pourra, après détermination des indices des arcs, en déduire quel est l'axe d'orientation et quelle est son inclinaison par rapport au faisceau, c'est-à-dire finalement par rapport à la couche étudiée.

Cet aperçu encore bien incomplet sur l'étude de l'orientation des couches polycristallines, montre cependant tous les résultats que l'on peut très simplement en tirer.

1.4. Détermination de la taille des cristaux d'une couche polycristalline. — Reportons-nous à la figure 10 qui explique la genèse d'un anneau obtenu par diffraction d'une substance polycristalline.

Considérons la famille de plans réticulaires h, k, l appartenant à un des petits cristaux de l'échantillon et faisant avec le faisceau l'angle de Bragg θ. Elle donnera naissance à une figure de diffraction dont la rotation autour de ce faisceau engendrera l'anneau h, k, l. θ étant faible, cette famille de plans réticulaires est presque parallèle au faisceau et la rangée d'atomes qui lui correspond est à peu près perpendiculaire à ce dernier.

Or, on sait qu'une telle rangée engendre des zones de Laue droites équidistantes, qui lui sont perpendiculaires et dont la largeur m est donnée par $m = \frac{2\lambda L}{M_1 a}$, où M_1 et a sont respectivement le nombre et l'équidistance des atomes de la rangée dans le petit cristal considéré (baigné complètement par le faisceau). Si nous supposons que tous les cristaux de la couche sont du même ordre de grandeur, la largeur de l'anneau sera la même que celle de la zone de Laue qui l'a engendré et permettra donc de déterminer le produit $M_1 a = T$ qui n'est autre que la dimension des cristaux dans la direction perpendiculaire au plan h, k, l. Cependant, la détermination de m étant difficile, on préfère mesurer la distance m' entre deux points situés sur le même rayon et ayant pour intensité $\frac{I_m}{2}$, I_m désignant le maximum d'intensité de cette raie (*fig.* 46).

Un calcul très simple [20] montre que

$$m' \# \frac{0.89 \lambda L}{T}.$$

La mesure de m' donne facilement la valeur de T.

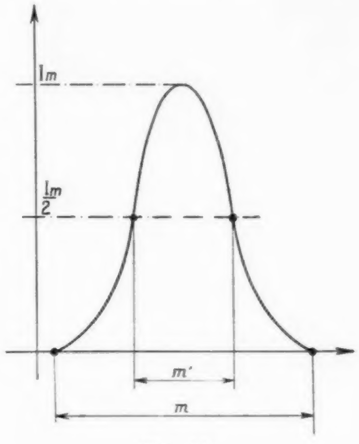


Fig. 46.

Cette méthode est surtout efficace pour la transmission car, dans le cas de la réflexion, l'état géométrique de la surface intervient, comme nous l'avons vu (p. 369), dans la largeur des figures de diffraction. A cette cause d'erreur, s'ajoutent quelquefois celles dues à une mauvaise définition du faisceau ou à son polychromatisme.

Si l'on désigne par m'' la largeur d'une raie pour un cristal de grande dimension vis-à-vis du faisceau, il faut faire intervenir, dans le calcul de T non plus m', mais $m' - m''$ (m'' est une constante de l'appareil).

Lorsque les cristaux atteignent une dimension telle qu'un nombre relativement petit d'entre eux sont touchés par le faisceau, les raies de diffraction se décomposent en taches. On dit qu'elles sont *ponctuées*. Le dépouillement est, dans ce cas, d'autant plus difficile que les raies sont moins continues, c'est-à-dire que les cristaux sont plus gros. Les méthodes appliquées pour les monocristaux sont

également inapplicables puisque leur orientation et leur nombre sont inconnus.

Au contraire, lorsque les cristaux sont très petits, les anneaux deviennent très flous et le diagramme se rapproche de celui d'un corps amorphe ou d'un gaz. Même sous cette forme, il peut encore donner des renseignements très importants sur la constitution de la molécule de l'échantillon. Nous reviendrons plus loin sur cette question (p. 388).

Une autre méthode pour calculer les dimensions des cristaux d'un échantillon polycristallin est l'interprétation des anneaux de diffraction correspondant à des indices fractionnaires et obtenus par transmission à partir d'échantillons dont les cristaux ont une de leurs dimensions très faible (par exemple graphite colloïdal).

Nous avons vu précédemment (p. 358) que l'intensité diffractée par une rangée de M_1 atomes était proportionnelle à $\frac{\sin^2 M_1 h \pi}{\sin^2 h \pi}$ qui est fonction de l'indice h.

En plus de ses maxima principaux qui ont lieu pour h entier et qui ont pour valeur M_1^2, cette fonction possède des maxima secondaires lorsque h diffère d'un nombre entier de $\frac{3}{2M_1}, \frac{5}{2M_1}, \frac{7}{2M_1}, \ldots$.

La figure 4 montre que les maxima secondaires les plus intenses sont ceux qui entourent un maximum principal, c'est-à-dire pour lesquels h diffère d'un entier $\pm \frac{3}{2M_1}$; mais ils ne se distinguent pas du maximum principal si M_1 est grand, puisqu'alors $\frac{3}{2M_1}$ est très petit.

Au contraire, si M_1 est plus faible (inférieur à une dizaine d'unités) leur distance au maximum principal et leur intensité augmentent.

Ils pourront donc être observés sur le cliché et donneront naissance à des figures de diffraction *extra*. Dans un diagramme de corps polycristallin, ce phénomène se traduit par la présence d'anneaux supplémentaires ayant un indice fractionnaire correspondant à la rangée d'atomes de petite dimension, c'est-à-dire à la direction dans laquelle le cristal est très mince.

Si l'on observe par exemple deux raies d'indice $10\frac{8}{3}$ et $10\frac{10}{3}$ entourant la raie normale 103, on peut dire que dans la direction de l'axe **c** du cristal (à laquelle correspond l'indice 3), le nombre d'atomes M_3 est donné par $\frac{3}{2M_3} = \frac{1}{3}$ d'où $M_3 = 4,5$, d'où l'on peut déduire la longueur $T = M_3 c$ du cristal le long de cet axe d'équidistance c.

2. Étude d'un échantillon monocristallin.

Lorsque l'échantillon étudié se présente sous la forme d'un monocristal, les diagrammes obtenus peuvent donner des renseignements sur son réseau, son orientation et quelquefois sa taille.

2.1. Détermination du réseau et de l'orientation d'un monocristal. — Ces deux notions ne peuvent être dissociées car, ou bien l'une sert au calcul de l'autre, ou bien elles sont déterminées du même coup par un seul diagramme.

Dans le cas présent, lorsque l'on opère par réflexion, on a intérêt à ce que la surface examinée soit rugueuse de façon à ne pas diminuer la précision par le fait d'une réfraction à travers la surface du cristal, occasionnée par son potentiel interne (*voir* p. 370).

a. Lorsque l'orientation d'un axe du cristal est connue par rapport au faisceau, la détermination du réseau cristallin est facile puisque le diagramme représente un agrandissement dans le rapport λL du plan du réseau réciproque perpendiculaire au faisceau. La détermination des valeurs des paramètres peut s'effectuer simplement puisque l'équidistance a suivant un axe **a** incliné d'un angle α_0 sur le faisceau, est donnée par $\frac{\lambda L}{a \sin \alpha_0}$ (*voir* p. 359).

b. Inversement, lorsque la structure de l'échantillon est connue, on peut déterminer son orientation à l'aide de la même formule où cette fois-ci α_0 est l'inconnue.

Il est fructueux pour l'interprétation de tous ces diagrammes de monocristaux de passer par le réseau réciproque qui donne une solution rapide et élégante du problème.

Une remarque s'impose : on voit combien le dépouillement d'un diagramme de monocristal obtenu par diffraction des électrons (dans le cas où il n'y a pas réfraction) est beaucoup plus simple que celui du diagramme X du même cristal. On obtient en effet un véritable *agrandissement électronique* du réseau réciproque, qui permet, dans beaucoup de cas simples, de déchiffrer d'un simple coup d'œil le système cristallin.

c. Lorsque ni la structure ni l'orientation ne sont connues, il est conseillé d'utiliser alors la méthode des lignes de Kikuchi (*voir* p. 374). Nous ne reviendrons pas sur cette question déjà vue en détail. Ajoutons simplement que la technique à utiliser pour obtenir ces diagrammes est la suivante : il faut utiliser un cristal dépourvu de distorsion et

le disposer dans un appareil dont la géométrie permette d'enregistrer sur le film des rayons diffractés dont les angles avec le faisceau direct peuvent atteindre 30°, puisque les lignes de Kikuchi sont visibles dans les régions assez éloignées du centre.

Il sera également intéressant de placer le monocristal à étudier sur un porte-échantillon tournant et muni d'un goniomètre : de cette façon pour la transmission, on pourra, après avoir amené la face à étudier perpendiculaire au faisceau, la faire tourner autour d'un axe passant par son plan et examiner le déplacement des taches ou des lignes sur l'écran.

De même, en réflexion, on amènera cette face presque parallèle au faisceau et l'on pourra la faire tourner dans son plan et suivre la transformation des figures de diffraction.

Pratiquement, nous avons pu, de cette façon, simplement, en observant sur l'écran le déplacement des lignes de Kikuchi, régler l'orientation d'un cristal de fluorine (*fig.* 47).

2.2. Détermination par transmission de l'épaisseur d'un film monocristallin. — Deux des dimensions du cristal sont généralement grandes vis-à-vis de celles du faisceau. Il reste donc à mesurer son épaisseur.

Nous parlerons plus loin des résultats que peut donner la méthode par réflexion pour cette détermination. Elle s'adapte aussi aux films microcristallins et c'est pourquoi nous avons pensé qu'il serait plus logique d'en faire un chapitre distinct.

Reste la transmission : l'augmentation de l'épaisseur du cristal entraîne la diminution de la largeur des zones de Laue circulaires (*voir* p. 360), nous utiliserons cette propriété, appliquée en particulier à la zone d'ordre zéro, c'est-à-dire celle qui s'étend depuis le centre du cliché jusqu'au premier minimum de la fonction $I(h)$, minimum qui a lieu pour $h = \frac{1}{M_1}$.

Le rayon de cette zone est donc égal à

$$R_0 = L\sqrt{\frac{2\lambda}{M_1 a}},$$

où M_1 est le nombre d'atomes de la rangée parallèle au faisceau et a, leur équidistance.

On voit tout de suite que la connaissance de R_0, L et λ entraînera celle de $M_1 a$, c'est-à-dire justement de l'épaisseur du cristal.

On peut également évaluer qualitativement l'épaisseur d'un cristal par transmission grâce à l'aspect du cliché, puisqu'on a vu que les taches disparaissaient au fur et à mesure que l'épaisseur du cristal augmentait. Notons simplement qu'un cliché comme celui représenté sur la figure 30 correspond à une feuille cristalline d'une centaine d'angstrœms d'épaisseur.

2.3. Détermination du potentiel interne d'un monocristal. — Ce problème, qui sort un peu des limites que nous nous étions fixées dans cet exposé, peut, comme on l'a vu, être résolu par la diffraction des électrons.

Il faut alors opérer par réflexion et préparer l'échantillon de façon que la surface touchée par le faisceau soit la plus plane possible : face fraîchement clivée (ou même clivée sous vide pour éviter, dans certains cas, des oxydations), ou encore face polie électrolytiquement.



Fig. 47.

Le polissage mécanique en créant sur certaines surfaces une couche amorphe n'est pas recommandé.

On a intérêt également à opérer sur un corps de structure connue et orienté de façon que le faisceau soit perpendiculaire à un plan d'indices simples. De cette façon, le diagramme sera facile à étudier, puisque l'on pourra prévoir les emplacements qu'occuperaient les taches s'il n'y avait eu réfraction. L'interprétation se fait comme il a été dit plus haut en utilisant les abaques $R^2 = f(V_0)$ (*voir* p. 371).

3. **Mesures des épaisseurs des films minces ou couches superficielles.**

La méthode est valable dans le cas de la réflexion et est basée sur le principe suivant :

Si la couche est complètement traversée par les

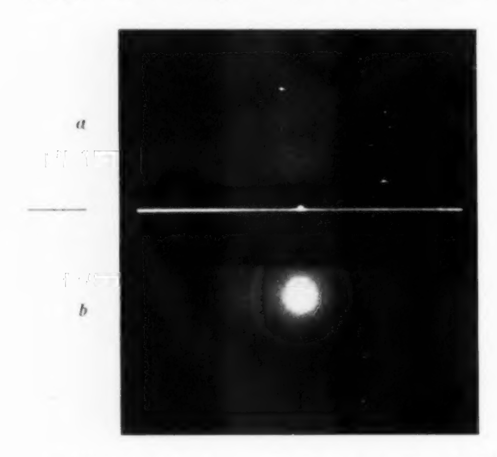
électrons et que le diagramme du support apparaisse, on peut déterminer la limite supérieure de l'épaisseur de la couche si l'on connaît la distance à laquelle ont pénétré les électrons.

Le calcul de cette distance est délicat et M. H. Raether [18] a exposé il y a peu de temps une méthode pour sa détermination qui tient compte de la géométrie de la surface.

Il ressort de cette étude que la couche la plus mince que puisse déceler un diagramme de diffraction d'électrons a une épaisseur inférieure à 15 Å pour un nombre atomique $Z = 20$ et une surface bien plane. La sensibilité de la méthode est d'autant plus grande que la surface est plus lisse puisque, pour une épaisseur donnée de la couche, les électrons devront parcourir un chemin d'autant plus grand pour atteindre le support.

4. Étude des gaz.

Nous avons, jusqu'à présent, étudié la diffraction d'un faisceau d'électrons par un cristal de grandes dimensions, puis par un assemblage de petits cristaux; supposons maintenant que leur taille diminue encore : on est en présence d'un corps très finement



a, diagramme de verre; *b*, diagramme d'oxyde de zinc.

Fig. 48.

cristallisé, puis d'un corps amorphe dont le comportement dans la diffraction électronique est le même que celui d'un liquide. La largeur des anneaux de diffraction, qui augmente en même temps que la taille des cristaux diminue, est alors telle que l'on observe simplement des maxima et des minima très larges et très peu prononcés. La figure 48 représente, par exemple, le diagramme obtenu avec un échantillon de verre. Enfin, dans un gaz non monoatomique, les molécules sont en complet désordre les unes par rapport aux autres, mais contiennent encore un arrangement régulier de leurs atomes. La diffraction électronique permet de déterminer cet

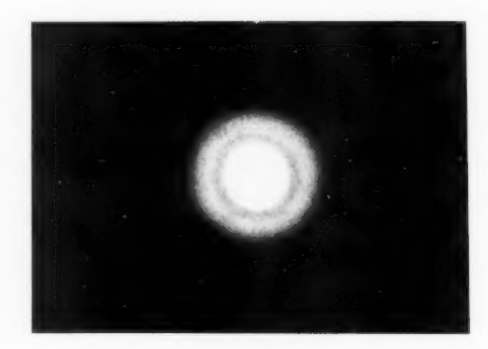


Fig. 49.

arrangement et une publication récente dans *Acta cristallographica* [19] a donné les résultats obtenus pour 500 molécules gazeuses. Comme exemple, la figure 49 représente le diagramme obtenu avec du tétrachlorure de carbone gazeux.

Nous nous contenterons simplement ici d'exposer le principe de la méthode : en se basant sur les propriétés chimiques et physiques du gaz à étudier, on fait une hypothèse sur la structure de la molécule et sur la distance l' entre deux atomes de celle-ci, puis, en partant de cette hypothèse, on calcule, au moyen de la formule donnant l'intensité I diffusée par un gaz [20], le diagramme obtenu par diffraction d'électrons. Si l'aspect de ce diagramme théorique rappelle celui du cliché obtenu, la structure choisie est correcte; il reste ensuite à déterminer la distance réelle l entre deux atomes. Pour cela, on mesure l'abscisse s'_n du $n^{\text{ième}}$ maximum de la courbe théorique, exprimée en fonction de $s = \frac{\sin \theta}{\lambda}$. Le maximum correspondant sur le cliché aura une abscisse s_n; or, l'intensité est fonction seulement du produit sl. Donc

$$s'_n\, l' = l\, s_n.$$

On a donc

$$l = \frac{s'_n\, l'}{s_n},$$

et, de même pour les autres maxima, ce qui augmente la précision de la méthode puisque l'on a autant d'équations que de maxima pour déterminer la même quantité l.

Si la similitude d'aspect entre le cliché et le diagramme théorique n'est pas observée, on *essaye* un autre *modèle* de molécule. S'il y a doute, le modèle choisi sera celui qui donnera, pour les différents maxima, les valeurs de l les plus cohérentes.

L'inconvénient de ce système est que la courbe d'intensité ne présente pas de maxima réels, mais seulement des maxima apparents : elle a la forme indiquée sur la figure 50 qui représente la courbe d'intensité du diagramme de CCl_4; il est très difficile de mesurer les abscisses de ses maxima avec précision.

D'autres méthodes ont été imaginées pour remédier à cet inconvénient. Citons, en particulier, la méthode qui consiste à interposer entre l'échantillon et le film un écran muni d'un orifice ayant la forme approximative d'un secteur et tournant pendant la pose du cliché autour du faisceau direct. La forme du secteur est déterminée de façon que l'intensité en un point du cliché soit proportionnelle à $s^3 I$: de cette façon, la courbe d'intensité sera moins décroissante avec l'angle θ et des maxima et minima nets pourront être observés [21, 22, 23]. La précision du calcul de l augmentera.

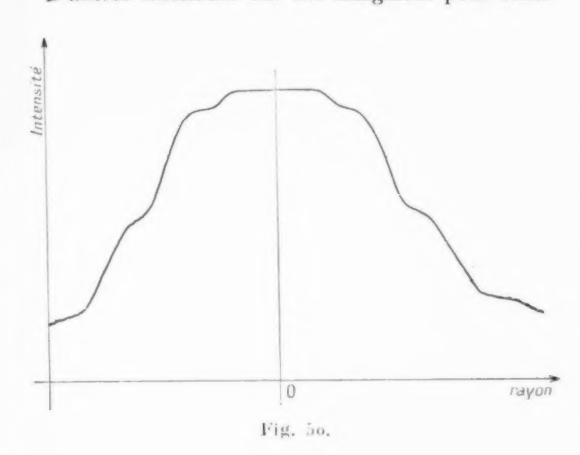


Fig. 50.

On peut également utiliser la méthode de M. Rouault [24] qui permet de déterminer la structure de la molécule sans hypothèse préalable.

CONCLUSION.

Nous avons examiné rapidement ce qu'il était possible d'attendre de la diffraction des électrons appliquée à la Cristallographie.

Il resterait encore beaucoup de choses à en dire. Notons simplement que cette technique relativement récente a déjà donné beaucoup de preuves de son efficience dans l'étude de problèmes très divers.

Des points particuliers sont encore à régler : diffraction des électrons lents, intensité diffusée aux angles très faibles, etc.

L'évolution de cette méthode d'analyse est loin d'être terminée et son champ d'applications est vaste.

Le but de cet exposé aura été atteint si l'on a pu montrer, de façon d'ailleurs incomplète, comment utiliser les diagrammes de diffraction électronique pour résoudre certains problèmes posés très fréquemment aux chercheurs et aux industriels.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] M. Ponte, *Annales de Physique*, t. 13, 1930, p. 395.

[2] M. Rouault, *Annales de Physique*, 2e série, t. 14, 1940, p. 78.

[3] A. Guinier, *Radiocristallographie*, 1945, p. 229.

[4] G. I. Finch, *La diffraction des électrons et la structure des surfaces*, 1937-1938, p. 11.

[5] G. I. Finch, *Ibid.*, p. 72 et 33.

[6] A. Guinier, *Radiocristallographie*, 1945, p. 45 et 55.

[7] A. Guinier, *Ibid.*, p. 56.

[8] J. J. Trillat et Barraud, *Bull. Soc. franç. Électr.*, t. 8, 1948, p. 58.

[9] J. Devaux et H. Bilde, *C. R. Acad. Sc.*, t. 221, 1945, p. 493-495.

[10] J. Jacquet, *C. R. Acad. Sc.*, t. 201, 1935, p. 1473 et *Le polissage électrolytique des surfaces métalliques et ses applications*, Saint-Germain, 1947.

[11] H. Wilman, *The interpretation and application of electron-diffraction « Kikuchi-Line » Patterns* (*Proc. Phys. Soc.*, t. 56, 1948, p. 5).

[12] Hanawalt, Rinn et Frevel, *Indus. and Eng. Chemistry*, t. 10, 1938, p. 457; *Alphabetical index of X-ray diffraction Patterns* (*Am. Cer. Sty Fortesting materials*, 1945).

[13] W. P. Davey, *A study of cristal structure and its application*, Mc Graw Hill, Book Comp., New-York, 1934, p. 596-605.

[14] *Strukturbericht* (supplément au *Zeitschrift für Kristallographie*, Leipzig).

[15] *Acta cristallographica* (published for the international Union for cristallography by the Cambridge University Press).

[16] G. I. FINCH, *La diffraction des électrons et la structure des surfaces*, 1937-1938, p. 60-89.

[17] G. I. FINCH, *Ibid.*, p. 57.

[18] RAETHER, *Recherche aéronautique*, nº 15, 1950, p. 45.

[19] *Acta Cristallographica*, t. 3, 1950, p. 46.

[20] M. ROUAULT, *Annales de Physique*, série II, t. 14, 1940, p. 91.

[21] S. H. BAUER, *An evaluation of the sector technique as applied to the diffraction of electrons by gases* (*Cornell University Ithaca*, New-York).

[22] H. J. YERIAN, *A new-electron diffraction camera for molecular structure investigation* (*Purdue University*).

[23] P. P. DEBYE, *Phys. Z.*, t. 40, 1939, p. 66.

[24] M. ROUAULT, *Annales de Physique*, série II, t. 14, 1940, p. 78.

QUELQUES CONSIDÉRATIONS SUR LES CONDENSATEURS DE PUISSANCE A DIÉLECTRIQUE CÉRAMIQUE

Par J. PEYSSOU,

Département Recherches « Physico-Chimiques »
du Centre de Recherches Techniques de la Compagnie Générale de T. S. F.

SOMMAIRE. — *L'auteur expose les idées générales qui ont conduit à adopter les formes classiques de condensateurs assiettes et pots. Il montre l'importance de la connaissance des valeurs maxima des diverses tensions applicables entre les armatures. Il étudie les phénomènes d'échauffement en service et plus particulièrement l'échauffement par effet Joule dans les armatures. Cet échauffement est efficacement combattu par une forme convenable des électrodes d'amenée de courant. L'auteur termine par la description sommaire des montages servant à la mesure des puissances réactives maxima et de l'intensité H. F. maxima applicables à ces condensateurs.* (C. D. U. 621.315.612.)

SUMMARY. — *The author presents the general ideas which led to adopting the classical form of dishes and pots condensers. He shows the importance of the knowledge of the maximum values of the various voltages that coulde be applied across the plates. He studies the heating phenomena in operation and especially the heating by Joule effect in the plates. This heating is effectively counteracted by a correct form of the current input electrodes. The author ends by the brief description of the realization serving for the measure of maximum H.F. intensity applicable to these condensers.* (U. C. D. 621.315.612.)

1. **Introduction**.

On convient d'appeler « condensateur de puissance » un condensateur dont la puissance réactive maximum, qu'il peut supporter indéfiniment sans risque de détérioration, est supérieure à 1 kVA. Rappelons que l'expression de cette puissance est représentée par la formule

$$P = CV^2 2\pi f.$$

De tels condensateurs, soumis à de fortes tensions alternatives, sont le siège de dégagements de chaleur non négligeables. Ils sont généralement de grandes dimensions (de quelques centimètres à quelques décimètres de dimension moyenne), munis de connexions dont le périmètre de la section est grand (plusieurs centimètres). Comme diélectrique, on utilise le papier imprégné, le mica, l'air (comprimé ou à la pression atmosphérique), le vide, les matériaux céramiques.

Ces derniers présentent de gros avantages techniques liés à la nature même des céramiques :

Ces condensateurs, de grande stabilité électrique et mécanique, d'encombrement réduit, sont d'une exécution facile, entraînant un bas prix de revient. De très faibles pertes, ils sont susceptibles d'être utilisés dans tous les types de circuits.

Nous nous proposons d'en examiner quelques aspects particuliers, concernant spécialement la détermination de leur forme et dimensions et le contrôle de quelques-unes de leurs propriétés électriques.

2. **Les matériaux**.

D'une manière élémentaire, un tel condensateur est constitué d'un diélectrique céramique, de dimensions transversales grandes vis-à-vis de l'épaisseur, dont les deux faces opposées sont métallisées par application d'une peinture à base d'argent et munies de lames minces de cuivre, soudées directement sur les armatures, jouant le rôle de connexions.

A. LE DIÉLECTRIQUE.

La céramique est obtenue par cuisson à haute température (de 1300° C à 1400° C) d'une pièce au

préalable mise en forme. La pièce crue est formée d'un mélange d'oxyde de titane, et d'oxydes de baryum, strontium, magnésium, etc., dont les proportions communiqueront au diélectrique ses caractéristiques. Au mélange d'oxydes est ajouté un plastifiant dont le rôle est de faciliter la mise en forme. Ce plastifiant est un produit naturel (argile) ou organique de synthèse, ou un mélange des deux. La mise en forme s'opère selon le cas, par tournage, par calibrage, par pressage et tournasage, par pressage seul (1) et (2).

On conçoit que le nombre de variables, entrant dans la composition initiale, soit le déterminant principal des caractéristiques diélectriques : constante diélectrique K, coefficient de température $\alpha = \frac{1}{K}\frac{dK}{dt}$ (exprimé en général en 10^{-6}), rigidité diélectrique, angle de pertes ($\operatorname{tg}\delta$ exprimé en 10^{-4}). La capacité lors de la mise en forme et le mode de cuisson (température de pointe ou de palier, longueur du palier, vitesse de chauffe, etc.) jouent un rôle particulier dans la conduite des réactions solides entre oxydes, et l'apparition, le cas échéant, de phases vitreuses. Leur influence est caractérisée surtout par la disparition de toute porosité du matériau, avec, comme conséquence, la stabilité des faibles angles de pertes vis-à-vis des variations de l'hygrométricité de l'atmosphère ambiante. De même, la formation bien définie des composés vitreux ou cristallins est la condition essentielle de la reproductibilité des dimensions (retrait à la cuisson toujours identique). C'est le facteur essentiel du groupement des capacités terminées autour d'une valeur moyenne (avec une tolérance de ± 10 % à ± 20 % selon les matériaux).

Un ajustage ultérieur de la capacité, par usinage de la céramique cuite n'est pas recommandé. Outre les difficultés de réalisation (matériaux extrêmement durs), on introduirait par destruction de la couche voisine de la surface, mieux vitrifiée que le cœur, un risque plus grand de porosité, ainsi que l'apparition d'amorces de fêlure.

Le tableau ci-joint (*fig.* 1) donne la liste des principaux diélectriques céramiques ainsi que leurs caractéristiques.

On remarquera que le coefficient de température peut être négatif, ce qui présente des avantages dans le cas de la stabilisation des circuits oscillants, les coefficients de température des selfs étant généralement positifs.

Les meilleures stabilisations de circuit sont obtenues par les coefficients de température de 0 à -150.10^{-6}. C'est avec les pâtes correspondantes, à constante diélectriquement faible, que l'on exécutera les capacités inférieures à 300 pF par exemple.

Dénomination.	Composants de base.	Constante diélectrique.	Coefficient de température.	Angles de pertes. à 1 MC.	Observations.
Stéatite, Fréquenta, Calit, S68[1].	Silicate de magnésium	6	-100 à $+150.10^{-6}$	1 à 8.10^{-4}	Condensateurs de faible capacité
T. M. P. 15[1], Tempa, Diacond.	Titanate de magnésium	15	-100 à $+150.10^{-6}$	1 à 2.10^{-4}	Condensateurs de faible capacité
T. M. 20[1]	Titanate de magnésium et de calcium	20	0 à -60.10^{-6}	1 à 5.10^{-4}	Condensateurs à coefficient de température nul ou faiblement négatif
T. Z. 32[1]	Oxyde de titane et zircone	30	0 à -100.10^{-6}	1 à 5.10^{-4}	
T. A. 65[1], T. 80[1], Condensa C...	Oxyde de titane	70 à 90	-750 à -150.10^{-6}	3 à 10.10^{-4}	Grandes capacités

Fig. 1. — Principaux diélectriques céramiques et leurs propriétés. (1) Dénomination L. C. C.

B. La métallisation.

La métallisation des armatures est obtenue par application d'un mélange d'argent en poudre, d'oxyde d'argent, d'émail minéral et d'un liant organique.

C. Les connexions.

Les connexions sont réalisées en bandes de cuivre recuit de largeur de 10 à 25 mm selon l'intensité maxima à conduire, d'épaisseur 5/10 à 10/10 de mm selon la résistance mécanique.

Le cuivre est recouvert d'un métal protecteur (argent, cadmium, étain) également destiné à faciliter les soudures.

La soudure des connexions sur les armatures est une opération extrêmement délicate. En plus d'une dissolution possible de la couche argentique dans la soudure fondue, il est nécessaire d'éviter tout risque de fêlure par choc thermique (contact brutal d'un fer chaud ou d'un courant froid). Cependant, grâce à des dispositions spéciales du pied des connexions (pied replié *fig.* 2), interpositions de grille, etc., il est courant d'obtenir des soudures

résistant à des efforts de traction normaux à la surface, de 30 à 100 kg/cm² de surface soudée.

La forme des connexions sera étudiée plus loin.

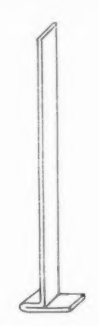


Fig. 2. — Connexion en forme de bande répartissant les efforts de traction sur toute la surface de soudure du pied.

On y verra comment il est possible d'allier simultanément les propriétés de bonne tenue mécanique, de bonne répartition des courants H.F. dans les armatures et les commodités de montage.

3. **Détermination de la forme et des dimensions d'un diélectrique de condensateur de puissance, en fonction des performances à tenir.**

L'établissement d'un projet de condensateur doit se faire en tenant compte de deux éléments essentiels :

a. Le point de vue du fabricant, du céramiste d'une façon plus particulière. Le façonnier du diélectrique proposera des pièces de révolution, d'à peu près égale épaisseur partout, de formes simples, que la longue expérience des artisans porcelainiers, ses ancêtres, lui ont léguée. Ces pièces seront dérivées des formes plates (assiettes), ou des formes creuses (vases, pots). Leurs dimensions maxima seront fonction de la plasticité des pâtes, de la puissance des moyens de mise en forme, de l'homogénéité de température des fours de cuisson.

b. Le point de vue de l'utilisateur se résume en cette phrase : performances maxima, dans l'encombrement minimum, au meilleur prix possible.

Que demande-t-il ?

— Une capacité donnée : ce sera une question de dimensions en rapport avec la constante diélectrique.

— Un angle de pertes minimum : c'est une question de mise au point de constituants céramiques et de cuisson convenable. Nous n'en parlerons pas.

— Une tension de service donnée, avec un coefficient de sécurité suffisant. C'est une question de dimensions et de profils.

— Une puissance H.F. et une intensité admissible élevée. Ce sera, tout au moins pour les fréquences élevées, une question de formes et de dimensions des connexions.

Nous allons examiner successivement ces divers éléments en nous attachant plus particulièrement dans un autre chapitre à l'aspect « puissance réactive » et « intensité admissible maximum ».

A. Les formes classiques des condensateurs de puissance.

Essentiellement dérivées des formes « tournées », elles ont une allure générale plane ou creuse, mais toujours de révolution.

— La forme plane la plus simple est le disque circulaire plan, métallisé sur ses deux faces. Afin d'augmenter les lignes de fuites entre armatures, formons un double rebord : nous obtenons ainsi la forme classique du condensateur « assiette » (*fig.* 3 et *fig.* 4). On remarquera sur la figure 3 l'épaisseur de la céramique à peu près égale partout (toile centrale et épaisseur des ailes des rebords), ce qui

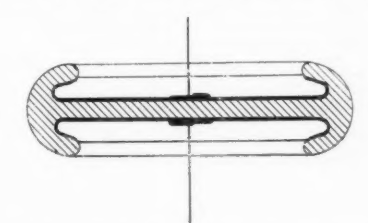


Fig. 3. — Coupe d'un condensateur assiette.

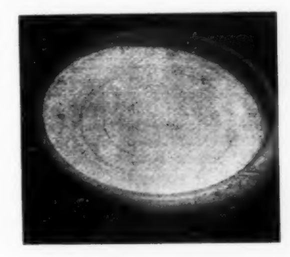


Fig. 4. — Diélectrique de condensateur assiette.

est très favorable à l'obtention de pièces dépourvues de tensions mécaniques internes.

— Dans quelques montages particuliers, on a désiré des « assiettes à trou central ». La toile est annulaire et munie de deux rebords, l'un à l'intérieur,

l'autre à l'extérieur (*fig.* 5). Les épaisseurs inégales de la toile et des rebords créent des tensions internes et la pièce est extrêmement fragile aux chocs méca-

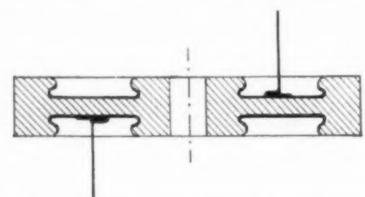


Fig. 5. — Coupe d'une assiette à trou central.

niques, et également aux chocs thermiques. De plus, le « rendement céramique », rapport de la masse de la toile à la masse totale du condensateur, est faible.

— La forme creuse la plus simple, dérivée du



Fig. 6. — Diélectrique de condensateur pot.

vase, est celle d'un cylindre circulaire coiffé d'une calotte hémisphérique. Comme pour les assiettes, la tranche est munie d'un rebord. C'est la forme « pot », métallisée intérieurement et extérieurement (*fig.* 6). Pour cette forme, en remarquant que l'on

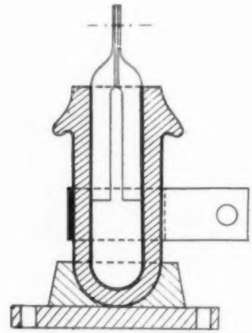


Fig. 7. — Coupe d'un pot muni de ses connexions et de son socle.

peut, théoriquement du moins, allonger indéfiniment le cylindre, sans changer les diamètres, on conçoit que le rendement céramique soit le meilleur.

Parfois, la base du pot est collée dans le creux d'un socle métallique ou en stéatite (*fig.* 7).

— Une forme apparentée au pot est la forme « tube », cylindre circulaire creux, à double rebord, commode à utiliser dans le montage des condensateurs de traversée (*fig.* 8). D'un rendement céramique moindre que le pot, il est cependant facile à mettre en forme par tournasage en cru d'un cylindre plein filé à la presse.

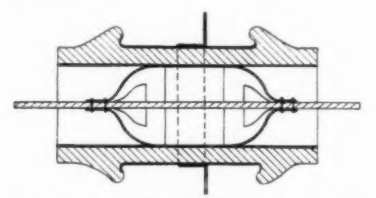


Fig. 8. — Coupe d'un condensateur tube monté en condensateur de traversée (By-Pass).

B. Les dimensions et la capacité.

Le choix de la forme étant fait, restent à trouver les dimensions. Nous donnant une surface et une épaisseur *a priori* convenables, selon un ensemble dimensionnel suffisamment orthodoxe aux yeux d'un céramiste habitué à la plasticité de ses pâtes, la capacité se calcule par la formule classique :

$$C = \frac{KS}{0{,}9 . 4\pi . e} \text{ pF},$$

même dans le cas d'un condensateur pot ou tube, car l'épaisseur du diélectrique reste toujours faible vis-à-vis des autres dimensions. La surface S est, dans ce dernier cas, la surface moyenne calculée à mi-épaisseur.

Il semble donc facile, e étant déterminé par des questions de rigidité diélectrique comme il sera vu plus loin, de déterminer S pour chaque capacité voulue.

En réalité, il en est autrement. Un calcul de e, juste suffisant pour tenir la tension, conduirait à des valeurs de S extrêmement dispersées, autant que de capacités à construire. Il en découlerait une extraordinaire diversité de l'outillage de mise en forme. Aussi est-il plus rationnel de se donner, au contraire, dans chaque type de condensateur, quatre ou cinq dimensions extérieures normalisées, et de jouer légèrement sur l'épaisseur pour obtenir la capacité désirée. Il s'ensuit que, pour un même modèle, l'épaisseur diminuant quand la capacité croît, les tensions applicables diminuent elles aussi. D'autre part, à épaisseur égale, donc à tension applicable égale, la capacité croît avec les dimensions du modèle.

Les tableaux figure 9 et figure 10 illustrent ces résultats.

Pot P. 30/50.
Hauteur totale = 50 mm,
⌀ moyen du corps = 30 mm.

Capacité.	Tension d'essai (V_{eff}).	Tension de crête absolue.
160-300 pF	10 000 V	7 500 V
300-500 pF	7 500 V	5 000 V

Fig. 9. — La tension d'essai décroît quand la capacité croît (même modèle de condensateur pot : Pot P. 30/50).

Capacités des condensateurs pots en fonction des dimensions.

Diamètre du corps.	Hauteur totale.	Capacités.
20 mm	50 mm	de 160 à 500 pF
30 mm	90 mm	de 500 à 1 200 pF
45 mm	105 mm	de 900 à 2 000 pF

Fig. 10. — La capacité croît avec les dimensions (pour une même épaisseur moyenne).

C. Les dimensions et les tensions applicables.

Nous allons essayer de définir les diverses formes de tensions sous lesquelles peut travailler un condensateur.

La tension maxima est une notion en réalité assez complexe, qui repose sur la définition de la « rigidité diélectrique ». On appelle ainsi la tension maxima, en volts efficaces, par millimètre d'épaisseur, que supporte un échantillon de forme spéciale (*fig.* 11)

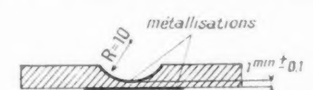


Fig. 11. — Éprouvette d'essai de rigidité diélectrique.

lorsque la tension (fréquence 50 c : s) croît régulièrement entre les armatures à raison de 1000 V_{eff} par seconde. C'est une caractéristique propre au matériau diélectrique.

Un tel essai, exécuté sur les céramiques classiques, donne une valeur supérieure à

$$V_{eff\,max} = 6\,000 \text{ à } 7\,000 \text{ V : mm},$$

correspondant à une tension de crête ou à une tension continue de 9 000 à 10 000 V : mm.

Un essai à tension croissante, exécuté sur un condensateur terminé, conduit en général à une tension de claquage plus faible que ne l'indique le paramètre rigidité diélectrique. C'est qu'il existe, dans toute la surface de la toile, peut-être une ou deux impuretés ou bulles d'air, chemin idéal pour l'étincelle de claquage. On tient compte de l'existence possible d'hétérogénéités dans le diélectrique par le choix d'une tension, base de calcul, en V_{eff} : mm inférieure à la valeur de la rigidité diélectrique propre. On calculera par exemple les épaisseurs sur la base de 3 500 V : mm (premier coefficient de sécurité de 2).

Cette tension, multipliée par l'épaisseur du diélectrique, détermine la *Tension efficace d'essai* sous laquelle sera contrôlé le condensateur, pendant une durée déterminée, par exemple de une minute.

— Soit un condensateur ainsi calculé. L'expérience montre que la *Tension continue essai*, sous laquelle le contrôle peut aussi être exécuté, est effectivement, comme on pourrait le supposer, égale à la tension efficace d'essai $\times \sqrt{2}$.

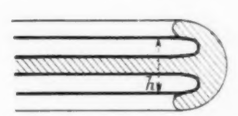


Fig. 12. — Coupe d'un rebord de condensateur assiette.

Nous proposons ensuite, conformément aux normes en vigueur (3), que la *Tension de crête absolue* en service soit *la moitié* seulement de la tension continue essai, soit encore,

$$V \text{ de crête absolue} = \frac{V \text{ efficace d'essai}}{\sqrt{2}}.$$

Le choix correspond en somme à un coefficient de sécurité total de 4.

Supposons maintenant qu'en fonctionnement le condensateur doive supporter une tension H. F. pure. On constate alors la naissance d'effluves, tout au long de la limite des métallisations, pour des tensions de crête parfois inférieures à la tension de crête absolue. On remédie au mieux à ce défaut en retournant l'armature sur elle-même, par argenture complète de l'intérieur du rebord (*fig.* 12). Même dans ce cas, il faudra prévoir une *Tension de crête H.F. service* (pour 1 Mc : s par exemple) égale à seulement une fraction de la tension de crête absolue. Dans le cas de la superposition d'une tension continue et d'une tension H. F., la « tension de crête service » est toujours inférieure (ou égale) à la « tension de crête absolue ».

Empiriquement, si la tension à appliquer est de la forme

$$V = V_{cont} + V_{crête\ H.F.},$$

la tension de crête service est donnée par la formule

$$V_{\text{crête service}} = V_{\text{crête absolue}} \left(1 - \frac{K I_{\text{H.F.}}}{I_{\text{H.F.}} + I_{\text{c nt}}}\right),$$

où K est de l'ordre de 1/2 à 1/3 selon la qualité de la fabrication.

1. La notion de puissance réactive maximum d'un condensateur. Sa relation avec les dimensions.

L'expérience montre qu'un condensateur en fonctionnement s'échauffe, et cela sous deux causes différentes :

1° Une puissance d'échauffement par pertes diélectriques, proportionnelle à la puissance réactive appliquée.

2° Une puissance d'échauffement par effet Joule dans les armatures, importante dès que l'intensité H. F. est notable : c'est le cas du fonctionnement aux fréquences élevées (> 20 Mc : sec). Nous allons examiner successivement ces deux points.

A. Les dimensions et la puissance réactive maximum admissible (échauffement par pertes diélectriques seules).

Nous supposons que la fréquence de travail est suffisamment basse pour que l'échauffement des armatures par effet Joule soit négligeable. Nous supposons aussi que la tension de crête service n'est jamais dépassée.

Le diélectrique n'est pas parfait. Cela se traduit par l'existence d'un *angle de pertes* (conductibilité ohmique, hystérésis diélectrique, etc.).

Un condensateur soumis à la tension efficace H. F : V_{eff}, transforme en chaleur une puissance :

$$W = C V_{\text{eff}}^2 \omega \operatorname{tg} \delta.$$

Comme ordre de grandeur, précisons qu'une capacité de 1000 pF, soumise à une tension de 2 000 V_{eff}, à 1 Mc : s, supporte une puissance réactive de 25 kVA, et transforme en chaleur une puissance de 12,5 W pour un angle de pertes de 5.10^{-4}.

D'après la formule précédente, on remarquera que cet échauffement croît, à tension égale, comme la fréquence.

Pour raisonner ainsi, nous supposons tg δ indépendant de la fréquence, ce qui est en général réalisé entre 100 Kc : s et 10 Mc : s, avec légère tendance à croître au delà de ces limites.

On diminue cet échauffement en améliorant le plus possible l'angle de pertes par un choix judicieux du diélectrique et une cuisson parfaite. On améliorera encore la lutte contre la porosité, en recouvrant d'émail très résistant aux agents atmosphériques le rebord du diélectrique entre armatures, et en recouvrant celles-ci d'une peinture organique hydrophobe telle qu'une peinture du vernis à base de silicones.

Quoi qu'il en soit, les pertes existent. Sous leur effet, la température du condensateur en fonctionnement croît progressivement. Elle atteint un équilibre au bout d'un temps plus ou moins long (de l'ordre de 1 h), au cours duquel la chaleur perdue par rayonnement ou convection égale la puissance apportée par effet diélectrique. Toutefois une

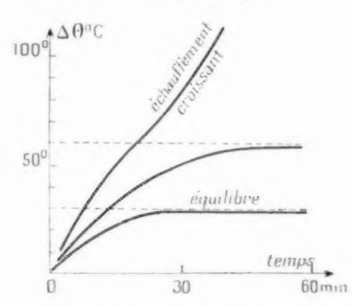


Fig. 13. — Courbes d'échauffement en fonction du temps pour des puissances croissantes.

remarque s'impose : l'observation montre que les angles de pertes croissent avec la température. Il s'ensuit qu'à mesure que la température croît, l'apport de chaleur par seconde croît aussi, de même d'ailleurs que la perte de chaleur, et selon la prépondérance de l'un ou l'autre effet, on aura équilibre ou ascension constante de la température (*fig.* 13). Dans le cas des matériaux usuels, on admettra par exemple, avec une sécurité totale de fonctionnement, un échauffement de 30° C au-dessus de l'ambiante; il est même possible, dans de nombreux cas, de travailler avec un échauffement de 60° C au-dessus de l'ambiante (température de fonctionnement de 80°-90°). Un échauffement de 100° C risque d'être dangereux et doit être prohibé.

Nous verrons plus loin comment on détermine expérimentalement la puissance réactive maximum correspondante.

Du point de vue dimensionnel, il faut remarquer, à titre simplement comparatif, que, de deux condensateurs de même capacité, travaillant sous la même puissance, celui, dont la surface de refroidissement est la plus grande, se refroidira davantage, ou encore supportera une puissance plus élevée à échauffement égal.

Les condensateurs de grande puissance seront volumineux. Les formes assiettes seront, à ce point de vue là, à préférer aux formes pots.

De même, pour une même forme, la puissance réactive croît avec les dimensions.

Le tableau de la figure 14 permet la comparaison entre diverses formes de condensateurs pour une capacité de 1000 pF.

Modèle ([1]).	P. 45/90.	P. 65/90.	A. 130.	A. 160.
Forme	Pot	Pot	Assiette	Assiette
Hauteur	90 mm	90 mm	—	—
Diamètre du corps	30	45	—	—
Diamètre hors tout	45	65	130 mm	160 mm
Capacité	1000 pF	1000 pF	1000 pF	1000 pF
Puissance réactive maximum	7,5 KVAr	10 KAVr	10 KVAr	12 KVAr

([1]) Appellation L. C. C.

Fig. 14. — Puissances réactives de quelques condensateurs.

B. Les dimensions et les formes de connexions, en rapport avec les phénomènes d'échauffement par effet Joule dans les armatures.

Il est apparu, au cours de diverses observations sur le comportement de condensateurs de fabrication ancienne, que, lorsque la fréquence dépassait 10 à 20 Mc : s, les échauffements étaient plus considérables que ce qu'il était possible de prévoir à partir de considérations purement diélectriques.

A la Section Mesures du Laboratoire de Recherches Physico-Chimiques de la Compagnie Générale de T. S. F. (Service verrerie-céramique), nous avons été conduits à attribuer cet effet à la résistance ohmique des armatures.

Par suite, nous avons dû étudier les diverses répartitions superficielles de courant et nous avons proposé de meilleures formes de connexions satisfaisant aux conditions de dégagement de chaleur minimum. Nous avons examiné le cas des armatures circulaires planes (assiettes), puis le cas des armatures cylindriques (pots, tubes).

a. Mise en évidence de la résistance de la couche argentique. — La résistance de cette couche provient d'une part, de l'hétérogénéité du produit et, d'autre part, du fait que, par effet pelliculaire, les courants se localisent à l'intersurface diélectrique-armature. Dans cette couche, l'hétérogénéité est accentuée par la structure discontinue de la céramique elle-même. Au delà d'une certaine épaisseur de la couche conductrice, toute augmentation d'épaisseur n'améliore plus la conduction.

On se rend extrêmement bien compte de la résistance ohmique des couches en métallisant l'extérieur d'un tube de céramique, et en insérant un tel conducteur dans un circuit oscillant en fonctionnement. Un thermomètre à alcool glissé à l'intérieur du tube, permet de repérer la température. La chute de tension aux bornes et l'intensité permettent de déterminer la résistivité superficielle de la couche. Cet appareillage sert à l'étude des compositions argentiques. A titre d'exemple, la résistivité d'une métallisation classique à deux couches est de l'ordre de quelques millièmes d'ohm : cm : cm. C'est une résistivité superficielle.

b. Étude de la répartition des courants. Cas d'une armature plane circulaire. — La puissance calorifique ayant la forme RI^2, il est nécessaire de con-

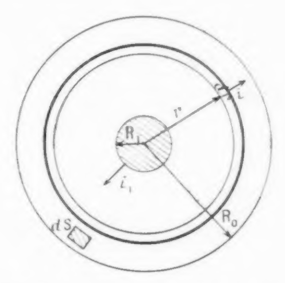


Fig. 15. — Répartition du courant : électrode centrale.

naître en chaque centimètre carré de surface d'armature, la valeur de l'intensité efficace I. La direction du vecteur intensité dépend de la géométrie de l'armature. L'intensité I dépend de la grandeur de la capacité desservie par un même « canal de force », comme il est expliqué par les calculs suivants :

Soit un disque plan représentant une armature de condensateur assiette (*fig.* 15). Le courant est amené par l'*électrode centrale* de rayon R_1 petit. Le rayon du disque est R_0. Il est évident, par raison de symétrie, que, si le potentiel de l'armature croît, l'accroissement de charge électrique dm de chaque élément de surface dS, de capacité $C_1 \mathrm{d}S$ $\left(\text{où } C_1 = \frac{k}{9.10^{11}.4\pi e}\right.$ en farad/cm²$\left.\right)$, exige le passage à travers la périphérie de l'électrode centrale, d'un courant d'intensité $\frac{dm}{dt}$, dirigé suivant le rayon. Ce qui peut se traduire en disant que, à travers toute la longueur du périmètre de cette électrode, circule par centimètre un courant i_1 tel que :

$$i_1 2\pi R_1 = \frac{\mathrm{d}M}{\mathrm{d}t},$$

où M est la masse totale d'électricité contenue dans l'armature.

Dans le cas de la figure présente,

$$M = C_1 S V = C_1 \pi (R_0^2 - R_1^2) V$$

et

$$i_1 = \frac{1}{2 \pi R_1} \frac{dM}{dt},$$

$$(1) \qquad i_1 = \frac{C_1 (R_0^2 - R_1^2)}{2 R_1} \frac{dV}{dt}.$$

Si nous découpons par la pensée un anneau de rayon r et de largeur dr, son périmètre sera traversé par un courant i calculé de la même façon que i_1 par rapport à R_1 et de valeur :

$$(2) \qquad i = \frac{C_1 (R_0^2 - r^2)}{2 r} \frac{dV}{dt}.$$

On voit que l'intensité i, nulle sur les bords de l'armature ($R_0 = r$) est maximum pour la plus petite valeur R_1 de r.

Exemple. — Pour une assiette de 1000 pF et de $R_0 = 7{,}5$ cm travaillant à 2500 V H. F. à 1 Mc : s. (P = 19 kVAr), on trouve :

$$C_1 = \frac{10^{-9}}{\pi} \times 7{,}5^2 = \frac{10^{-9}}{175},$$

$$\frac{dV}{dt} \text{(crête)} = 5\,000 . 2 \pi . 10^6 = 10^{10} . \pi,$$

pour $R_1 = 1$ cm $i = 2{,}5$ A, valeur qui peut se trouver d'ailleurs directement :

Pour $r = 3$ cm, $i = 0{,}7$ A,
$r = 5$ cm, $i = 0{,}28$ A.

La courbe suivante (*fig.* 16) représente la répartition des intensités suivant les diverses valeurs de R_1.

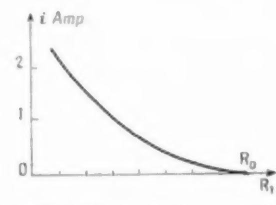


Fig. 16. — Répartition du courant en fonction de la distance au centre.

On y voit l'intérêt qu'il y a de bien soigner la métallisation au voisinage du centre, siège des fortes intensités.

Nous supposons maintenant une *électrode annulaire* de rayon intérieur R'_1 (*fig.* 17). Le courant radial centripète à travers son contour est i'_1, tel que

$$i'_1 \, 2 \pi R'_1 = C_1 \pi R'^2_1 \frac{dV}{dt}$$

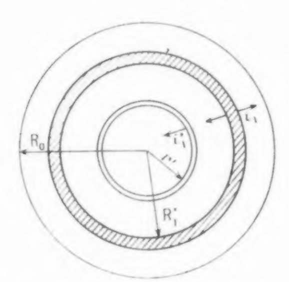


Fig. 17. — Répartition du courant : électrode annulaire.

et

$$(3) \qquad i'_1 = \frac{C_1}{2} R'_1 \frac{dV}{dt}.$$

L'intensité i'_1 est proportionnelle au rayon R'_1.

On verra de même qu'un anneau intérieur, de rayon r' de largeur dr', est traversé par le courant :

$$(4) \qquad i' = \frac{C_1}{2} r' \frac{dV}{dt}.$$

En groupant les deux genres d'électrodes en *un seul anneau* de rayon R_1 et de largeur négligeable ($R_1 = R'_1$), on voit que les courants i et i' varient selon les courbes ci-jointes (*fig.* 18), les valeurs maxima i_1 et i'_1 à la lisière de chaque type d'électrode étant dans le rapport

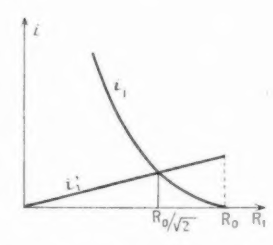


Fig. 18. — Variation des courants extérieur et intérieur en fonction de la distance au centre.

$$\frac{i_1}{i'_1} = \frac{R_0^2 - R'^2_1}{R'^2_1}.$$

Comme cas particulier, ce rapport serait égal à 1 pour :

$$R_1 = \frac{R_0}{\sqrt{2}},$$

ce qui correspond à l'égalité des surfaces (capacités) extérieures et intérieures à l'anneau.

On remarque en outre que l'intensité totale

$$2\pi R_1(i_1 + i'_1)$$

est constante.

Évaluons maintenant *la qualité de chaleur dégagée.*

Dans le cas d'un anneau d'argenture traversé par le courant i (2), la quantité de chaleur dégagée par seconde est (en watts) par centimètre d'anneau

$$\mathrm{d}q_1 = \frac{\rho.\mathrm{d}r\,i^2}{x},$$

où ρ est la résistivité de la couche d'argent et x son épaisseur.

Pour l'anneau complet

$$\mathrm{d}q = \mathrm{d}q_1.2\pi r = \frac{\rho 2\pi}{x} r\,\mathrm{d}r.i^2$$

ou

$$\mathrm{d}q = \frac{\rho 2\pi}{x}\frac{C_1^2}{4}\left(\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t}\right)^2\frac{(R_0^2 - r^2)^2}{r}\mathrm{d}r.$$

On choisira la valeur moyenne en remplaçant l'intensité vraie par l'intensité efficace, et pour une tension

$$V = V_0 \sin \omega t,$$

le terme correspondant sera

$$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}t}\,\mathrm{eff} = \frac{V_0\omega}{\sqrt{2}},$$

et dq peut se mettre sous la forme

$$\mathrm{d}q = \mathrm{A}\frac{(R_0^2 - r^2)^2}{r}\mathrm{d}r. \qquad \text{où} \quad \mathrm{A} = \frac{\pi}{4}\frac{\rho V_0^2\omega^2 C_1^2}{x}.$$

Dans toute la surface extérieure à l'électrode, la puissance calorifique dégagée est

$$Q_1 = \mathrm{A}\int_{R_1}^{R_0}\left(\frac{R_0^4}{r} - 2rR_0^2 + r^3\right)\mathrm{d}r.$$

La solution est

$$Q = \mathrm{A}\left[R_0^4 \operatorname{Log}\frac{R_0}{R_1} - R_0^2(R_0^2 - R_1^2) + \frac{R_0^4 - R_1^4}{4}\right].$$

De même, la puissance calorifique dégagée dans la traversée d'un anneau intérieur par le courant i' (4) est $dq' = \mathrm{A}r'^3dr'$ et la puissance calorifique totale dégagée dans le cercle intérieur est

$$Q' = \mathrm{A}\int_0^{R_1} r'^3\,\mathrm{d}r' = \mathrm{A}\frac{R_1^4}{4}.$$

Dans l'armature complète, la puissance perdue en chaleur est

$$Q_0 = Q + Q' = \mathrm{A}R_0^4\left(\operatorname{Log}\frac{R_0}{R_1} + \frac{R_1^2}{R_0^2} - \frac{3}{4}\right).$$

Posons $\frac{R_0}{R_1} = \mathrm{K}$. Il vient

$$Q_0 = \mathrm{A}R_0^4\left(\operatorname{Log}\mathrm{K} + \frac{1}{\mathrm{K}^2} - \frac{3}{4}\right).$$

Elle dépend évidemment de la position de l'électrode annulaire d'amenée de courant et est minimum pour

$$\frac{\mathrm{d}Q_0}{\mathrm{dK}} = \frac{1}{\mathrm{K}} - \frac{2}{\mathrm{K}^3} = 0 \qquad \text{ou} \qquad \mathrm{K} = \frac{R_0}{R_1} = \sqrt{2}.$$

On trouve que ***la quantité de chaleur dégagée est minima lorsque l'électrode d'amenée de courant est un anneau de rayon*** $\frac{R_0}{\sqrt{2}}$.

La valeur de $Q_{0\,\min}$ est égale à $0{,}995\ \mathrm{A}\ R_0^4$.

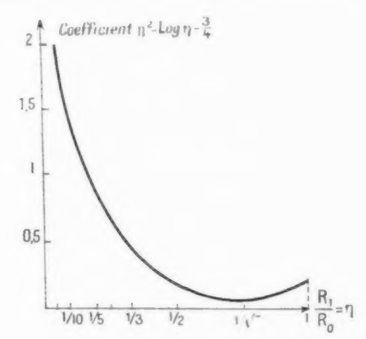


Fig. 19. — Représentation de la fonction $\eta^2 - \operatorname{Log}\eta - \frac{3}{4}$.

Remarquons que dans ces conditions $i_1 = i'_1$.

On met mieux en évidence les phénomènes en remplaçant K par son inverse $\eta = \frac{1}{K}$. Dans cette représentation, les abscisses sont proportionnelles à R_1 puisque $\eta = \frac{R_1}{R_0}$.

La valeur de Q_0 devient

$$Q_0 = \mathrm{A}R_0^4\left(\eta^2 - \operatorname{Log}\eta - \frac{3}{4}\right).$$

Le calcul donne :

pour $\eta = 1$,	$\eta^2 - \operatorname{Log}\eta - \frac{3}{4}$	$= 0{,}25$,
$\eta = \frac{1}{\sqrt{2}}$,	»	$= 0{,}095$,
$\eta = \frac{1}{2}$,	»	$= 0{,}19$,
$\eta = \frac{1}{3}$,	»	$= 0{,}48$,
$\eta = \frac{1}{5}$,	»	$= 0{,}90$,
$\eta = \frac{1}{10}$,	»	$= 1{,}55$,
$\eta = \frac{1}{20}$,	»	$= 6{,}15$.

On remarque l'extrême rapidité avec laquelle croît Q_0 (*fig.* 19) lorsque $\frac{R_1}{R_0}$ devient petit. L'aplatissement au voisinage du minimum montre d'ailleurs que l'accroissement de Q_0 n'est vraiment très important que pour $K > 2 . (\tau < 0{,}5)$.

En conclusion, le courant doit être amené par une électrode circulaire de rayon au moins égal à la moitié du rayon de l'armature.

c. Étude de la répartition des courants, cas d'une armature cylindrique. — Menons une étude analogue à la précédente.

Nous supposons l'armature cylindrique de hauteur totale h_0 (*fig.* 20). Aux distances h_1 et h'_1 des bases

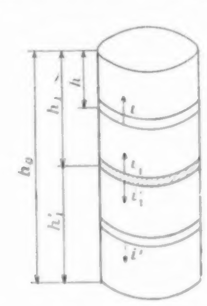


Fig. 20. — Répartition des courants dans une armature cylindrique.

est soudée l'électrode d'amenée du courant en forme d'anneau. Les vecteurs intensités i_1 et i'_1 sont dirigés suivant les génératrices et nous écrivons, comme dans le cas des assiettes, que, si R est le rayon de l'armature

$$i_1 2\pi R = \frac{dM_1}{dt} = C_1 2\pi R h_1 \frac{dI}{dt}$$

d'où

$$i_1 = C_1 h_1 \frac{dI}{dt}$$

et

$$i'_1 = C_1 h'_1 \frac{dI}{dt}.$$

Les intensités sont proportionnelles aux hauteurs des surfaces alimentées par ces courants (*fig.* 21) et leur somme

$$i_1 + i'_1 = C_1 h_0 \frac{dI}{dt} = i_0$$

est constante et égale à celle qui serait issue d'un collier monté à l'extrémité de l'armature. On remarquera que $i_1 = i'_1$ pour $h_1 = h'_1 = \frac{h_0}{2}$.

On voit aussi qu'un anneau de largeur dh, situé à la distance h d'une extrémité est traversé par le courant

$$i = C_1 h \frac{dI}{dt}.$$

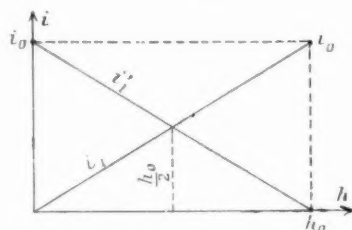


Fig. 21. — Variation des intensités en fonction des positions de l'anneau d'amenée du courant (armature cylindrique).

Dans l'anneau précédent, la puissance instantanée calorifique dégagée est

$$dq = \frac{\rho\, dh}{x} 2\pi R i^2 = \frac{\rho\, dh}{x} 2\pi R C_1^2 h^2 \left(\frac{dI}{dt}\right)^2.$$

La puissance moyenne par seconde est de la forme $Bh^2\, dh$, où

$$B = \frac{\rho\pi}{x} C_1^2 I_0^2 \omega^2 R.$$

La surface d'armature de hauteur h_1 est le siège du dégagement de chaleur

$$Q_1 = B\int_0^{h_1} h^2\, dh = B\frac{h_1^3}{3}.$$

La surface complémentaire de hauteur h'_1 est le siège de l'échauffement

$$Q'_1 = B\frac{h'^3_1}{3}$$

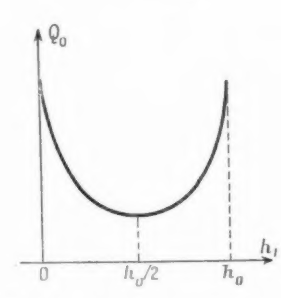


Fig. 22. — Puissance perdue en chaleur en fonction de la position de l'anneau d'amenée du courant (armature cylindrique).

et la puissance calorifique totale dégagée est

$$Q_0 = \frac{B}{3}(h_1^3 + h'^3_1).$$

Pour $h'_1 = h_0 - h_1$, il vient

$$Q_0 = \frac{B}{3}(h_0^3 - 3h_0^2 h_1 + 3h_0 h_1^2).$$

C'est une fonction parabolique de h_1, minima pour

$$\frac{dQ_0}{dh_1} = B h_0 (2h_1 - h_0) = 0 \qquad \text{pour} \quad h_1 = \frac{h_0}{2} \quad (\textit{fig. } 22).$$

L'anneau conducteur doit être situé à mi-hauteur de l'armature (*Brevet C. S. F.*).

On remarquera que pour $h_1 = 0$, ou $h_1 = h_0$,

$$Q_{0\,\max} = \frac{B}{3} h_0^3.$$

et que

$$Q_{0\,\min} = \frac{B}{12} h_0^3 = \frac{Q_{0\,\max}}{4}$$

d'où l'allure de la courbe Q_0 fonction de h_1.

Dans le cas d'un pot terminé par un hémisphère, la surface de l'armature hémisphérique étant égale à celle du cylindre circonscrit de même hauteur (*fig.* 23), la conclusion précédente sur l'emplacement optimum du collier s'applique sans difficulté. Il faudra souder celui-ci à *mi-hauteur totale* de l'armature *extérieure du pot*.

En ce qui concerne l'armature intérieure, la partie utile a la même hauteur que l'armature extérieure.

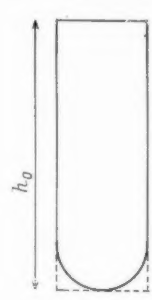


Fig. 23. — La surface d'un hémisphère est égale à celle du cylindre circonscrit.

Les deux colliers intérieur et extérieur doivent être soudés *l'un en face de l'autre*. (Brevet C. S. F.).

Dans le cas du cylindre, il est également commode d'envisager ce qui se passerait pour un montage d'électrodes multiples, décomposant le condensateur en n condensateurs de hauteur $\frac{h_0}{n}$ alimentés en parallèle (*fig.* 24).

La quantité de chaleur dégagée par condensateur élémentaire serait

$$Q_{0n} = \frac{B}{12}\left(\frac{h_0}{n}\right)^3$$

et la quantité totale

$$Q_0 = n Q_{0n} = \frac{B}{12}\frac{h_0^3}{n^2} = \frac{Q_{0\,\min}}{n^2}.$$

On voit, par exemple, que *deux anneaux divisent par 4 la quantité de chaleur dégagée dans une armature munie d'un seul anneau.* (Brevet C. S. F.).

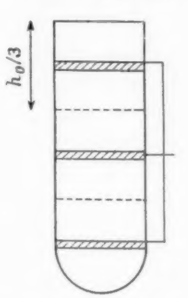


Fig. 24. — Décomposition d'une armature cylindrique en cylindres élémentaires.

Pour des commodités de montage, il ne faudrait pas dépasser 2 anneaux (sauf pour des hauteurs plus grandes que 100 mm).

d. Comparaison de l'importance relative des échauffements par pertes diélectriques et par effet Joule. — Il nous reste à examiner l'importance de l'échauffement par effet Joule vis-à-vis de l'échauffement par effet diélectrique.

Indépendamment de la forme des connexions, la quantité de chaleur dégagée par effet Joule est une fonction du deuxième degré de l'intensité, soit

$$W_J = k I_{\text{eff}}^2.$$

Or, en fonction de la puissance réactive P,

$$I_{\text{eff}}^2 = P C \omega$$

et

$$W_J = k P C \omega.$$

Cette expression est à rapprocher de l'expression donnant la chaleur dégagée par effet diélectrique :

$$W_D = P \operatorname{tg} \delta.$$

On voit donc que le rapport

$$\frac{W_J}{W_D} = \frac{k C \omega}{\operatorname{tg} \delta}$$

croît comme la fréquence (et comme le terme k, qui, contenant la résistivité superficielle apparente, croît aussi avec la fréquence). Par exemple, soit une assiette de diamètre d'armature $2R_0 = 120$ mm, alimentée par une seule électrode centrale de

rayon $R_1 = 6$ mm, capacité 1000 pF. La quantité de chaleur dégagée par effet Joule est

$$Q_1 = \frac{\pi}{4}\frac{\rho}{x} V_0^2 \omega^2 C_1^2 R_0^4 \left(\mathrm{Log}\frac{R_0}{R_1} - 1 + \frac{R_1^2}{R_0^2} - \frac{R_1^4}{4R_0^4}\right)$$

et comme

$$I_{\mathrm{eff}}^2 \# C_1^2 R_0^4 \pi^2 \frac{V_0^2 \omega^2}{2},$$

on en tire

$$k \# \frac{1}{2\pi}\frac{\rho}{x}\left(\mathrm{Log}\frac{R_0}{R_1} - 1\right).$$

Pour une résistivité superficielle $\frac{\rho}{x} = 0{,}02\ \Omega$: cm² (en H. F.) et un angle de pertes $\mathrm{tg}\,\delta = 5.10^{-4}$, on rtouve pour 20 Mc : s

$$\frac{W_J}{W_D} = 1{,}05.$$

A la fréquence de 20 Mc : s, pour ce type de connexions, les échauffements par effet Joule et par pertes diélectriques sont du même ordre de grandeur, soit chacun égal à la moitié de l'échauffement total.

Si dans le même exemple, on monte une connexion annulaire, le rapport ne sera plus que de l'ordre de 1/10, et l'échauffement total sera pratiquement divisé par deux.

c. Réalisation de connexions à pertes, par effet Joule, réduites. — Les calculs exposés aux paragraphes précédents nous ont conduits à la conclusion que les connexions d'amenées de courant doivent avoir *la forme d'anneaux*.

α. dans le cas des assiettes, le diamètre de l'anneau est plus grand ou égal à *la moitié* du diamètre de l'armature;

β. dans le cas d'une armature cylindrique, ou bien la connexion à anneau unique doit être soudée à mi-hauteur, ou bien les deux anneaux doivent être soudés au 1/4 et aux 3/4 de la hauteur.

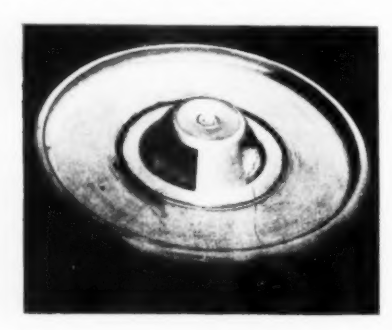


Fig. 25. — Assiette à chapeau tronconique.

C'est suivant ces directives que nous avons réalisé les connexions d'assiettes forme « chapeau » tronconique, dont la base répond aux conditions imposées au diamètre (*fig.* 25).

Les chapeaux de gros diamètres (> 60 mm) sont ajourés afin de permettre le refroidissement de la



Fig. 26. — Assiette à chapeau cylindrique.



Fig. 27. — Condensateurs assiette montés en série.

surface d'armature intérieure à l'anneau. Certains peuvent même être munis d'ailettes de refroidissement.

Pour les diamètres plus petits, il est suffisant d'utiliser une forme cylindrique (*fig.* 26).

Au centre de ces connexions est rivé un écrou. Les connexions extérieures, généralement sous forme de bandes, sont vissées sur le chapeau. L'utilisateur peut même parfaire le contact en apportant un point de soudure.

Ces connexions à écrou sont commodes pour réaliser des montages en série, ou en parallèle. Le montage série s'exécute en vissant les chapeaux des assiettes voisines les uns sur les autres, au moyen de tiges filetées intermédiaires (*fig.* 27). Ce même dispositif peut aussi constituer un montage en parallèle : il suffit d'inclure une connexion entre chaque assiette et de grouper convenablement ces connexions,

On peut aussi envisager tout autre type de montage, en ligne, en étoile; la figure 28 donne un exemple simple de combinaison série-parallèle.

Dans tous les cas, la large embase de la connexion assure une excellente tenue mécanique à la traction (de l'ordre de 80 à 100 kg) ainsi qu'à la torsion. Il faut toutefois éviter de visser les éléments entre deux barres conductrices rigides. Au moins, une des barres doit présenter une certaine souplesse (par exemple cuivre recuit de 1 à 2 mm d'épaisseur) afin d'éviter l'apparition d'efforts de traction trop élevés au cours du montage.

Dans le cas des condensateurs pots, l'armature extérieure est constituée de deux anneaux réunis



Fig. 28. — Montage série parallèle de quatre condensateurs assiette.

à une patte commune (*fig.* 29), ensemble extrêmement solide, par où le condensateur peut être aisément fixé sur le poste. Pour des commodités de soudure, la connexion intérieure est à un seul anneau, soudé à mi-hauteur du pot. On peut donner



Fig. 29. — Condensateur pot à connexion extérieure en forme de double anneau.

à cette connexion la forme d'une bande (*fig.* 29) ou d'une surface de révolution (*fig.* 30) munie d'une tige filetée où se vissera l'amenée de courant.



Fig. 30. — Condensateur pot à connexion intérieure de révolution.

C. Quelques précautions dans le montage en circuit de ces condensateurs.

Ce n'est pas tout que de parer aux pertes de puissance propres au condensateur. Encore faut-il qu'aucun élément extérieur ne vienne provoquer un échauffement supplémentaire.

Il faut par exemple tenir compte de la proximité possible de divers éléments chauffants : lampes, transformateurs, connexions parcourues par une forte intensité H. F. et surtout courants induits dans les armatures par le champ variable des selfs voisines. On ne saurait trop veiller à la bonne disposition des armatures que le monteur cherchera à orienter dans le plan méridien des bobinages et le plus loin possible de ceux-ci (selon bien entendu les possibilités d'allongement des connexions).

Dans le même ordre d'idées, nous pouvons ajouter que l'échauffement est, toutes autres choses gardées, d'autant plus élevé que le refroidissement est moindre. Pour citer des chiffres, tel condensateur de 1000 pF supporte, à 10 Mc : s, pour un échauffement de 30° C, une puissance de 10 kVAr, s'il est couché horizontalement à plat sur une bakélite; 15 kVAr, s'il est horizontal à une hauteur de 5 cm au dessus de la bakélite; 20 kVAr s'il est vertical; plus de 50 kVAr s'il est refroidi par un ventilateur d'appartement placé à 50 cm de lui. Si ces connexions sont munies d'ailettes de refroidissement, on pourra atteindre 80 à 100 kVAr et les limites de puissance ne sont plus commandées que par les limites de tension (effluves, claquage).

En conséquence, les valeurs des puissances maxima en service données par les catalogues des constructeurs doivent être établies dans des conditions de refroidissement bien déterminées, par exemple le

condensateur étant vertical, son bord inférieur à 1 cm d'une planche horizontale de bakélite et pour un échauffement de 30° C au-dessus de l'ambiante.

Il est inutile d'insister sur les méfaits, au point de vue puissance, occasionnés par la mise des condensateurs sous blindage métallique non aérable. On est ainsi amené, dans certains cas, à construire des blocs série ou parallèle de condensateurs, alors qu'il suffirait d'un seul élément judicieusement placé; il sera même souvent plus avantageux de disposer d'un ventilateur, plutôt que d'une batterie de condensateurs, sans parler de l'amélioration indéniable du fonctionnement des autres organes refroidis par la même occasion.

5. Mesure des caractéristiques des condensateurs de puissance.

Les éléments essentiels à connaître sont, en premier lieu, les éléments communs à tous les condensateurs, aussi bien de petite, et de moyenne puissance, que de grande puissance; ce sont :

— La résistance mécanique;
— La capacité;
— L'angle de pertes;
— La rigidité diélectrique;
— La résistance d'isolement.

Pour ces déterminations classiques, nous renvoyons le lecteur aux normes d'essai des condensateurs à diélectrique céramique (3) et aux normes générales (4) actuellement en vigueur.

Nous nous bornerons à parler seulement des essais bien particuliers aux condensateurs de puissance : la détermination de la puissance réactive maximum, et la détermination de l'intensité maximum H. F. admissible.

A. Détermination de la puissance réactive maxima.

L'opération consiste à monter le condensateur dans un circuit oscillant, dans lequel on injecte, par couplage magnétique, une f.é.m. à la fréquence d'essai de 1 Mc : s. Ce couplage est réglable d'une manière continue. L'accord du circuit oscillant est également réglable au moyen de prises variables sur la self et d'un condensateur variable à air, de faible capacité, monté en parallèle sur le condensateur à étudier (*fig.* 31). Selon le cas, on peut monter plusieurs condensateurs en parallèle : c'est une simple question d'accord à réaliser. La tension aux bornes du C. O. est mesurée au moyen d'un voltmètre de crête jusqu'à plusieurs kilovolts H.F. On peut également monter en série un ampèremètre H. F. à thermo-couple. Contre le condensateur sont disposés des thermomètres à alcool isolés de l'influence de l'extérieur par un tampon d'ouate.

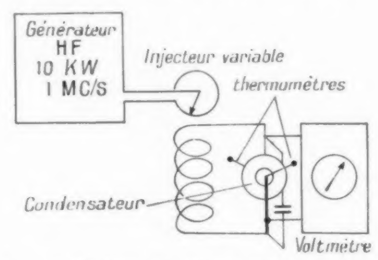


Fig. 31. — Schéma du circuit oscillant de mesure de la puissance réactive d'un condensateur.

La position mécanique du condensateur est, évidemment, fixée une fois pour toutes. La figure 32 représente l'ensemble du banc d'essai. L'expérience consiste à appliquer au condensateur une tension H.F. donnée; et à repérer la loi de son échauffement en fonction du temps. Une série d'expériences convenablement conduites permettra de déduire, par interpolation, quelle tension et par conséquent quelle puissance provoque, dans ces conditions d'emploi, un échauffement limite de 30° C au dessus de la température ambiante.

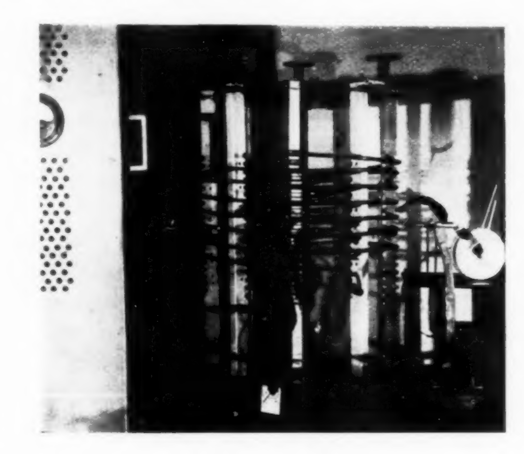


Fig. 32. — Banc d'essai de puissance des condensateurs à 1 Mc : s.

On conçoit que ces essais sont extrêmement longs. Aussi est-il plus simple d'établir une fois pour toutes, pour un modèle donné, un réseau de courbes d'échauffement en fonction du temps (*fig.* 33). Une expérience de 15 mn sur un condensateur inconnu sera ainsi généralement suffisante pour pré-

voir l'échauffement limite qui serait atteint, si l'essai durait par exemple 1 ou 2 h. La série complète

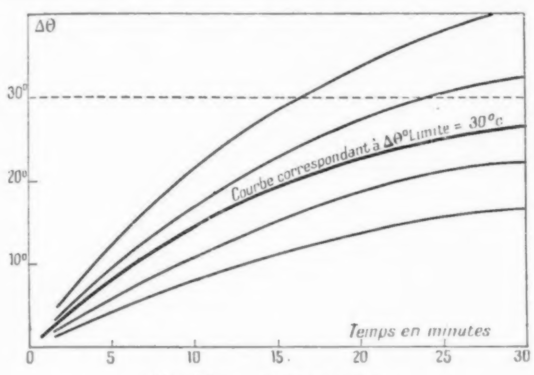


Fig. 33. — Assiette A.160.
Courbes d'échauffement en fonction du temps.

des mesures est exécutée relativement vite, soit 3 expériences de 15 mn par condensateur. Les puissances réactives maxima des divers éléments, ainsi déterminées, donnent une valeur moyenne. C'est seulement *la moitié* de cette valeur moyenne qu'il est prudent d'annoncer comme sûrement tenue dans une fabrication de série. Comme conséquence, l'utilisateur pourra toujours surcharger un condensateur céramique, quitte à prendre pour lui les risques d'un coefficient de sécurité moindre. C'est là un cas d'espèce.

B. Détermination de l'intensité maxima admissible.

L'intensité maxima admissible en service est déterminée par un essai à 20 Mc : s.

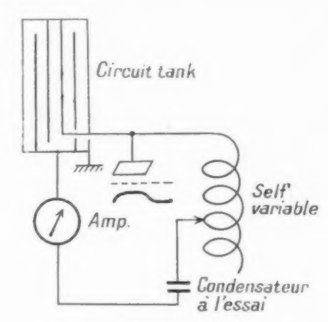


Fig. 34. — Schéma de l'appareil de mesure de l'intensité maxima H. F. admissible.

On utilise alors un montage en série, condensateur-self variable, branché aux bornes du C. O. d'un oscillateur à 20 Mc : s (*fig.* 34). Pour que l'introduction de ce montage n'influe que peu sur l'oscillateur, il est nécessaire d'utiliser un C. O. à très grande surtension, du type « tank », de surtension de l'ordre de 5 000.

Un ampèremètre H. F. mesure l'intensité qui traverse le condensateur.

Le condensateur est équipé de thermomètres, comme pour l'exécution de l'essai de puissance. L'expérience est conduite de la même façon, c'est-à-dire, que l'on recherche, au cours de quelques essais, à quelle intensité H. F. correspond un échauffement limite de 30° C au-dessus de l'ambiante. On fait la moyenne des résultats obtenus pour plusieurs condensateurs du même type. Comme pour la puissance, il est prudent d'annoncer comme

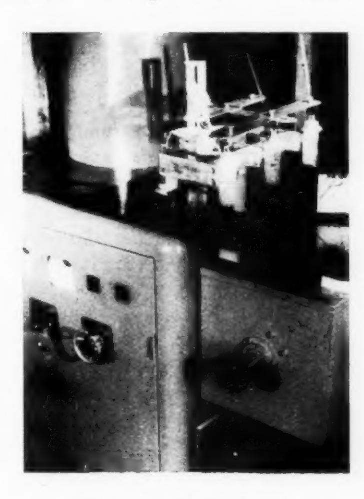


Fig. 35. — Banc d'essai détermination de l'intensité maxima service à 20 Mc : s.

intensité maximum service seulement la moitié de cette moyenne expérimentale.

Il faut noter ici que, par la nature même de l'expérience, l'échauffement observé est la somme de l'échauffement par pertes diélectriques et de l'échauffement par effet Joule. Aussi l'utilisateur, pour des fréquences de l'ordre ou supérieures à 20 Mc : s, n'aura-t-il à envisager dans l'établissement d'un projet que le chiffre donnant l'intensité maxima H. F., si celle-ci a été bien entendu mesurée d'après la méthode ci-dessus.

La photographie figure 35 représente l'ensemble du générateur de 20 Mc : s et du banc d'essai.

6. Conclusion.

En résumé, les condensateurs céramiques de puissance se présentent comme des ensembles robustes et d'une extrême simplicité de conception. Partant,

ils ne sont guère susceptibles de tomber en panne et méritent que l'utilisateur leur accorde toute sa confiance.

Par une disposition convenable des formes et des connexions, on arrive à améliorer dans de grandes proportions leurs performances. Toutefois, il est encore possible de faire des progrès :

a. par la recherche de diélectriques de constante supérieure à 80 par exemple, et néanmoins d'angle de pertes très faibles;

b. par des procédés de mise en forme permettant d'obtenir des pièces de grande dimension;

c. par des choix de nouveaux profils permettant d'obtenir des tensions de contournement élevées.

Néanmoins, dans l'état actuel des choses, les groupements série et parallèle permettront toujours de résoudre les problèmes de puissance ou de tension. Si l'encombrement ainsi obtenu est exagéré, il sera permis de surcharger les éléments, après avoir vérifié que les performances ont bien été annoncées au départ, avec un coefficient de sécurité suffisant. C'est là un risque à prendre, mais un simple essai en marche de quelques heures, ou même une sélection des éléments par un test suffisamment rude avant montage, suffiront pour dissiper toute crainte à ce sujet.

BIBLIOGRAPHIE.

1. A. DANZIN, *Les diélectriques céramiques : Titanates à haut pouvoir inducteur spécifique* (*L'Onde électrique*, n° 279, juin 1950, n° 280, juillet 1950).
2. A. DANZIN, *Les diélectriques céramiques à haute constante diélectrique, cas des titanates* (*Annales de Radioélectricité*, t. V, n° 21, juillet 1950).
3. *Spécification unifiée C. C. T. I.*, n° 319, juin 1949 (Éditée par le C. N. E. T., 10, rue Jobbé-Duval, Paris 15e).
4. *Spécification unifiée C. C. T. I.*, n° 318, mars 1949 (Éditée par le C. N. E. T.).
5. *Spécifications unifiées C. C. T. I.*, nos 300 à 303 inclus et *C. C. T. I.*, n° 310 (Éditées par le C. N. E. T.).

L'ASPECT PHYSIQUE DE LA SOUDABILITÉ VERRE-MÉTAL DANS L'INDUSTRIE DES TUBES ÉLECTRONIQUES

TROISIÈME PARTIE.

PAR GEORGES TRÉBUCHON,

Ingénieur E.P.C.I., Diplômé E.O.S.T.,
Chef de la Section d'Études Verres et Métaux
Service Développement Lampes.

ET JACQUES KIEFFER,

Ingénieur E.S.O.,
Section d'Études Verres et Métaux
Service Développement Lampes.

SOMMAIRE. — *Cette analyse fait suite à deux articles qui ont paru dans les numéros précédents. Les auteurs étudient successivement :*

5. *Influence des variables de forme sur les contraintes.*
6. *Correspondance entre les contraintes dans les éprouvettes standards et quelques pièces réelles.*
7. *Influence de quelques variables extérieures sur les contraintes.*
8. *Détermination des limites de contrainte à tolérer dans les scellements verre-métal.*
9. *Applications.*

SUMMARY. — *This paper follows two others on the same subject published in precedent issues. The authors study successively :*

5. *Influence of shape parameters on strains.*
6. *Correspondance between strains in standard test tubes and in some real pieces.*
7. *Influence of some external parameters on strains.*
8. *Determination of the permissible limits of strains in glass-to-metals sealings.*
9. *Applications.*

5. INFLUENCE DES VARIABLES DE FORME SUR LES CONTRAINTES.

51. **Généralités.**

Nous nous proposons maintenant d'étudier l'influence de la forme géométrique sur les contraintes développées dans quelques types de scellement.

En vue de simplification, nous traiterons momentanément les contraintes par les différences de marche auxquelles elles donnent lieu, rappelant toutefois qu'égalité de différence de marche pour différentes formes ne signifie pas égalité de contraintes.

L'étude portera sur quelques types de scellements simples desquels sont issus les principaux types utilisés en fabrication courante et qui pourront subir le même cycle de recuit dit optimum défini précédemment.

Les matériaux constituant ces scellements appartiendront à deux familles de couples verre-métal couramment utilisés : Verres A.119 des verreries de Bagneaux-Molybdène, et Verre L des verreries de Bagneaux-Dilver P des aciéries d'Imphy. *Chaque type de scellement sera répété dans chaque famille de couples verre-métal, de façon à obtenir simultanément les variations dues aux fluctuations des variables intrinsèques des matériaux autour de valeurs nominales définies.*

52. Cas des éprouvettes type A.

521. Nous avons vu que pour ces éprouvettes, seules les valeurs de différences de marche à la température ambiante ou à 0° pouvaient être facilement mesurées.

Les figures 43 et 44 expriment les valeurs de δ_{20} pour les éprouvettes A_2; $A_{1.5}$; A_1; $A_{0.5}$ en fonction de δ_{20} pour l'éprouvette A_2, respectivement pour les familles de couples : Verre A.119-Molybdène et Verre L-Dilver P.

Elles permettent, connaissant $(\delta_{20})A_2$, pour un couple verre-métal d'une famille donnée, de connaître $(\delta_{20})A_{1.5}$, $(\delta_{20})A_1$, $(\delta_{20})A_{0.5}$ (valeurs intermédiaires de a par interpolation) pour les éprouvettes constituées du même couple de matériaux.

522. La pente de différence de marche ne peut être atteinte expérimentalement pour ces éprouvettes; par contre, elle est connue par les relations théoriques $\frac{\delta}{BE_2\,d} = f$ (caractéristiques des matériaux) établies précédemment. Ces relations permettraient connaissant δ_{20} de déterminer les courbes polarimétriques complètes dans le domaine élastique.

53. Cas des éprouvettes type B.

531. En ce qui concerne les valeurs de δ_{20}, ces éprouvettes donnent lieu sensiblement aux mêmes résultats numériques que les éprouvettes A, les figures 43 et 44 restent valables et prêtent aux mêmes remarques.

532. En ce qui concerne les valeurs de δ à toutes températures (courbes polarimétriques) et les pentes de différence de marche, l'aspect de cette question a été examiné aux points de vue qualitatif et quantitatif lors de l'étude de la correspondance des essais dilatométriques et polarimétriques dans le domaine élastique (§ 241-242, *fig.* 22, 23, 24).

54. Remarques.

Nous tenons à attirer l'attention sur les points suivants relatifs aux éprouvettes types A et B.

541. Les différences de marche δ_{20} (donc les contraintes) dans les différentes formes ne sont pas toujours du même signe pour un même couple de matériaux. Par exemple, il arrive qu'une éprouvette B_2 Verre A.119-Molybdène donne lieu à $(\delta_{20})B_2 > 0$, alors que l'éprouvette $B_{0.5}$, réalisée dans le même couple donnera lieu à $(\delta_{20})B_{0.5} < 0$; de même, on peut obtenir $(\delta_{20})B_2 = 0$ donnant lieu à $(\delta_{20})B_{1,5;1;0,5} \neq 0$. C'est un point très important à retenir en vue de la détermination des qualités de soudabilité des couples verre-métal, et sur lequel nous nous permettons d'insister au même titre que nous l'avons fait précédemment au sujet de fausses opinions souvent rencontrées : pas plus que $(\alpha_{m\,20}^{\,300})_l =$ ou $\neq (\alpha_{m\,20}^{\,300})_v$ n'assure la soudabilité verre-métal, l'existence de $\delta_{20} = 0$ sur une forme d'éprouvette n'assure $\delta_{20} = 0$ sur toutes les autres réalisées dans le même couple de matériaux.

542. On remarque, sur les figures 43 et 44, qu'il

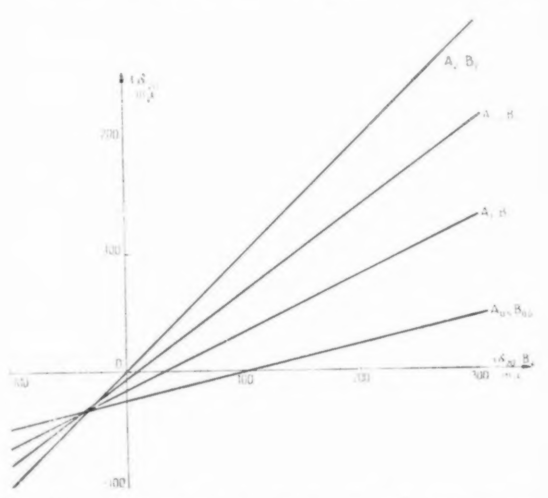


Fig. 43. — Éprouvettes A et B. Famille des couples Verre A.119-Molybdène. Valeurs de la différence de marche à la température ambiante dans les différentes formes d'éprouvettes type A ou B en fonction de la différence de marche dans l'éprouvette de référence B_2 :

$$(\delta_{20})_a \simeq \frac{a}{2}\left[(\delta_{20})_{B_2} + 35\right] - 35.$$

existe une zone pour laquelle toutes les éprouvettes de types A et B présentent des δ_{20} sensiblement identiques. Là encore, remarquons que si les δ_{20} sont identiques, les courbes polarimétriques complètes ne le sont pas et les valeurs de δ à chaud peuvent être très différentes.

543. La remarque précédente et la mesure des pentes des droites, sur les figures 43 et 44, permettent d'écrire, en première approximation,

$$(\delta_{20})_a \simeq \frac{a}{2}\left[(\delta_{20})_{B_2} - \Gamma\right] + \Gamma,$$

a, coefficient de forme de l'éprouvette = rayon du passage métallique;

X, valeur numérique caractéristique de la famille des couples de matériaux dont les variables intrinsèques fluctuent autour de valeurs nominales fixes.

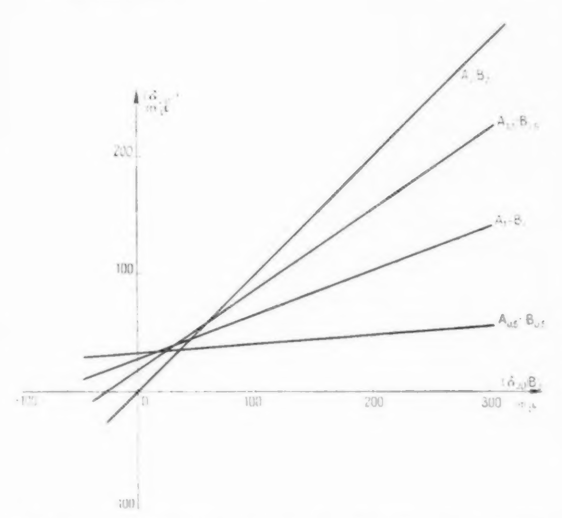


Fig. 44. — Éprouvettes A et B. Famille des couples Verre L-Dilver P. Valeurs de la différence de marche à la température ambiante dans les différentes formes d'éprouvettes types A ou B en fonction de la différence de marche dans l'éprouvette de référence B_2 :

$$(\delta_{20})_a \# \frac{a}{2} [(\delta_{20})_{B_2} - 40] + 40.$$

On voit que :

$X \# -35$ pour le couple Verre A.119-Molybdène,
$X \# +40$ pour le couple Verre-L-Diver P.

55. Cas des éprouvettes type C.

Pour la famille de couples Verre L-Dilver P, dans un but pratique de contrôle accidentel de fabri-

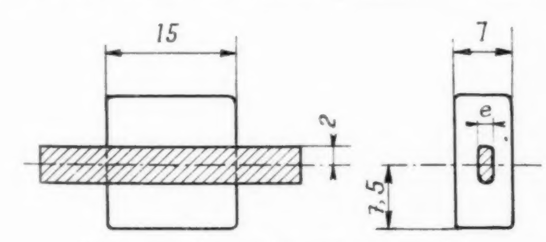


Fig. 45. — Éprouvettes type C $e = 1$; 1,5.

cation et d'établissement d'une liaison avec les différences de marche dans certaines pièces réelles, nous avons été conduits à étudier les éprouvettes du type C suivant la figure 45. Sur ces éprouvettes, les différences de marche peuvent être mesurées à toute température sur le trajet d'un rayon lumineux rasant le métal, perpendiculaire aux grandes faces et situé dans le plan perpendiculaire au grand axe de l'éprouvette.

L'allure des résultats obtenus avec ces éprouvettes est identique en ce qui concerne les différences de marche à ceux obtenus sur les éprouvettes B. Nous jugeons inutile de les reproduire.

56. Cas de quelques pièces réelles.

561. Pincement de pieds. — Le cas des pieds de tubes conventionnels dits « pieds pincés » (*voir* Tableau I, repère 11 *a*) peut être ramené à celui d'une éprouvette type B, à condition qu'ils soient prévus de façon que les contraintes relatives à chaque traversée n'interfèrent pas de façon nuisible. Signalons une intéressante analyse de la distribution de ces contraintes faites par O. Adams [19].

562. Pieds plats et traversées a perles. — Les cas des pieds de tubes conventionnels dits « pieds plats » (*voir* Tableau II, repère 11 *b*) et celui de toutes les traversées à perles peuvent être ramenés à celui d'une éprouvette type A, avec la même remarque que précédemment.

563. Scellements tubulaires a cheval sur bord arrondi. — Ce type de scellement (*voir* Tableau I, repère 323) est très utilisé dans notre industrie, avec le Dilver P comme métal. L'analyse des contraintes tout le long du métal dans un tel système, est rendue excessivement difficile et nécessiterait des techniques et des moyens importants de photoélasticimétrie tridimensionnelle. Le seul repère utilisable en pratique est la mesure de la différence de marche (*fig.* 46) sur le trajet d'un rayon lumineux traversant les deux parois de verre, rasant le métal et situé dans un plan diamétral. Cette mesure permet de reconnaître le signe d'une « résultante » agissant sur l'élément de verre tangentiellement au point de rasance du rayon lumineux sur le métal. Pratiquement, on dit que le verre est « comprimé » ou « tendu » suivant que l'effet de cette « résultante » se traduit par une « montée » ou une « descente » de la teinte sensible du polariscope industriel. (Comparaison à une contrainte de nature connue.)

La mesure de la différence de marche sur un tel scellement n'est possible qu'à la température ambiante. Son étude en fonction de la forme géométrique est très complexe, du fait du nombre élevé

des variables entrant en jeu parmi lesquelles on peut citer (*fig.* 46) :

H, hauteur de la partie cylindrique du manchon de verre;
h, hauteur de la partie cylindrique du manchon métallique;
E, épaisseur du verre;
e, épaisseur du métal;
Φ, diamètre moyen du manchon;
l, hauteur d'enrobage;

on peut ajouter : encastrement des extrémités soit sur fond plat, soit sur un autre manchon de matériau

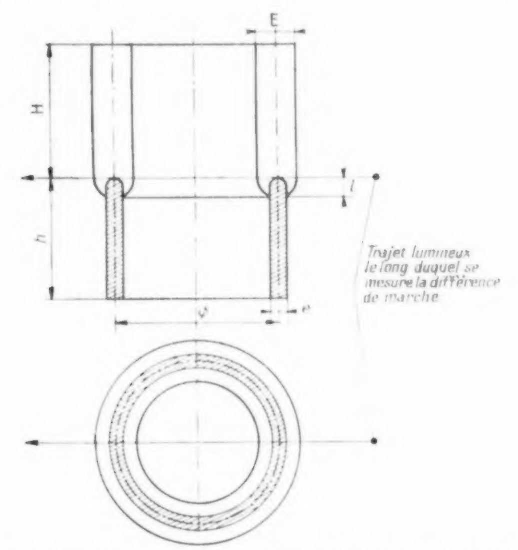


Fig. 46. — Scellement tubulaire à cheval sur bord arrondi. Variables géométriques et mesure de la différence de marche.

différent susceptible d'imposer des contraintes si les hauteurs *H* sont faibles; forme conique ou quelconque de révolution des manchons de verre ou de métal à partir des distances *H* qui se trouvent souvent très réduites, etc.

L'examen de chaque cas particulier, et la représentation des résultats expérimentaux en fonction de l'une des variables, les autres étant maintenues fixes, sortiraient du cadre général de cette étude. Il est évidemment inutile de signaler que c'est un travail de très longue haleine, lorsqu'il s'agit d'établir expérimentalement ces renseignements pour une famille complète de couples verre-métal.

Conduit systématiquement sur des matériaux et des pièces spécialement mises en jeu pour lui, cet essai mobiliserait un nombreux personnel pendant des mois et coûterait fort cher.

Heureusement par prélèvements sur la fabrication courante et recoupements, il nous a été possible, à force de temps, de connaître les cas les plus critiques de notre fabrication, en même temps que de fixer quelques valeurs optima de ces variables de forme.

6. CORRESPONDANCE ENTRE LES CONTRAINTES DANS LES ÉPROUVETTES STANDARD ET LES DIFFÉRENTES PIÈCES RÉELLES.

Nous n'avons traité le problème qu'en considérant les différences de marche auxquelles les contraintes donnent lieu.

L'intérêt de lier la différence de marche obtenue à la température ambiante dans une pièce quelconque à la différence de marche obtenue dans une éprouvette standard réalisée avec les mêmes matériaux est évident. C'est pourquoi nous avons été conduits à dresser expérimentalement pour quelques cas principaux (formes et familles de couples verre-métal) différents tableaux de correspondance. L'éprouvette standard de base choisie a été l'éprouvette B_2, les correspondances ont parfois dû être établies en passant par d'autres éprouvettes intermédiaires dont le type C en particulier.

Nous avons vu déjà que

$$(\tilde{\delta}_{20})_{A_a} \neq (\tilde{\delta}_{20})_{B_a}.$$

D'autres représentations ont été établies en particulier :

$$(\tilde{\delta}_{20})_{C_2} = f(\tilde{\delta}_{20})_{B_2},$$
$$(\tilde{\delta}_{20})_{X} = f(\tilde{\delta}_{20})_{B_2}$$

X, scellement tubulaire à cheval.

7. INFLUENCE DE QUELQUES VARIABLES EXTÉRIEURES SUR LES CONTRAINTES.

Nous voulons signaler ici quelques-uns des effets des conditions climatiques d'utilisation et des conditions de fonctionnement sur les contraintes des scellements, donc sur leur solidité. Leur étude, d'ailleurs très avancée, ne peut être développée ici *in extenso*.

71. Atmosphères et durées de recuit.

Les essais ont été conduits sous air normal et sous azote du commerce, les résultats sont sensiblement identiques dans les deux cas.

Pour les durées de palier de recuit couramment utilisées et jusqu'à 1 h, il n'a pas été constaté de modification particulière due à un effet d'oxydation ou de nitruration provoquant la destruction du scellement, ni une variation de contrainte. Seuls les enrobages sur molybdène présentent une sensibilité aux « décollements » à leur extrémité.

Pour les durées de palier de recuit très longues (> 10 h), qui ne sont d'ailleurs jamais utilisées, on constate une forte altération des extrémités des éprouvettes et simultanément des variations dans les contraintes (diminution ou augmentation) qui peuvent d'ailleurs également s'expliquer par le phénomène de stabilisation structurale étudié par différents auteurs [4, 5]. Son effet n'est pas momentanément à envisager dans notre industrie.

72. Humidité.

Des scellements de différents matériaux maintenus depuis 18 mois dans une atmosphère à 70 ± 5° C, 90-100 % d'humidité, ont présenté des « décollements » de plus ou moins grande importance aux extrémités, provoquant des variations de contraintes dans ces régions; la partie demeurée saine n'a pas évolué au point de vue contraintes. La destruction de l'adhérence peut être totale, et nécessite des mesures de protection désignées sous le terme général de tropicalisation [20].

73. Chocs thermiques.

Il y a choc thermique, lorsque la température de l'ensemble du scellement ou de l'un de ses constituants se trouve rapidement modifiée par suite d'un apport de chaleur non homogène; dans les deux cas, il se crée des gradients de température qui ont pour effet de modifier l'intensité ou même la distribution des contraintes.

Les deux principaux cas de chocs thermiques que nous avons à envisager résultent soit de la « reprise » en chauffage d'un sous-ensemble pour son utilisation dans un tube, soit de l'échauffement provoqué dans une traversée par le passage de courant lors de la mise en service du tube. Dans ces deux cas, le métal se trouve plus rapidement échauffé que le verre; pour simplifier les explications nous supposerons que le métal chauffe uniformément, le verre également, mais sa température est en retard sur celle du métal. L'existence de gradients plus complexes est certaine, elle aggrave ou atténue les effets du choc thermique suivant le cas; pour traiter ce point, il faudrait rentrer dans le détail d'une pièce donnée et le traitement qu'elle subit.

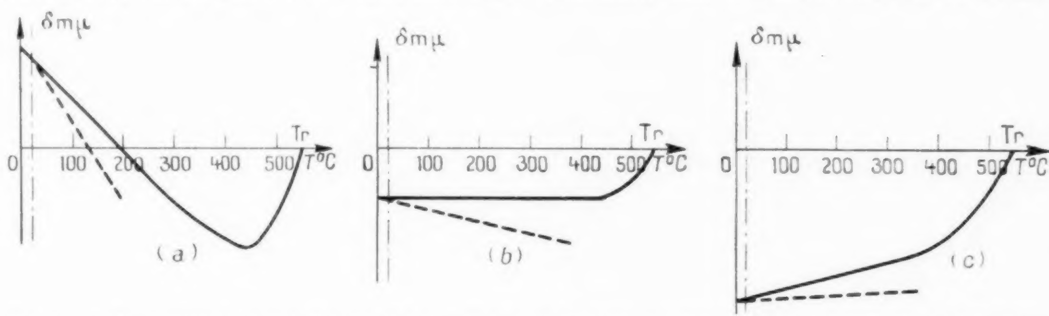


Fig. 47. — Éprouvettes B. Couple Verre-métal à coefficient de dilatation sensiblement constant. Effet de choc thermique sur la différence de marche suivant le type de courbe polarimétrique (diminution de $\frac{d\delta}{dT}$).

Nous ne raisonnerons que sur les éprouvettes de type B, sachant que pour les pièces réelles les variations de contraintes en fonction de la température sont de même sens (le signe de $\frac{d\delta}{dT}$ reste le même, quelle que soit la forme géométrique).

731. Cas des scellements verre-métal a coefficient de dilatation sensiblement constant. — On sait, qu'étant donnée l'allure de la courbe de dilatation du verre, les courbes polarimétriques ne peuvent se présenter que sous les trois formes (*fig.* 47 *a*, *b*, *c*) suivant les valeurs respectives des caractéristiques intrinsèques des matériaux (§ 412).

Si l'on considère le scellement en stockage ou en service, sa température étant sensiblement homogène, on peut penser *a priori* qu'il soit possible de le

réaliser avec des familles de matériaux donnant lieu à l'une ou l'autre des formes de courbes polarimétriques : il suffira de choisir les matériaux de façon que l'amplitude des contraintes dans le domaine de température 0 à 300° par exemple, ne dépasse pas certaines valeurs.

Par contre, si l'on considère maintenant les chocs thermiques homogènes précédemment définis et dont nous avons traduit l'effet comme accroissement brusque de la dilatation du métal, tout se passera comme si la pente de la courbe polarimétrique se trouvait diminuée en valeur algébrique à la température de départ du choc thermique (*voir* § 24 : Correspondance des essais polarimétriques et des essais dilatométriques). Les valeurs des contraintes pourront être reliées à une courbe polarimétrique fictive que nous avons figurée figure 47 *a*, *b*, *c* en trait pointillé pour un choc thermique se produisant à la température de 20°.

On constate que dans le cas de la figure 47 *a* le choc thermique amène une diminution des contraintes en valeur absolue et même rapidement un passage par zéro; dans le cas de la figure 47 *b*, une augmentation des contraintes en valeur absolue; dans le cas de la figure 47 *c*, une légère diminution des contraintes en valeur absolue, mais ne les faisant pas tendre rapidement vers zéro.

Le cas de la figure 47 *a* semble donc le plus favorable en ce qui concerne la tenue au choc thermique, et a été en effet vérifié comme tel en pratique.

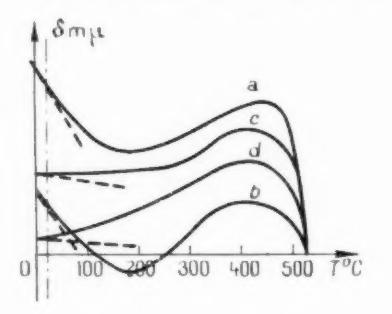
Pour l'éprouvette B_2 et toutes les formes dérivées, le critère de solidité au choc thermique semble donc se traduire par la condition : *existence à la température ambiante d'une différence de marche correspondant à une compression axiale*. Cette condition s'accompagne automatiquement dans le cas de métal à coefficient de dilatation constant de $\left(\frac{d\delta}{dT}\right)_{20°} < 0$.

732. Cas des scellements verre-métal a coefficient de dilatation variable. — Prenons comme métal type le Dilver P et un verre dur quelconque et supposons de grandes variations dans leurs caractéristiques, nous pouvons obtenir des courbes polarimétriques présentant des allures variées (*fig.* 48 *a* à 48 *g*).

Là encore, en ce qui concerne la solidité en stockage ou en service, pour une température homogène, les sept types de courbes polarimétriques semblent convenir, à condition qu'ils présentent des amplitudes suffisamment réduites.

En ce qui concerne le choc thermique, suivant le même raisonnement que précédemment, on constate que seuls les quatre premiers types de courbes (*fig.* 48 *a*, *b*, *c*, *d*) donnent lieu à une diminution de la valeur des contraintes, puis leur passage à zéro à la suite du choc thermique.

Cette famille de matériaux permet donc d'aboutir au même critère de solidité au choc thermique : *existence à la température ambiante d'une différence de marche correspondant à une compression axiale sur l'éprouvette* B_2.



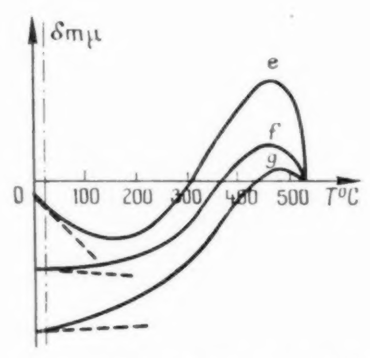


Fig. 48. — Éprouvettes B. Couple verre-métal à coefficient de dilatation variable. Effet de choc thermique sur la différence de marche suivant le type de courbe polarimétrique (diminution de $\frac{d\delta}{dT}$)

Dans la pratique, pour le Dilver P, la relation $\left(\frac{d\delta}{dT}\right)_{20°} < 0$ est toujours satisfaite.

723. Cas des enrobages tubulaires a cheval. — On peut empiriquement, même sans tenir compte des tableaux de correspondance établis, donner une explication pour ces enrobages : si à la température ambiante le manchon de verre est « serré » par le métal l'élévation rapide de température du métal aura d'abord à détruire cette compression avant de créer une extension, les scellements tubulaires à cheval « comprimés » à la température ambiante seront donc ceux supportant le mieux les chocs thermiques et ce fait est également bien vérifié en pratique.

74. **Phénomènes électriques.**

On connaît depuis très longtemps le phénomène de décoloration des scellements verre-métal provoqué par l'application de tensions électriques (continues ou alternatives), entre deux traversées métalliques noyées dans l'enveloppe d'un tube. Cette décoloration, qui se termine en véritable destruction, est due à une migration électrolytique des ions du verre qui provoque au niveau des scellements une réduction ou une oxydation de la couche d'oxyde existante et, de plus, une modification dans la composition du verre voisin de la soudure. L'effet nuisible est double : fuite due aux modifications de la couche d'oxyde, fêlures dues à la modification de caractéristiques du verre qui ne supporte plus les chocs thermiques [21, 22].

75. **Remarques.**

En ce qui concerne les effets soit des atmosphères de recuit, soit de l'humidité, soit de l'électrolyse, les remèdes doivent être recherchés dans l'amélioration d'un groupe de propriétés du verre (stabilité chimique, tenue à l'humidité, résistivité, immobilité des ions) se séparant nettement de celles réglant la soudabilité proprement dite (propriétés thermovisqueuses, dilatation, modules d'élasticité, etc.).

Malheureusement, toutes ces propriétés s'imbriquent de façon très complexe et rendent au « verrier » la tâche très difficile pour réaliser un verre donnant entière satisfaction au « lampiste ».

8. DÉTERMINATION DES LIMITES DE CONTRAINTES A TOLÉRER DANS LES SCELLEMENTS STANDARDS.

81. **Généralités.**

Dans l'état actuel de nos connaissances et des moyens suffisamment efficients pouvant être mis en œuvre, le seul cheminement pouvant nous permettre cette détermination était le suivant :

Bénéficiant d'un grand nombre de mesures polarimétriques effectuées depuis plusieurs années sur des sous-ensembles ou sur des tubes, connaissant les résultats donnés par ces pièces en utilisation et les lois de correspondance entre les différences de marche rencontrées sur ces pièces et celles sur les éprouvettes standards correspondantes, il était possible d'en déduire les limites à tolérer sur ces dernières pour assurer une production rentable.

D'autre part, raisonner théoriquement sur les éprouvettes standards en tenant compte empiriquement des particularités de forme, de réalisation et d'utilisation des pièces réelles, en déduire des limites, puis comparer les résultats. Ces deux processus ont été utilisés simultanément et ont conduit à des résultats similaires.

Nous n'exposerons ici que le second processus appliqué aux deux familles de couples verre-métal : Verre A.119-Molybdène en Verre L-Dilver P, en partant des éprouvettes type B pour les coefficients de forme les plus usuels correspondant à $a = 2$; 1,5; 1.

On sait que le verre présente une très faible limite de résistance à l'extension par rapport à sa résistance à la compression, nous n'aurons donc à envisager que la limite de résistance à l'extension (pour les formes d'éprouvettes prévues). Cette résistance à l'extension déterminée par de nombreux auteurs a d'ailleurs été trouvée très variable, suivant le mode d'essai, l'état de surface des échantillons, les conditions atmosphériques, etc., nous adopterons les valeurs de Winkelmann et Schott, soit 3,6 à 8,5 kg : mm². Il nous a paru raisonnable de garder une marge de sécurité et de ne compter que 2 kg : mm².

D'autre part, l'étude de la répartition des contraintes sur éprouvettes de type A ou B a montré qu'aux extrémités, celles-ci sont beaucoup plus importantes que dans le plan médian dans lequel s'effectuent les mesures [11]; pour tenir compte de ce fait nous avons ramené la limite à 1 kg : mm².

Il nous est possible, d'après :

— les relations $p = K \frac{\delta}{B}$ établies au paragraphe 243,

— les relations $(\delta_{20})_{B_a} = f(\delta_{20})_{B_2}$ résultant des figures 43 et 44, paragraphes 52 et 53, de construire les figures 49 et 50 représentant les valeurs des contraintes p_r, p_θ, p_z maxima à la température ambiante dans les éprouvettes B en fonction de $(\delta_{20})_{B_2}$ respectivement pour les familles de couples Verre A.119-Molybdène et Verre L-Dilver P.

On pourra, en première approximation, appliquer les relations fournies par ces figures aux contraintes développées à chaud dans le domaine élastique.

Enfin, nous savons que dans un scellement verre-métal dérivé des types A ou B, l'existence à la température ambiante d'une extension radiale favorise la tenue aux chocs thermiques.

82. **Cas de la famille : couples Verre A.119-Molybdène** (*fig.* 49).

— A la température ambiante :

— la limite supérieure sera définie par l'existence d'une extension radiale $p_r \geqq -1$ kg : mm², qui correspond à $(\delta_{20})_{B_2} \leqq 280$ mμ;

Tous les couples soudables doivent donc satisfaire aux relations

$$35 \text{ m}\mu \leqq (\delta_{20})_{B_2} \leqq 280 \text{ m}\mu,$$
$$-250 \text{ m}\mu \leqq (\delta_T)_{B_2} \leqq 0 \text{ m}\mu.$$

Pour pallier les légers écarts de dilatation des différents lots de molybdène et les approximations

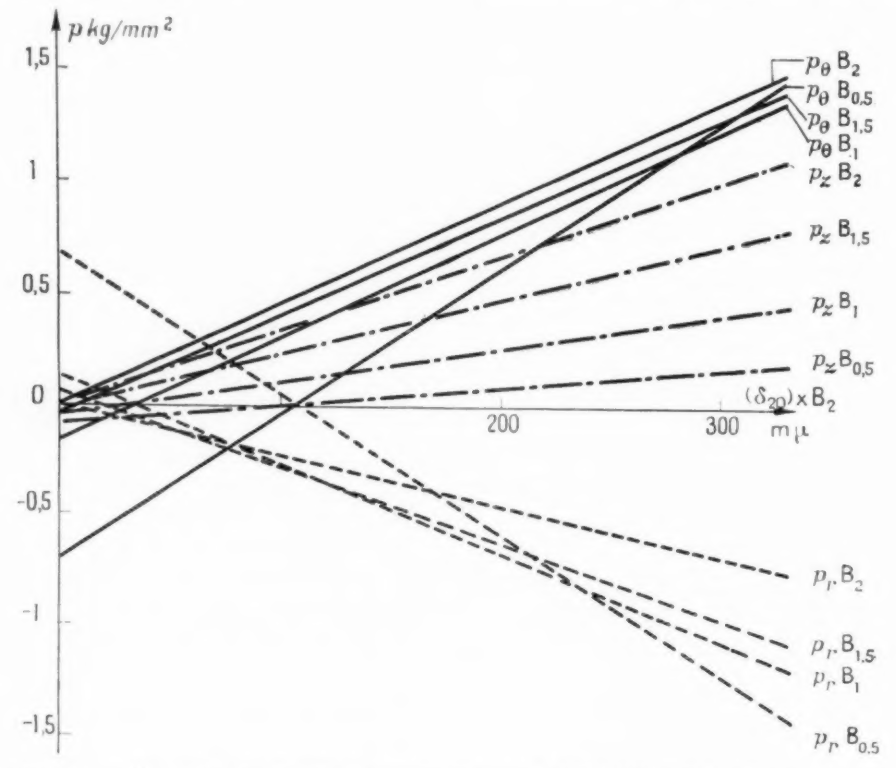


Fig. 49. — Éprouvettes B. Famille des couples Verre A.119-Molybdène. Valeur des contraintes maxima $p_r p_\theta p_z$ à la température ambiante dans les différentes formes d'éprouvettes B en fonction de la différence de marche dans l'éprouvette de référence B_2 d'après les relations

$$p = k\frac{B}{\delta} \qquad \text{et} \qquad (\delta_{20})_{B_n} = f(\delta_{20})_{B_2}.$$

— la limite inférieure sera définie par l'existence d'une extension radiale $p_r \leqq 0$, qui correspond à $(\delta_{20})_{B_2} \geqq 35$ mμ.

Étant données les allures respectives des courbes de dilatation absolues des verres et du molybdène, la différence de marche d'amplitude maximum à chaud ne peut être que négative et sa limite sera fixée par une extension maximum (ici p_θ), $p_\theta \geqq -1$ kg : mm², qui correspond à

$$(\delta_{20})_{B_2} \geqq -250 \text{ m}\mu.$$

que nous avons été obligés de faire, nous réduirons ces limites du quart et adopterons, en définitive, comme critère physique de soudabilité des couples A.119-Molybdène, les valeurs

$$66 \text{ m}\mu \leqq (\delta_{20})_{B_2} \leqq 249 \text{ m}\mu,$$
$$-187,5 \text{ m}\mu \leqq (\delta_T)_{B_2} \leqq 0 \text{ m}\mu.$$

Il semble, d'autre part, qu'il soit nécessaire, pour assurer une bonne soudabilité, que la pente de différence de marche dans le domaine élastique ne dépasse pas une certaine valeur que nous

avons pu fixer expérimentalement au voisinage de — 0,850 mμ : °C pour l'éprouvette B_2. Conjointement à l'existence d'une compression axiale à la température ambiante cette condition semble favoriser la tenue au choc thermique.

Ces valeurs en mμ sont établies pour un verre de coefficient de Brewster : 33,1 mμ : kg : mm² : mm, pour un verre de coefficient B elles sont à multiplier par le rapport $\frac{B}{33,1}$.

83. **Cas de la famille : couples Verre L-Dilver P** (*fig.* 50).

— A la température ambiante :

— la limite supérieure sera définie par l'existence d'une extension radiale $p_r \geq -1$ kg : mm², qui correspond à $(\delta_{20})_{B_2} \leq 250$ mμ ;

— la limite inférieure sera définie par l'existence d'une extension radiale $p_r \leq 0$, qui correspond à $(\delta_{20})_{B_2} \geq 0$.

Étant données les allures respectives des courbes de dilatation absolues des verres et du Dilver P (*voir* courbes polarimétriques), les différences de marche de plus grande amplitude à chaud doivent être telles que les extensions correspondantes soient inférieures à 1 kg en valeur absolue, soit :

$$p_\theta \geq -1 \text{ kg : mm}^2, \text{ qui correspond à } (\delta_{20})_{B_2} \geq -170 \text{ m}\mu,$$
$$p_r \geq -1 \text{ kg : mm}^2, \text{ qui correspond à } (\delta_{20})_{B_2} \leq 250 \text{ m}\mu.$$

Tous les couples soudables doivent donc satisfaire aux relations

$$0 \text{ m}\mu \leq (\delta_{20})_{B_2} \leq 250 \text{ m}\mu.$$
$$-170 \text{ m}\mu \leq (\delta_T)_{B_2} \leq 250 \text{ m}\mu.$$

Lors de l'essai d'un verre quelconque par rapport

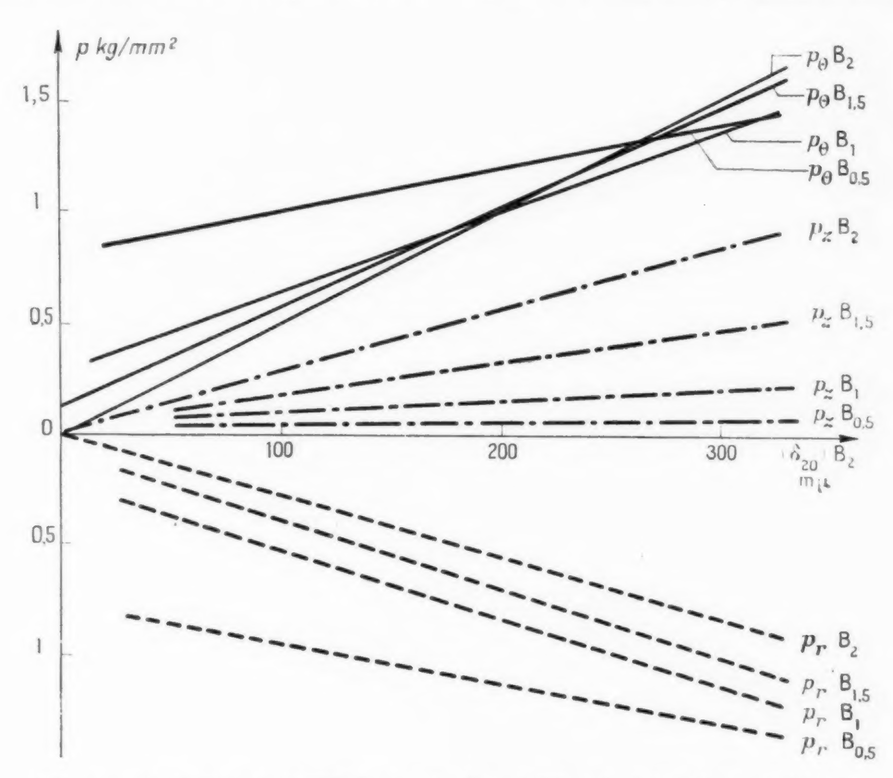


Fig. 50. — Éprouvettes B. Famille des couples Verre L-Dilver P. Valeur des contraintes maxima $p_r p_\theta p_z$ à la température ambiante dans les différentes formes d'éprouvettes B en fonction de la différence de marche dans l'éprouvette de référence B_2 d'après les relations.

$$p = k\frac{B}{\delta} \qquad \text{et} \qquad (\delta_{20})_{B_n} = f(\delta_{20})_{B_2}.$$

au métal étalon, ou réciproquement d'un métal quelconque par rapport au verre étalon, il est nécessaire de réduire cette marge de 50 % de façon que tous les verres et tous les métaux ainsi sélectionnés soient soudables entre eux; les limites, dans ce cas, deviennent donc

$$62,5 \text{ m}\mu \leq (\delta_{20})_{B_2} \leq 187,5 \text{ m}\mu,$$
$$-85 \text{ m}\mu \leq (\delta_T)_{B_2} \leq 125 \text{ m}\mu.$$

La valeur de 125 mμ trouvée pour $(\delta T)_{B_2}$ peut sans danger être portée à la même limite que celle prise à la température ambiante 187,5 mμ.

Dans ce cas, il semble que l'on puisse, dans le domaine élastique, atteindre des pentes de 1,5 à 2 mμ : °C sans danger.

Ces valeurs en mμ sont établies pour un verre de coefficient de Brewster 39 mμ : kg : mm² : mm, pour un verre de coefficient de Brewster B elles sont à multiplier par le rapport $\frac{B}{39}$.

9. APPLICATION.

Nous allons voir que cette Étude nous a permis d'atteindre tous les différents buts pratiques que nous nous étions fixés. Nous donnons ici le schéma des principales spécifications mises en œuvre, leur communication *in extenso* étant impossible pour des raisons faciles à comprendre.

91. **Spécification des cycles de recuit.**

Dans la deuxième Partie de cette Étude, nous avons signalé :

— les faits qui la rendaient nécessaire;
— les avantages qu'elle présentait;
— les déterminations à effectuer pour sa fixation (températures caractéristiques du verre trempé par dilatométrie différentielle, nature du verre et dimensions des pièces fixant, d'autre part, les vitesses de refroidissement).

Parallèlement à la réduction du nombre de cycles utilisés en fabrication pour diminuer les chances d'erreurs et unifier les résultats, nous avons cherché à construire une installation dont la manœuvre ne nécessite la présence d'un opérateur que pour sa mise en route et pour le chargement de l'étuve de recuit.

En collaboration avec les Établissements « La Pyrométrie industrielle », il nous a été possible de mettre au point une installation répondant à ces désirs. Son cerveau est essentiellement constitué par un pyromètre régulateur à transmetteur de programme à action mécanique auquel ont été adjoints différents artifices. Moyennant un changement de came suivant la nature du verre, un réglage de la température d'arrêt, la manœuvre d'un bouton de mise en route et d'un inverseur, on peut commodément réaliser les deux types d'opérations ci-dessous.

Recuit à partir de pièces à la température ambiante. — Chargement de l'étuve, réglage de la came, de la température d'arrêt, positionnement de l'inverseur à la position « automatique ».

Actionner le bouton démarrage : la montée en température s'effectue à la vitesse normale de montée de l'étuve. Lorsque la température de recuit est atteinte, le transmetteur de programme se met automatiquement en route, maintient le palier voulu, puis assure la descente en température à la vitesse voulue. Lorsque la température, à partir de laquelle la vitesse de refroidissement normale de l'étuve n'est plus nuisible à la qualité du recuit ni à la vie des pièces, est atteinte, le pyromètre coupe automatiquement toute alimentation (température d'arrêt).

Cette température d'arrêt peut être choisie très près de la température de recuit : $T_r - 20°$ par exemple, dans ce cas, le refroidissement est celui imposé par l'inertie thermique de l'étuve.

Recuit de pièces introduites chaudes dans l'étuve de recuit. — Chauffage de l'étuve : réglage de la came à température d'attente ($T_r - 30$ à $40°$ environ), positionnement de l'inverseur à la position « palier », réglage de la température d'arrêt, puis actionner le bouton de mise en route. L'étuve monte alors à la température d'attente et s'y maintient en palier.

Après le chargement des pièces, le positionnement de l'inverseur à « automatique » assurera automatiquement, d'abord la montée programmée à la température de recuit, puis toute la fin du cycle comme dans le premier cas : palier, descente programmée, arrêt total.

92. **Spécification des qualités de soudabilité verre-métal.**

921. La mise au point des qualités de soudabilité de nouveaux verres à assembler au molybdène ou au Dilver P peut être faite en application directe des résultats signalés aux paragraphes 82 et 83.

La mesure de B de ces nouveaux verres permet de fixer la valeur des limites, la variation de leur module E_2 ne provoque pas un grand écart sur B et, par conséquent, sur les valeurs numériques établies aux paragraphes 82 et 83.

922. Les résultats des paragraphes 82 et 83 peuvent également être extrapolés pour des couples de matériaux nouveaux, par exemple verre céramique, moyennant quelques calculs et mesures supplémentaires.

923. En ce qui concerne le contrôle de réception, le processus établi vise la rapidité et l'utilisation minimum de main-d'œuvre au profit de l'utilisation des installations automatiques; il a été simplifié par rapport à l'essai de mise au point, tenant compte du fait que lors d'une fabrication suivie chez le verrier ou le métallurgiste, il ne reste à contrôler que de faibles variations autour de valeurs nominales définies.

Pour les métaux, on mesure les différences de marche sur l'éprouvette standard B_2 réalisée avec un verre étalon, après trois recuits : d'abord le recuit optimum, puis un recuit à température $T_r - 30°$, puis un recuit à température $T_r + 30°$. Il suffit pratiquement de s'assurer que les différences de marche obtenues ne sortent pas des valeurs fixées pour $(\delta_{20})_{r_1}$ relatives au recuit optimum. Par mesure de précaution, tout résultat aux limites donne lieu à l'enregistrement d'une courbe polarimétrique complète.

Pour les verres, la méthode a été encore simplifiée en ce sens qu'il est d'abord effectué, pour le lot à réceptionner, un essai dit du « fil biverre » par rapport à un verre étalon. Lorsque cet essai donne lieu à un résultat à certaines limites qui ont été fixées pour chaque type en liaison avec les essais polarimétriques, on procède à l'enregistrement d'une courbe polarimétrique complète pour lever l'incertitude.

93. **Spécification de contrôle de fabrication des scellements verre-métal.**

Théoriquement, la fabrication n'utilisant que des matériaux réceptionnés, le contrôle de fabrication ne doit porter — questions d'aspects à part — que sur la qualité du recuit au point de vue homogénéité et intensité.

Pratiquement, les valeurs de différences de marche limites étant connues pour chaque pièce particulière, la mesure permet de signaler soit un mauvais recuit, soit un lot de matériaux défectueux. La répétition du recuit et au besoin un prélèvement des matériaux pour exécution d'éprouvette A, B ou C lèveront le doute.

Pour un nouveau verre mis en service la connaissance de son coefficient de Brewster permettra de donner, avec une approximation suffisante, les nouvelles limites à tolérer dans les pièces de série. L'extrapolation est également possible lors d'un couple de matériaux nouveaux moyennant quelques essais préliminaires.

10. CONCLUSION GÉNÉRALE.

Nous tenons à signaler que cette étude des facteurs du problème de la soudabilité verre-métal a été conduite sous l'angle particulier d'étude industrielle théorique, mais surtout pratique. Tous les résultats sont les fruits d'hypothèses vérifiées par l'expérience de cinq années de fabrications suivies par nous, et, également par de nombreux faits enregistrés par nos prédécesseurs de 1941 à 1945.

Toutes les mesures ont été effectuées sur un équipement de laboratoire industriel, parfois insuffisant pour approfondir certains phénomènes — en particulier analyse photoélasticimétrique tridimensionnelle — parfois ne pouvant donner que des mesures en valeur relative (mesure du coefficient de Brewster) mais qui avait, au moins, le mérite de donner des résultats directement exploitables sur les installations utilisées en fabrication.

Toutes les hypothèses n'ont pu ainsi être poursuivies jusqu'à leur fin purement scientifique, nous les avons arrêtées là où leur développement ne présentait plus un caractère de rentabilité suffisant pour améliorer une fabrication. Ce fait contribue peut-être à donner aux lois acquises un certain caractère d'empirisme, nous le regrettons, mais, souhaitons que d'autres chercheurs dégagés du souci d'assurer, dans l'immédiat, la qualité d'une fabrication, puissent les conduire jusqu'à leur fin ultime ou les remanier, et fournir ainsi aux « lampistes » et aux « verriers » de meilleures bases, qu'ils ne demandent qu'à utiliser.

Les auteurs remercient la Direction de la Société française Radioélectrique pour l'autorisation qu'elle a bien voulu leur donner de publier cette étude. Que ceux qui ont bien voulu leur communiquer ou leurs conseils ou leurs remarques pertinentes, ceux qui les ont assistés dans l'exécution des éprouvettes diverses et de la dizaine de milliers de mesures auxquelles elles ont donné lieu, trouvent également ici l'expression de leur gratitude.

BIBLIOGRAPHIE.

4. Mme Winter-Klein, *Les bases physiques du recuit du verre* (*Bull. de l'Institut du Verre*, mars 1946).

5. Jean Gillod, *Contribution à l'étude expérimentale des transformations structurales du verre. Nouvelles interprétations des courbes de dilatation et application à un recuit rationnel* (*Verres et réfractaires*, juin 1949).

11. Redstom-Stanworth, *Contraintes dans les soudures verre-métal des perles d'enrobage à la température ordinaire* (*Bull. de l'Institut du Verre*, mai et novembre 1946).

19. Q. Adams, *Stresses in two wire glass to metals seals* (*Journal of the Society of Glass Technology*, vol. XXXII, n° 145, avril 1948).

20. G. Trébuchon, *Tropicalisation de quelques matériaux et assemblages utilisés dans la construction des tubes électroniques* (*Le Vide*, n° 26, mars 1950).

21. J. Peyssou, *Contribution à l'étude des phénomènes électrolytiques dans le verre* (*Annales de Radioélectricité*, n° 12, avril 1946).

22. J. Gallup, *Phénomène d'électrolyse dans les pieds de tubes redresseurs en verres tendres* (*Journal of the American Ceramic Society*, octobre 1946).

SUR CERTAINES POSSIBILITÉS DE CHAUFFAGE PAR INDUCTION A HAUTE FRÉQUENCE DANS LA TREMPE SUPERFICIELLE DE PIÈCES UTILISÉES DANS LA CONSTRUCTION AUTOMOBILE

PAR J. J. LEVEN,
Société de Traitements Électrolytiques et Électrothermiques.

SOMMAIRE. — *L'auteur expose les récents développements du chauffage par induction H. F. et montre l'avantage de ce procédé.*
Il étudie ensuite la puissance des générateurs, les centrales thermiques et les générateurs spécialisés, ainsi que les machines de trempe quasi automatiques. Il donne des exemples de générateurs et des résultats pratiques obtenus sur des pièces typiques.
Il termine par des vues d'avenir sur le développement du chauffage par induction H. F. dans l'industrie automobile. (C.D.U. 621.365.5.)

SUMMARY. — *This paper is devoted to the recent progress in high frequency induction heating, and points out the advantage of the process.*
The power of generators, thermal stations, specialized generators as well as quasi-automatic hardening machines are then studied. The author gives some examples of generators and practical results attained for typical pieces.
As a conclusion, the author expects more development of the high frequency induction heating in the field of motor car industry. (U.D.C. 621.365.5.)

Généralités.

La possibilité de chauffer les métaux par induction de courants alternatifs est une chose connue depuis longtemps.

Les premières applications mettaient en œuvre des courants à fréquence industrielle pour la réalisation de fours de fusion, les inducteurs étant réalisés de façon à produire le brassage automatique de la masse du métal fondu.

L'idée de se servir du chauffage à haute fréquence pour la trempe de pièces d'acier n'est venue que beaucoup plus tard et ce n'est qu'il y a une vingtaine d'années qu'elle a vraiment pris corps.

La possibilité de produire des courants de haute fréquence à une puissance élevée à l'aide de générateurs à lampe s'étant développée pour les émetteurs de radiodiffusion, il était tout naturel de chercher à étendre le champ d'activité de ces émetteurs vers les applications industrielles. C'est ce qui a conduit certaines sociétés françaises et étrangères à construire des générateurs à lampe d'une fréquence comprise entre 100 kc : s et 1000 kc : s pour la trempe superficielle. Nous verrons par ailleurs l'intérêt de l'emploi de ces fréquences élevées.

L'idée essentielle sur laquelle il y a lieu d'insister est que le procédé consistait initialement à remplacer les aciers de cémentation, en général coûteux, à élaborer, par des aciers mi-durs au carbone dont le prix est moins élevé. On garde ainsi les avantages des aciers de cémentation : on obtient, sur les parties travaillantes, des pièces dures qui présentent une certaine résilience à cœur.

Par ailleurs, l'emploi de la haute fréquence évite de chauffer les pièces à traiter, dans leur masse, ce qui donne deux avantages principaux :

— nécessité d'une moins grande puissance calorifique,
— élimination des déformations.

Le premier point est évident. Pour le second, il apparaîtra clairement, si l'on se souvient que les courants haute fréquence parcourent exclusivement une mince pellicule à la périphérie des métaux par

suite de « l'effet de peau » bien connu des Radioélectriciens. C'est seulement cette pellicule qui sera chauffée directement, alors que la masse ne chauffera que par conductibilité calorifique. L'opération de trempe qui soumet, en général, la pièce à des tensions internes très importantes, par suite de dissymétries préexistantes, donnera des déformations beaucoup moins importantes que lorsque tout le métal est porté au rouge. On pourra donc, en général, supprimer toutes les opérations de redressement après trempe, opérations d'autant plus délicates que le métal est alors dur et cassant.

Bien entendu, il importe de travailler avec une densité superficielle de puissance élevée afin que la surface ait le temps d'atteindre la température de trempe avant que la pièce ne s'échauffe, la partie trempée étant d'autant plus profonde que cette densité est faible. Pour de l'acier au carbone mi-dur ordinaire on a les résultats suivants :

Densité de puissance (W : cm²).	Temps de chauffe (s).	Profondeur trempée (mm).
500	8	25
1 500	1	1
3 000	0.25	0.6
4 500	0.15	0.67

Dans le dernier cas, on n'a même plus besoin de refroidir la pièce par un liquide, car c'est le contact de sa masse même, restée froide qui produit le refroidissement brutal que nécessite la trempe. On a affaire à « l'autotrempe ».

Les concentrations de puissance indiquées dans le tableau ci-dessus ne peuvent être obtenues que par l'emploi de courants induits à haute fréquence, les moyens habituels tels que le chalumeau ne permettant pas de dépasser quelques dizaines de watts par centimètre carré. Les pièces cylindriques sont traitables immédiatement par cette méthode mais l'on ne se borne évidemment pas à cette forme.

Nous nous proposons, au contraire, dans cet exposé, de montrer la grande variété des pièces susceptibles d'être traitées par ce procédé, pièces choisies parmi celles qui sont employées dans la construction automobile. La figure 1 montre, à ce titre, quelques pièces d'automobiles, de camions ou de tracteurs trempées à l'heure actuelle en grande série dans des usines françaises après chauffage par haute fréquence. A l'heure actuelle, d'ailleurs, les véhicules en circulation ont tous de nombreux organes trempés par ce procédé. Nous n'avons pas l'intention de donner des détails précis d'ordre métallurgique, mais nous pensons qu'il peut être intéressant, pour des radioélectriciens, de voir comment la haute fréquence qu'ils connaissent bien, concentrée au lieu d'être rayonnée, peut produire, avec des puissances notables, des résultats industriels.

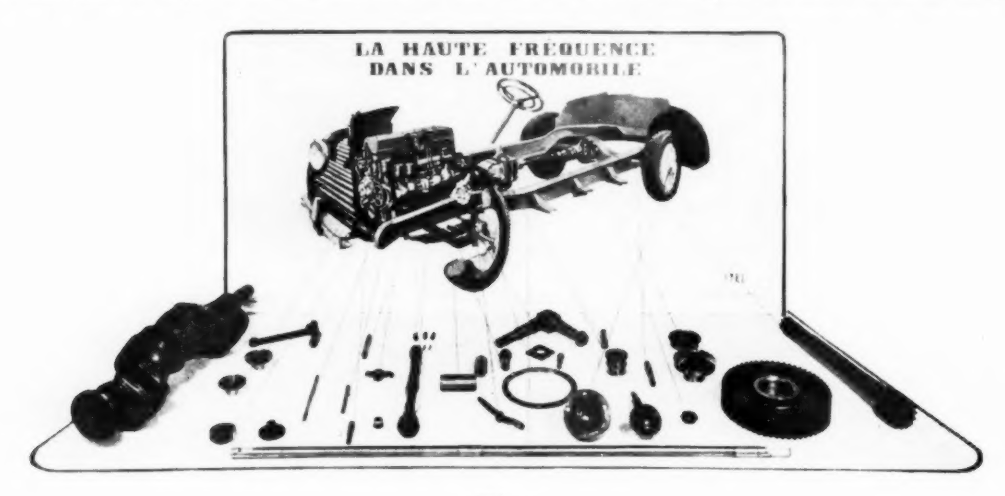


Fig. 1.

Si nous avons choisi d'étudier quelques problèmes posés par l'Industrie automobile, c'est qu'elle est, au premier chef, intéressée par les solution apportées par la trempe par induction, pour différentes raisons :

1° *Pour des raisons de technique pure.* — Certaines pièces ne peuvent être trempées autrement, sous peine de détruire une opération antérieure : brasure,

soudure, etc. ou parce qu'elles deviendraient cassantes.

2° *Pour remplacer des procédés coûteux et lents.* — Aciers spéciaux, cémentation, nitruration.

3° *Par les cadences que permet la trempe haute fréquence.* — Nous avons parlé d'un temps de chauffe de l'ordre de la seconde, ce qui permet de traiter le grand nombre de pièces nécessaires à la fabrication en grande série des automobiles.

Vu sous un autre angle d'ailleurs, et particulièrement en France, l'Industrie automobile est parmi celles qui pourront profiter complètement des possibilités de la haute fréquence, étant données ses cadences de fabrication. En effet, l'amortissement du matériel mis en œuvre, dont le prix est relativement élevé, exige qu'il soit utilisé à plein rendement.

En fait, l'emploi de la trempe après chauffage par induction a pris un développement considérable aux États-Unis pendant la guerre, c'est-à-dire dans des conditions économiques totalement différentes des conditions françaises. On peut presque dire que le domaine de la construction automobile en France est l'un des rares domaines susceptibles d'utiliser 24 h sur 24 un générateur haute fréquence, étant donnée la cadence à laquelle cet appareil est capable de traiter les pièces qui font l'objet des fabrications pour lesquelles il est employé.

Choix du matériel.

Les cadences élevées de production ont le gros avantage de permettre une spécialisation du maté-



Fig. 2. — Générateur de 2,5 kW; fréquence 800 kc : s.



Fig. 3. — Générateur de 10 kW; fréquence 400 kc : s.



Fig. 4. — Générateur de 20 kW; fréquence 400 kc : s.

riel suffisante. En fait, on peut hésiter entre deux solutions pour l'implantation du matériel dans une usine de construction automobile.

La première consiste à avoir un générateur pour chaque type de pièces à tremper, dont la puissance a une valeur convenable. Celles-ci sont traitées dans la chaîne de fabrication au fur et à mesure qu'elles se présentent. Dans certains cas, suivant les cadences à obtenir, il y aura lieu d'en tremper plusieurs simultanément. Un dispositif à double poste de travail permettra de faire le montage des éléments suivants, pendant que les précédents seront en cours de traitement.

Nous pouvons citer, à titre d'exemples, des postes de puissance relativement faible pour effectuer ces traitements, représentés par les figures 2, 3, et 4. Ces générateurs, qui ont respectivement une puissance utile de 2,5, 10 et 20 kW et une fréquence d'utilisation de 800 kc : s pour le premier et 400 kc : s pour les deux autres, renferment en un bloc compact l'ensemble de la partie alimentation et du circuit haute fréquence. Les bornes de sortie sont accessibles de l'extérieur de façon à éviter toute pénétration d'eau; elles sont situées entre deux glissières de fixation qui permettent de rendre solidaires la machine d'utilisation et le générateur afin d'éviter tout déplacement relatif de la pièce traitée par rapport à l'inducteur, condition essentielle pour la fidélité du traitement thermique.

Les lampes qui équipent ces générateurs sont des

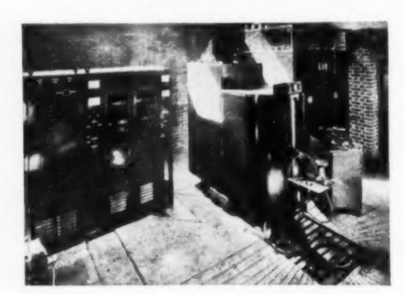


Fig. 5. — Générateur de 100 kW; fréquence 250 kc : s.

lampes standard d'émission radio; elles sont pour ces modèles de puissance relativement faible, refroidies par circulation d'air naturel ou forcé, à l'aide d'un ventilateur inclus à l'intérieur du poste. Des systèmes de branchement divers sont prévus pour réaliser l'adaptation électrique du générateur aux dimensions de l'élément à traiter.

Une autre solution consiste à garder le principe actuel d'un atelier de traitements thermiques, équipé d'un certain nombre de générateurs de puissance plus ou moins élevée et chargés d'effectuer la trempe de tous les types de pièces entrant dans la fabrication des véhicules. Une circulation rapide de celles-ci pour alimenter cet atelier sera, bien entendu, nécessaire. Il sera équipé éventuellement des générateurs indiqués précédemment, mais aussi de générateurs plus puissants, par exemple, d'un générateur de 100 kW, représenté par la figure 5.

Les différentes parties de ce générateur forment les meubles séparés suivants qui sont visibles sur cette figure :

1. Transformateur d'alimentation haute tension. — Ce transformateur, mobile sur roulettes, est refroidi par un bain d'huile à refroidissement naturel. Il est muni d'un réservoir d'expansion, d'un indicateur de niveau, d'une tuyauterie de traitement d'huile et de bornes amovibles sans décuvage.

2. Cabine du redresseur haute tension. — Alimenté en 10 000 V alternatifs par le transformateur d'alimentation haute tension, il fournit 12 500 V redressés sous 12 A, soit une puissance de 150 kW, destinés à l'alimentation des triodes oscillatrices.

Ce redresseur possède :

2 valves à vapeur de mercure à cathode froide T.200 (V. S.) refroidies chacune par un ventilateur;

1 déphaseur de grille de commande des valves permet la variation de la tension de sortie et, par suite, la variation de puissance. Ce déphaseur est lui-même commandé par un servo-moteur dont la mise en route est placée sur la cabine des tubes;

1 sectionneur permet de travailler avec une ou deux valves redresseuses.

3. Cabine de contaction. — Elle comprend :

— divers contacteurs électromécaniques destinés à la commande automatique de la cabine des tubes par application différée des tensions aux divers éléments électriques, de manière à assurer le chauffage des filaments des tubes oscillateurs avant l'application de la haute tension sur leurs plaques;

— un redresseur à faible puissance pour la polarisation des grilles des triodes.

4. Cabine des tubes. — Elle renferme :

Les trois tubes oscillateurs montés en parallèle dont chacun peut être mis hors circuit manuellement;

Les organes de refroidissement par eau des tubes;

Le condensateur de liaison et l'inductance de blocage;

Les appareils de mesure de contrôle de fonctionnement.

5. Poste de chauffe (*fig.* 6 *a*, *b*, *c*). — Il se présente sous la forme d'une cabine métallique effilée vers l'avant où se trouvent les mâchoires en laiton formant électriquement la sortie haute fréquence du générateur et sur lesquelles sera fixé l'inducteur de travail convenant au traitement désiré. Les mâchoires sortent de la face avant de la cabine à travers une boîte d'étanchéité pour éviter les rentrées accidentelles d'eau provenant du douchage des pièces traitées.

De chaque côté et sur toute la hauteur du poste,

est soudé un ensemble de cornières formant gorges dans lesquelles on fixe très facilement n'importe quel montage mécanique destiné à porter l'inducteur, la douche ou tout système de défilement mécanique des pièces. Le profil avant du poste de chauffe permet de dégager complètement cet ensemble et de disposer facilement, si nécessaire, les machines automatiques de trempe.

La cabine est extrêmement robuste, et entièrement fermée par des panneaux fixés par vis. Elle renferme les organes du circuit oscillant dont on a rendu les connections haute fréquence aussi courtes que possible afin d'augmenter le rendement du générateur.

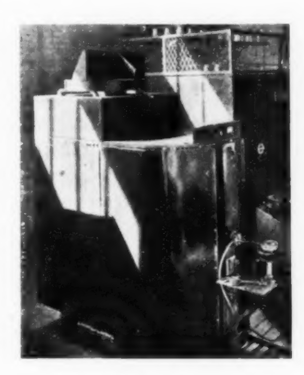


Fig. 6 *a*.

Poste de chauffe de notre générateur 100 kW.

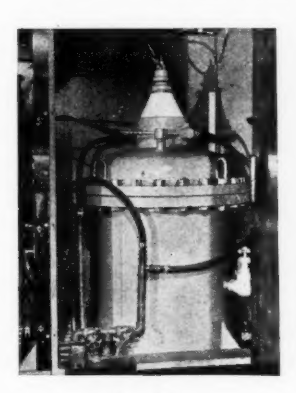


Fig. 6 *b*.

Transformateur à air.

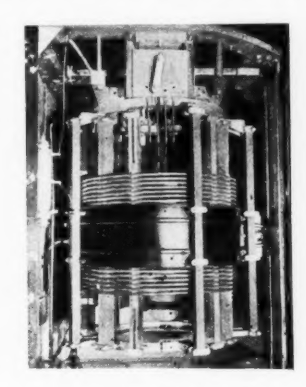


Fig. 6 *c*.

Condensateur du circuit oscillant.

Les organes essentiels sont :

a. le condensateur du circuit oscillant qui travaille sous pression d'azote (15 kg : cm^2) et dont les pertes ohmiques sont nulles. Il occupe la partie arrière du poste de chauffe;

b. un transformateur à air comprenant un enroulement primaire, un enroulement-grille et une spire unique dont l'entrée et la sortie forment les deux mâchoires. Ces enroulements sont maintenus et isolés par des barreaux montés sur flasques de fonderie.

L'alimentation électrique du poste de chauffe se fait par des connections-plaques et des connections-grilles entrant par un feeder-plaque et un feeder-grille sous le poste de chauffe.

Ce type de générateurs, eu égard à sa puissance et à sa fréquence, est extrêmement intéressant à mentionner ici. Il est, en effet, susceptible d'effectuer toutes les opérations de trempe nécessitées par l'automobile y compris des problèmes extrêmement spéciaux comme la trempe intérieure des cylindres qui ne peut être réalisée par aucun autre procédé.

Les valeurs des éléments constitutifs du circuit oscillant et du transformateur haute fréquence permettent à ce poste, sans autre réglage que celui de la tension redressée et de la réaction grille, de fournir une puissance convenable aux pièces les plus petites, comme aux plus grosses, jusqu'à la puissance nominale de 100 kW.

Une solution particulièrement intéressante consiste à utiliser plusieurs postes de chauffe identiques et commutables entre eux; chacun de ces transformateurs correspond à une machine d'utilisation. La commutation entre les différents postes est rapide (quelques secondes) et le générateur traite avec le meilleur rendement des séries de pièces différentes.

Machines d'utilisation.

Dans les deux cas envisagés précédemment, les générateurs doivent être utilisés avec des machines dont le but est de présenter les pièces et, éventuellement, d'assurer leur passage au défilé, dans des inducteurs appropriés.

A titre d'exemple, nous prendrons ici quatre machines universelles construites par les Établissements Partiot, qui ont été prévues pour réaliser les opérations suivantes :

— défilé vertical,
— défilé horizontal,
— rotation,
— trempe des vilebrequins.

L'emploi de ces machines est absolument indispensable pour utiliser des postes haute fréquence à

plein rendement. Leur association avec un générateur de trempe constitue une véritable machine-outil qui, après un réglage, souvent expérimental, reproduit un traitement donné sur des milliers

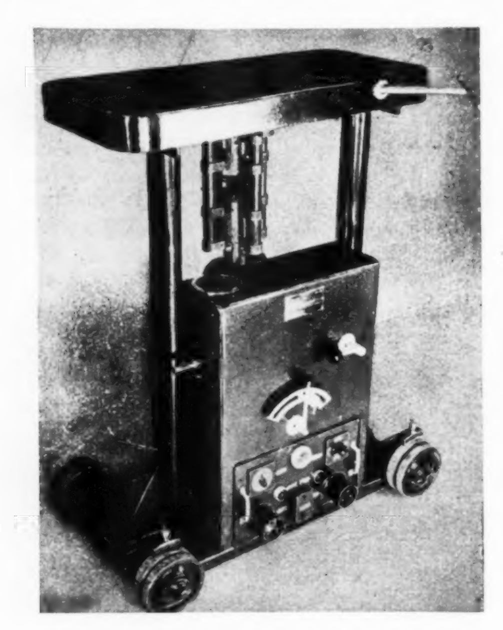


Fig. 7. — Machine « Bique » (cliché Partiot).

de pièces défilant dans un inducteur. La consommation de ces machines est faible de l'ordre de 1 kVA sous une tension de 110 V, 50 c : s. Les exemples de traitement de pièces que nous donnons ci-dessous montrent leur intérêt et leurs utilisations.

Les caractéristiques de ces machines sont les suivantes :

a. Défilé vertical (*fig.* 7) : « bique ». — Cette machine permet la trempe automatique, superficielle ou profonde, localisée ou totale, d'une très grande variété de pièces.

Elle permet le défilement vertical, à travers un inducteur approprié, de pièces telles que : arbres cannelés, axes cylindriques pleins ou creux, tiges, règles, etc. La section des pièces peut être cylindrique, carrée ou polygonale. En outre, cette machine peut admettre des pièces présentant des épaulements, moyennant un dispositif très simple, et être munie d'une commande automatique d'accélération de vitesse permettant de « sauter » les parties d'une pièce en cours de défilement dont certaines régions ne doivent pas être trempées.

Cette machine, dont les dimensions sont de 440 × 950 × 1125 mm, se place aisément devant le générateur. Comme elle porte directement l'inducteur elle n'a pas besoin d'être reliée mécaniquement au poste à condition que l'on emploie des connexions souples. Elle se compose :

A. d'un bâti métallique comprenant une embase, deux colonnes et une plate-forme supérieure. Celle-ci porte un goulet métallique permettant l'introduction des pièces les unes après les autres. Elle supporte un ensemble rigide. L'inducteur est relié au générateur par des conducteurs haute fréquence souples, connectés par des cônes de raccordements à fixation rapide (quelques secondes). Le réglage mécanique de la machine peut ainsi se faire indépendamment de toute mise au point se rapportant au générateur;

B. d'un bloc moto-variateur à commande électronique reposant sur l'embase, qui transmet un mouvement de rotation à deux galets d'entraînement tournant en sens inverse l'un de l'autre, dont la pression est réglable par l'intermédiaire d'un bouton de commande. Ils entraînent verticalement, de haut en bas, la pièce à tremper à travers un inducteur de forme appropriée.

Grâce à ce dispositif la vitesse est réglable de manière continue dans les trois gammes suivantes :

Première vitesse : 0,25 à 2,50 m : mn;
Deuxième vitesse : 2,50 à 6,00 m : mn;
Troisième vitesse : 6,00 à 15,00 m : mn.

b. Défilé horizontal (*fig.* 8) : « tortue ». — La machine automatique de trempe à défilement

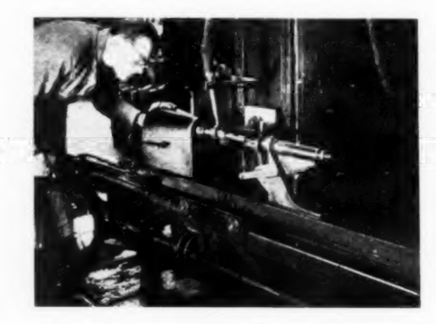


Fig. 8. — Machine à défiler horizontale, type « Tortue » (cliché Partiot).

horizontal est prévue pour les usages essentiels indiqués ci-dessous :

1° Trempe partielle de pièces fixes, alignées, défilant horizontalement dans un inducteur du type « épingle à cheveux ».

2° Trempe partielle de pièces alignées, animées chacune d'un mouvement de rotation, défilant horizontalement dans un inducteur du type « épingle à cheveux ».

3° Trempe partielle de pièces alignées, défilant horizontalement, qui, lorsqu'elles se présentent dans l'axe de l'inducteur, sont en même temps introduites dans cet inducteur et mises en rotation. A la sortie de l'inducteur, elles sont trempées par une douche en couloir.

4° Trempe en défilement horizontal, sans rotation, de pièces dont le grand axe est très long (par exemple : glissières de tour, cisailles, rails, etc.).

5° Trempe en défilement horizontal, avec rotation, de pièces dont le grand axe est très long (par exemple : barres de longueur indéfinie tournant autour de leur axe).

6° Munie de chariots spéciaux analogues à des porte-outils automatiques de tour, la machine permet de tremper des parties de pièces par déplacements successifs dans l'inducteur (par exemple : axes à tête, croisillons, bouts d'arbres, intérieur et extérieur de broches de tours, etc.).

7° Trempe de pièces longues montées entre pointes.

8° Trempe, partielle ou totale, par avances successives, de petites pièces alignées horizontalement suivant leur grand axe et montées à la suite les unes des autres (par exemple : trempe de portées de petits vilebrequins, pignons arbrés, etc.).

Le principe de la machine est le suivant :

Un bâti métallique mobile, de hauteur variable au-dessus du sol, porte un rail sur lequel se meuvent horizontalement un ou plusieurs chariots entraînés par une courroie (ou une chaîne sans fin), elle-même commandée par un moteur à vitesse variable (motovariateur).

Sur le ou les chariots, on fixe les pièces à tremper à l'aide de montages dont la disposition varie avec le genre de pièces et les caractéristiques de trempe à obtenir.

Le bâti est placé à proximité du poste de chauffe du générateur dont l'inducteur et la douche sont portés par un support universel orientable, solidaire de la machine.

Les pièces, animées d'un mouvement de défilement horizontal, combiné, si nécessaire, avec une rotation ou un mouvement de monte et baisse, ou ces trois mouvements simultanés, sont présentées dans l'inducteur, chauffent par induction haute fréquence et sont finalement trempées par un système de douchage automatique convenable.

Les dimensions de cette machine hors tout sont : 3 000 × 600 × 712 mm.

c. MACHINE POUR LES PIÈCES EN ROTATION (*fig.* 9) « GYRIN ». — Cette machine sert à la trempe automatique d'un très grand nombre de pièces exigeant, pour être durcies, soit la rotation, soit le défilement dans un inducteur, soit ces deux mouvements synchronisés.

Parmi la très grande variété de pièces qu'il est possible de traiter avec cette machine, citons : couronnes, pignons, pignons longs, arbres, barres cylindriques, vis-mères, poinçons et matrices, pièces creuses, tubes, alésages, scies circulaires, fraises,

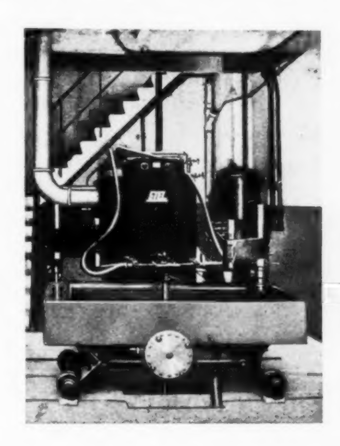


Fig. 9. — Machine « Gyrin » (cliché Partiot).

calibres ronds, galets, vis hélicoïdales, rotules, etc. Le diamètre maximum des pièces à traiter est de 500 mm.

La machine automatique de trempe, type Gyrin, se compose essentiellement de :

A. Un coffre métallique renfermant :

— le mécanisme de rotation à vitesse maintenue sensiblement constante de la broche;

— le mécanisme de monte et baisse à commande manuelle de la broche qui peut fonctionner même quand la machine est en rotation.

B. Une cuve de trempe.

C. Un support universel permettant d'orienter l'inducteur et la douche automatique dans n'importe quelle direction.

D. Un *train de roues* relevable qui permet de faire varier la hauteur de la machine au-dessus du sol.

L'ensemble mesure hors tout (à l'exception du support universel) 1500 × 640 × 900 mm.

La commande se fait par 1 bloc moto-variateur indépendant du même type que celui des machines précédentes.

Sous la machine, on ménage une fosse et une évacuation d'eau permettant d'une part, le passage de la partie inférieure de la broche lorsque celle-ci est dans sa position basse et, d'autre part, de recevoir l'eau de trempe pouvant s'écouler du système de douchage.

d. Machine a tremper les vilebrequins (*fig.* 10) « Livre ». — Cette machine se compose d'un bloc portant des inducteurs ouvrants en nombre égal au nombre de portées à tremper. Le vilebrequin est monté entre pointes et l'opération de trempe est faite portée par portée, en commutant successivement les bornes de sortie du générateur sur les différents inducteurs. Le douchage s'effectue pendant la chauffe de la portée suivante.



Fig. 10. — Machine à tremper les vilebrequins (cliché Partiot).

Grâce à cette machine qui a le gros avantage d'éviter de faire tourner les vilebrequins, les temps de traitement sont réduits au minimum et le travail en série peut s'effectuer dans les meilleures conditions.

Exemples pratiques de trempe.

Ces quelques considérations étant données, nous allons pouvoir passer maintenant à une étude de cas concrets. La diversité des pièces entrant dans la construction d'une automobile va d'ailleurs nous permettre d'explorer pratiquement toute la gamme des utilisations actuelles de la haute fréquence pour la trempe.

Pour la clarté de l'exposé, nous grouperons ces pièces en quatre catégories. Ce sont :

— les trempes d'engrenages,
— les trempes d'axes (en particulier trempe de vilebrequins),
— les trempes intérieures,
— les trempes de petites pièces de formes diverses.

a. Trempe d'engrenages et de pignons. — La trempe par induction de ce type de pièces est, à l'heure actuelle, une des applications classiques du chauffage par induction. On peut dire que 90 % des engrenages de la pratique sont justiciables de la trempe haute fréquence. Cette considérations fondamentale a même conduit à envisager et à réaliser des pignons dans des aciers à teneur relativement élevée en carbone pour supprimer les aciers de cémentation dont l'élaboration est, en général, beaucoup plus coûteuse. En dehors des aciers de cémentation, on peut remplacer des aciers spéciaux, dans un grand nombre de cas, par des aciers au carbone ordinaire dont le pourcentage de carbone est déterminé par la dureté de la pièce à obtenir.

Dans l'industrie de la voiture automobile, du camion, ou plus généralement dans l'industrie mécanique qui s'y rattache, on traite couramment à l'aide de la machine « Gynin » précédemment décrite, les pignons suivants :

— pignons de chaîne,
— pignons de distribution,
— pignons de baladeurs,
— pignons de moteurs,
— pignons de boîte de vitesse.

Ces pignons sont chauffés dans des inducteurs, après traitement préalable, portant leur dureté à une centaine de kilogrammes. Dès que la température requise est atteinte, ils sont douchés ou immergés. Le liquide de trempe peut être de l'eau, additionnée ou non de sels augmentant la capacité de refroidissement, ou de l'huile.

Dans la trempe de ces différents pignons et engrenages, la pénétration de la chaleur varie suivant la forme et la dimension des dents. Elle dépend aussi de la forme de l'inducteur employé.

En règle générale, dans un inducteur cylindrique, les pignons de petit module (environ 1,3) ont la dent chauffée entièrement. Au fur et à mesure que l'on augmente les dimensions de celle-ci ainsi que le module, la zone de pénétration de la chaleur tend à épouser le contour de la dent ainsi qu'à suivre la gorge. De cette façon, on obtient une zone trempée

bien plus uniforme et moins de tendance à la rupture. Dans le cas des dents de grande largeur (module aux environs de 10), un inducteur cylindrique tendrait à ne chauffer que la partie supérieure de la dent, les pertes par convection qui sont proportionnelles à la surface devenant trop élevées et les lignes de courant qui parcourent la gorge ayant tendance à s'épanouir; ces différentes raisons conduisent à prendre



Fig. 11.

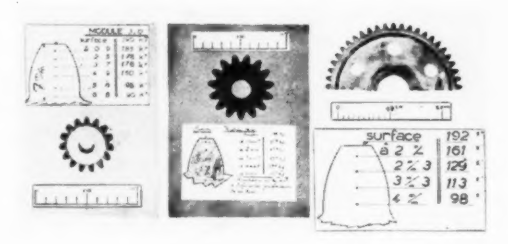


Fig. 12.

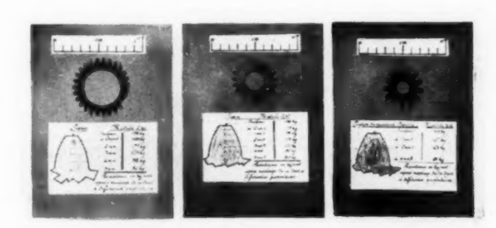


Fig. 13.

un inducteur qui épouse le contour des dents (*fig.* 11, 12, 13).

Dans le cas de gros pignons qui nécessiteraient une puissance supérieure à la puissance nominale du poste, on est même conduit à employer le chauffage deux dents par deux dents ou même dent par dent. Quelques exemples fixeront les idées :

Pignons de chaîne (*fig.* 14) *:* Φ, 100, mod 4; chauffage, 3 s; hauteur, 12; hauteur dents, 7; douche, 3 s. Puissance haute fréquence, 65 kW. Production, 1200 à l'heure.

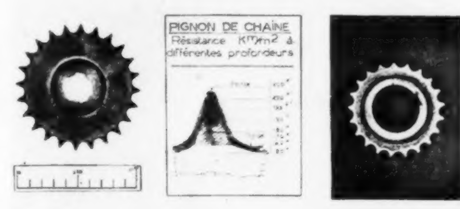


Fig. 14.

Pignons de chaîne : Φ, 52, mod, 3,12; chauffage, 3 s; hauteur, 8; hauteur dents, 7; douche, 3 s. Puissance haute fréquence, 40 kW. Production, 1200 à l'heure.

Pignons de chaîne : Φ, 70, mod, 4; chauffage, 6 s; hauteur, 10; hauteur dents, 9; douche, 6 s. Puissance haute fréquence, 52 kW. Production, 600 à l'heure.

Pignons de distribution : chauffage, 4 à 5 s; douche, 10 s. Production, 500 à l'heure.

Pignons baladeurs (*fig.* 15) *:* denture, Φ, 70; chauffage, 2,5 s; douche, 2,5 s; entrée de cannelure, Φ, 5; chauffage, 6 s; douche, 6 s. Puissance haute fréquence, 55 kW. Production, 240 à l'heure.

Dans des pignons de plus grandes dimensions, le chauffage est plus long avec une puissance relativement limitée, mais la profondeur de pénétration

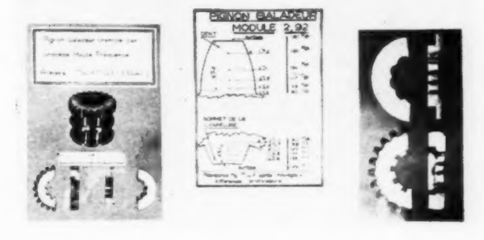


Fig. 15. — Trempe de dents et de cannelures.

reste à un pourcentage suffisamment faible pour que la trempe puisse être considérée comme superficielle.

Engrenages de motopelles : Φ, 300; chauffage, 1,45 s; douche, 3 mn; hauteur, 90 mm; hauteur dents, 30 mm.

Puissance haute fréquence, 80 kW. Production, 20 à l'heure.

Engrenages : Φ, 235; chauffage, 45 s; douche, 50 s. Puissance haute fréquence, 55 kW. Production, 60 à l'heure.

Pignons de tracteurs : Φ, 350; chauffage, 50 s; douche, 50 s. Puissance haute fréquence, 70 kW. Production, 45 à l'heure.

Couronnes de démarreur (fig. 16) : Φ, 200; chauffage, 2 s; douche, 3 s. Production, 700 à l'heure. Φ, 330; chauffage, 2 s; douche, 8 s. Puissance haute fréquence, 90 kW.



Fig. 16. — Couronne de démarreur.

Un exemple de traitement avec un inducteur épousant la forme de la pièce est donné par le :

Barbotin tracteur (fig. 17 et 18) : Φ, 700; chauffage, 4 mn; douche, 5 mn.

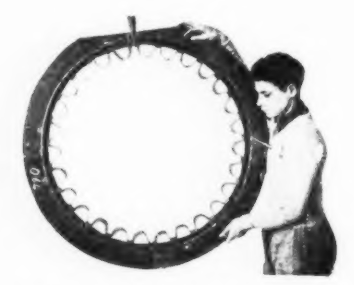


Fig. 17. — Inducteur à barbotin.

Grâce à ce dispositif, le fond des dents est aussi trempé et l'énergie haute fréquence du poste de chauffe est utilisée avec le meilleur rendement. C'est cette disposition qui a permis de tremper avec un générateur de 100 kW, le barbotin en question.

Pour les gros engrenages de camion, on traite plusieurs dents à la fois, c'est le cas des :

Pignons de chaîne de locotracteur (fig. 19) : Φ, 600; *H*, 80; 2 dents à la fois; chauffage, 7 s; douche, 6 s. Dureté obtenue, 135 kg. Puissance haute fréquence, 55 kW. Production, 3 par heure.



Fig. 18. — Barbotin tracteur.

Φ, 450 dent par dent. Chauffage, 13 mn. Puissance haute fréquence, 52 kW. Production, 4 par heure.

Le gros avantage de la trempe des pignons après chauffage haute fréquence est qu'ils ne nécessitent pas de rectification après trempe étant données la grande régularité du chauffage et sa rapidité. A titre indicatif, la déformation après trempe reste inférieure à 4/100e de millimètre. De même, le nettoyage est supprimé, car on ne constate ni écailles ni calamine. Seul un changement de couleur de la surface montre que la pièce a été trempée.

En cas de pièces de formes plus compliquées, par exemple, des pignons fixés à des axes, on ne constate aucune déformation ni excentricité ni débrasage quand il s'agit de pièces brasées.



Fig. 19. — Pignon de chaîne de locotracteur.

Pignons de démarreur, trempe générale instantanée :

Partie dentée, Φ, 40; *h*, 18.

Partie cylindrique, Φ, 20; *l*, 65.

Chauffage, 12 s; douche, 12 s. Puissance haute fréquence, 45 kW. Production, 150 à l'heure.

On ne se borne naturellement pas aux pignons cylindriques. Des *pignons d'angles* et des *pignons coniques* peuvent être aussi trempés avec des inducteurs en forme (*fig.* 20) :

module 2,5 diamètre intérieur maximum, ampères entre 100 et 50. Cadence, 60 à 100 à l'heure.

S'il s'agit de dentures hélicoïdales, les deux côtés de la dent ne chauffent pas uniformément, un des côtés de la dent étant porté à température plus élevée. Dès que le pas de l'hélice devient assez faible, on est donc conduit à avoir des inducteurs dont les spires se rapprochent de la normale à la denture. Ils ont l'inconvénient d'être plus découplés qu'un inducteur normal et d'absorber une puissance plus faible au générateur.

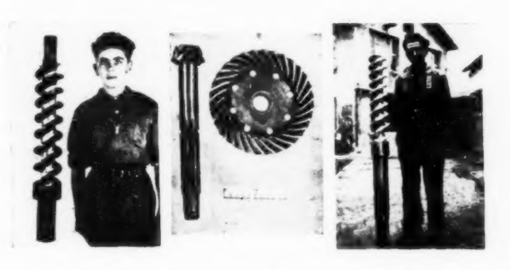


Fig. 20. — Pignon conique et vis sans fin.

b. Trempes d'axes. — Les axes sont justiciables aussi de la haute fréquence, d'autant plus, qu'étant donné le principe du moteur à explosion, certaines parties doivent présenter une dureté superficielle importante, tandis que l'ensemble de la pièce doit avoir une résilience excellente pour supporter les à-coups de chaque explosion.

Les petits axes sont trempés en une seule fois, ou à l'aide d'une machine de défilé (tortue, bique).

Jumelles de ressort : Φ, 22; longueur, 100; vitesse, 1 m : mn.

Fourchettes : chauffe, 10 s; douche, 10 s.

Axes de pompe à huile : Φ, 10 portées; à tremper 25 mm de longueur; chauffage, 1/10e de seconde.

Axes de piston (autrefois acier doux cémenté, actuellement barre percée). Φ, 15; *l*, 40; 3600 à l'heure; Φ, 22; *l*, 60; 1800 à l'heure; Φ, 45; *l*, 75; 500 à l'heure.

Arbres de transmission : deux parties à tremper. Φ, 30; *l*, 77. Production, 75 arbres à l'heure. Augmentation de la vitesse du défilé dans la partie non traitée.

Axes de chenilles : Φ, 20; *l*, 300; 400 à l'heure. Certaines pièces se rattachent aux axes, exemples :

Arbres à came en fonte (*fig.* 21) *:* 25 mm en 45 s.

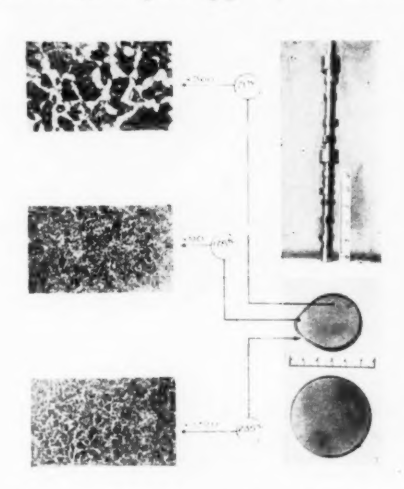


Fig. 21. — Arbre à cames trempé par H. F.

Vilebrequins (4 à 5 vilebrequins : heure) (*fig.* 22) : 4 cyl. Diesel, 9 portées. 5 portées; Φ, 95; *l*, 70; 45 s. 4 portées; Φ, 70; *l*, 50; 30 s. Refroidissement 2 mn. Poids 60 kg.

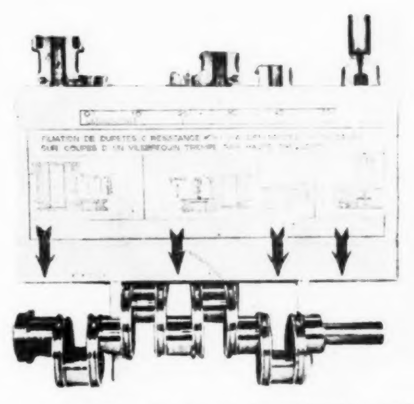


Fig. 22. — Filiation de dureté à différentes profondeurs sur coupes d'un vilebrequin trempé par H. F.

Dans les vilebrequins, on trempe seulement les manetons qui sont les seules parties qui travaillent. Cela évite le redressement du vilebrequin, opération délicate et coûteuse. On peut d'ailleurs dire que 80 % des vilebrequins de moteurs Diesel fabriqués sont trempés par haute fréquence. On peut même traiter par ce procédé les vilebrequins de gros moteurs Diesel

de marine et construire ainsi autour de ces pièces des moteurs à taux de compression plus élevé pour un prix de revient moindre (*fig.* 23).



Fig. 23. — Trempe d'un vilebrequin par H. F.

A ce propos, nous voudrions faire deux remarques :

Tout d'abord, lorsque l'on examine une micrographie de trempe haute fréquence, le fait remarquable est la finesse de la martensite obtenue. La photographie ci-dessus le montre (*fig.* 24).

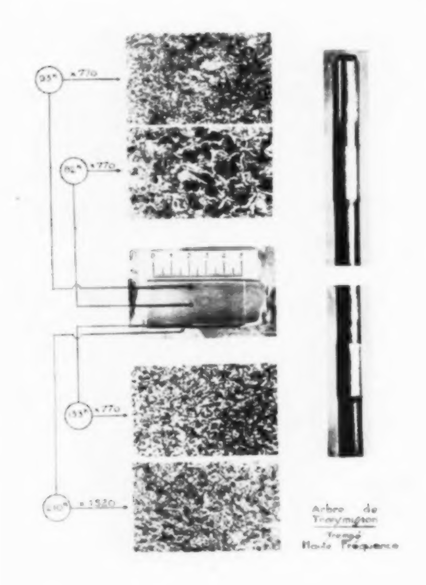


Fig. 24. — Arbre de transmission trempé par H. F.

Le résultat mécanique de cette structure est une très grande résistance à l'usure. C'est ainsi qu'un arbre d'induit trempé par haute fréquence en acier XC 48 d'Imphy a pu tourner pendant 2 000 h à 5 000 t : mn, sans usure appréciable.

Le second point à signaler est la concurrence entre générateurs à lampes et alternateurs entre lesquels on peut hésiter pour certains problèmes (gros engrenages et justement vilebrequins). La différence entre les deux sortes de générateurs est leur fréquence. Les alternateurs travaillent à des fréquences qui ne dépassent guère 10 000 p alors que les générateurs à lampes, pour la trempe superficielle, ont une fréquence comprise entre 200 et 100 kc : s. Pour le recuit et le chauffage à cœur des pièces de diamètre relativement important, il est bien évident que la basse fréquence est avantageuse. En effet, en employant une fréquence trop élevée, il faut travailler avec des puissances unitaires relativement faibles, pour éviter de brûler la surface avant que la chaleur ne soit parvenue à cœur. C'est perdre l'avantage de rapidité du chauffage par induction comparé au four classique.

Dans le domaine de la trempe superficielle de gros engrenages ou de vilebrequins où les deux méthodes sont concurrentes (nous pensons aux importantes réalisations américaines de Tocco), nous croyons que l'emploi du générateur à lampes et des fréquences relativement élevées, est plus avantageux.

Les avantages des réalisations françaises à lampes sont les suivantes :

1° nécessité d'une puissance moindre pour un même résultat (puisque l'épaisseur de peau est moindre) si l'on demande une trempe superficielle à une dureté donnée *sans imposer la profondeur de trempe*.

2° facilité de construire les inducteurs et de corriger, éventuellement, leur cosinus Φ;

3° possibilité de découpler davantage les inducteurs pour éviter les claquages en gardant un rendement correct.

Les réalisations effectuées avec des générateurs à lampes et des machines spécialement conçues qui ont l'avantage de ne pas obliger à faire tourner le vilebrequin, permettent d'obtenir la même cadence de production avec une installation correspondante à alternateur de 450 kW, économie de courant non négligeable dans un pays où il est si cher et si rare.

Nous ne nous étendrons pas plus sur ce point, mais nous tenons à donner les raisons pour lesquelles nous avions volontairement omis de parler des installations basse fréquence qui ont, répétons-le, leur domaine propre d'utilisation.

c. Exemples de trempes intérieures. — Le cas des trempes intérieures, lui, est un problème spéci-

fiquement du domaine des fréquences radio, dans tous les cas présentés par l'automobile.

La difficulté de ce problème est de coupler convenablement les inducteurs et de les refroidir. En effet, il faut les faire en tubes relativement fins et il y a un gros risque de caléfaction ou de bouchage des tubes, ce qui, dans les deux cas, entraîne la destruction de l'inducteur. C'est la raison pour laquelle il est difficile de tremper des alésages inférieurs à 15 mm de diamètre et relativement profonds.

Par contre, des réalisations nombreuses ont été effectuées dans les cas de pièces de diamètre moyen comme :

— *Les alésages intérieurs de moyeux de roues* (*fig.* 25) *:* Φ, 70; *h*, 42; chauffage, 16 s; douche, 16 s. Puissance haute fréquence, 45 kW. Production, 72 à l'heure.

— *Les intérieurs de bielle :* Φ, 40; chauffage, 2 s 5/10e; refroidissement, 3 s.

Φ, 20; chauffage, 2/10e de seconde; refroidissement, 2 s.

Les cliquets de freins et roues à rochet : Φ, 160; *l*, 10. Production, 130 à l'heure.

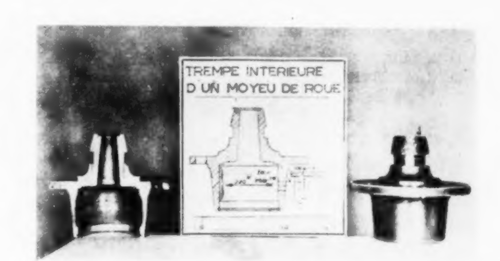


Fig. 25. — Trempe intérieure de moyeu de roue.

Les portées de culbuteurs (*fig.* 28);

Les vis de culbuteurs;

Les dents de loups;

avec des puissances relativement faibles (2,5, même 250 W dans certains cas).

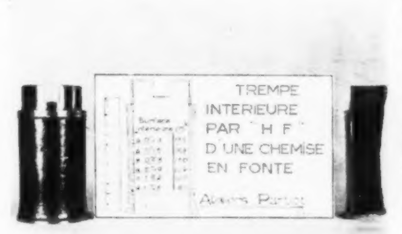


Fig. 26.
Chemise de fonte (trempe intérieure).

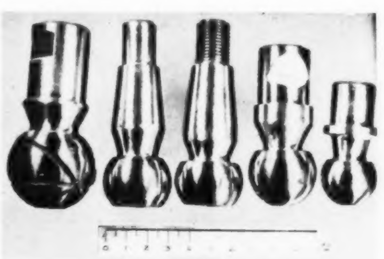


Fig. 27.
Rotules de direction.

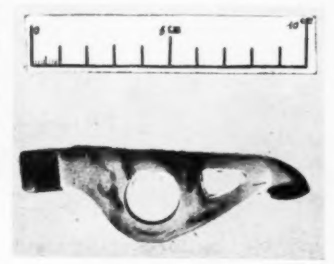


Fig. 28.
Portée de culbuteur.

— *Les bagues de roulement* (en acier à roulement) *:* diamètre intérieur, 70; chauffage, 1,5 s; refroidissement, 5 s; diamètre intérieur, 66; chauffage, 1,5 s; refroidissement, 5 s. Production, 8 à l'heure.

— *Les chemises de fonte après finition* (*fig.* 26) *:* *l*, 112; Φ, 55. Puissance haute fréquence, 75 kW. Production, 100 à l'heure.

d. Pièces diverses. — Un grand nombre d'autres pièces sont trempées par haute fréquence en dehors des catégories que nous venons de mentionner (trempe sur carroussel Gyrin) :

Les rotules de direction : 20 × 20 cadence 4 000 p : h (*fig.* 27).

Les rotules de suspension : Φ, 23; cadence, 525. Φ, 40; cadence, 390; Φ, 12; cadence, 3 500.

Conclusion.

Nous interromprons ici cette longue énumération Nous avons voulu montrer la grande diversité des pièces dans lesquelles la trempe haute fréquence était une solution intéressante pour l'industrie automobile. Cette liste que nous avons volontairement limitée, s'accroît tous les jours, car les avantages de la trempe superficielle par induction sont très importants, en particulier, pour des considérations de prix de revient dues :

— au chauffage localisé : gain de temps et d'énergie;

— à la régularité des opérations une fois réglées,

— à la suppression de travaux d'usinage certainement assez délicats puisqu'ils devraient être réalisés après trempe,

— au remplacement d'aciers spéciaux coûteux par des aciers à forte teneur en carbone,

— à certains résultats nouveaux grâce à la structure fine quand on considère l'usure et à la possibilité d'obtenir des gradients de trempe importants entre deux parties voisines d'une même pièce.

Nous ne pouvons donner de meilleure preuve des affirmations que nous venons de faire qu'en indiquant que tous les exemples pratiques donnés au cours de cette Conférence sont des résultats industriels et non des résultats de laboratoires, d'opérations effectuées tous les jours en France, dans les principales usines de construction automobiles ainsi qu'aux Établissements Partiot-Cémentation (équipés largement en haute fréquence). Nous tenons à remercier particulièrement M. Paul Partiot de l'amabilité avec laquelle il nous a fourni un grand nombre des renseignements ici mentionnés.

Les résultats obtenus par l'Industrie française dans ce domaine sont encourageants. Ils égalent certainement les meilleures réalisations de l'Étranger. Ils promettent, croyons-nous, un bel avenir à cette branche de l'industrie aux origines de laquelle tant de grands noms français sont attachés.

INFORMATIONS GÉNÉRALES

La « Société Française Radioélectrique » vient de signer, avec la « Marconi Española, S.A. », un contrat relatif à la création d'une Usine de Tubes électroniques en Espagne.

Aux termes de cet accord, la « Société Française Radioélectrique » apporte à la « Marconi Española » son assistance technique et industrielle pour l'étude, l'équipement et la mise en service de cette usine.

La Compagnie Générale de Télégraphie sans Fil vient de conclure un accord avec la Raytheon Manufacturing Company aux termes duquel elle concède à cette dernière licence de brevets et lui fournit son assistance technique dans le domaine des tubes électroniques modernes.

Imp. GAUTHIER-VILLARS
55, Quai des Grands-Augustins, PARIS
137208
Dépôt légal, Imprimeur, 1950, n° 575.

SOMMAIRE

Imp. GAUTHIER - VILLARS

55, Quai des Grands-Augustins, PARIS

137 208

Le Gérant : O. BRIX.

